Assicurare un carico di merce (Varian cap. 12 e Dispense)

Un venditore di computer sta aspettando l'arrivo di un carico di microchips da giorni. Ritiene che ci sia ormai una percentuale solo del 25% di probabilità, π, che finalmente domani la spedizione arrivi. Se la spedizione arriva davvero domani potrà portare a termine i suoi progetti di commercio e guadagnare 1600 MILeuro. Altrimenti non potrà rispettare il contratto e guadagnerà zero. L'agente ha una funzione di utilità attesa von Neumann-Morgenstern, e vuole massimizzare il valore atteso di $u(w)= w^{1/2}$, con w che indica i suoi guadagni dall'attività imprenditoriale.
Una impresa concorrente gli offre oggi di acquistare i suoi diritti sul carico in arrivo (forse ...) domani. Quale è il prezzo minimo al quale l'agente sarà disposto a cedere i diritti su ogni microchip in arrivo?

Il venditore di computer ha davanti a sé una situazione rischiosa rappresentabile come una "lotteria" L il cui valore atteso è $E(L) = ¾\ 0 + ¼\ 1600 = 400$. A questa "lotteria" egli attribuisce una utilità attesa pari a $u(L) = ¾\ 0^{½} + ¼\ 1600^{½} = 10$.
(Si noti che l'utilità del valore atteso *se fosse un valore certo* è $u(E(L)) = u(400) = 20$, maggiore di $U(L)$, in quanto il soggetto è avverso al rischio).
Il livello di utilità della lotteria può essere ottenuto da una somma certa w^{EC} tale per cui $u(w^{EC}) = 10$, quindi ricavabile da $(w^{EC})^{½} =10$. $w^{EC} =100$, costituisce l'equivalente certo della situazione rischiosa, quindi il prezzo di riserva.

Il venditore è preoccupato dall'eventualità di non poter portare a buon fine il suo progetto di commercio ma non vuole vendere al concorrente. Valuta quindi la possibilità di assicurarsi.
(a) Quale è la somma di denaro che sarebbe disposto a pagare se gli fosse offerta la possibilità di assicurarsi ad un premio equo?
(b) Quale è la somma di denaro massima che sarebbe disposto a pagare per avere con certezza l'incasso che otterrebbe con l'arrivo di ogni microchip?

a) Se il premio assicurativo γ è equo, cioè pari a ¾, probabilità dell'evento contro il quale il soggetto vuole assicurarsi, il venditore troverà conveniente assicurarsi completamente, essendo avverso al rischio. Poiché la perdita possibile K è 1600, vale che il premio complessivo P è pari a $\gamma K=1200$. Il soggetto si assicura, e ottiene 400 con certezza ($w_2=w_1=400$) con una utilità pari a 20.
Ragionando in termini di beni di consumo contingenti (w_1,w_2), la dotazione è (0,1600), il vincolo di bilancio che individua le sue possibilità di scelta con premio equo è inclinato a $\gamma/(1–\gamma) = ¾ / ¼ = 3$ ed è quindi $w_2=1600–3w_1$. Data la funzione di utilità attesa vNM $u(w_1,w_2; \pi_1, \pi_2) = \pi_1 u(w_1)+\pi_2 u(w_2)$, $MRS=3w_2^{1/2}/w_1^{1/2}$.
Come sempre, la condizione di tangenza, che qui è $MRS= \gamma/(1–\gamma)$, determina il paniere di consumo ottimale, pari appunto a (400,400).
Se il premio assicurativo non è equo, cioè maggiore di ¾, il venditore non troverà più conveniente assicurarsi completamente. Quanto si assicura dipende da quanto è il premio. Ad esempio se $\gamma=4/5$ il vincolo di bilancio è $w_2=1600–4w_1$. Ponendo $MRS=\gamma/(1–\gamma)$ vale $w_2=(16/9)w_1$ e la scelta ottima prevede una assicurazione parziale, essendo ottimale il paniere (3600/13,6400/13). Il premio complessivamente pagato è $P = \gamma K=1600 – 6400/13 = 1108$.

b) Se si assume l'ottica della assicurazione completa (a prescindere dal premio assicurativo richiesto il venditore vuole comunque assicurarsi completamente!) si può identificare il premio complessivo massimo P^{MAX} che il soggetto è disposto a pagare. Questo premio dipende da cosa è equivalente, in termini di certezza, alla lotteria. Poiché per il venditore 100 con certezza è equivalente a 1600 con probabilità ¼ (come visto sopra) la differenza fra 1600 e 100 è la somma massima che il soggetto è disposto a pagare per assicurarsi e ottenere la restituzione di 1600 se si realizza l'evento negativo. Questa somma massima può essere calcolata direttamente sulla funzione di utilità (vedi figura del file EserciziUtilitaAttesa) come il risultato di $U(1600 – P^{MAX}) = U(100)$.
Si noti che quello identificato è il premio (massimo) che fa sì che l'agente trovi comunque conveniente(/indifferente) assicurarsi rispetto alla "dotazione iniziale" rappresentata dalla lotteria. Ovviamente come già visto questa non è una scelta ottima, ma se l'agente riceve una offerta di questo tipo la trova comunque conveniente(/indifferente) rispetto alla dotazione iniziale.