



4.7 Prod.
Parziale e
Totale

Prof. L. Neri

Le misure di
produttività

Indici di
produttività
parziale
Indici di
produttività
totale

Confronti di
produttività

Riferimenti
bibliografici

Analisi Statistica per le Imprese

Prof. L. Neri

Dip. di Economia Politica

4.7. Indici di produttività parziale e totale



Produttività

4.7 Prod. Parziale e Totale

Prof. L. Neri

Le misure di produttività

Indici di
produttività
parziale
Indici di
produttività
totale

Confronti di produttività

Riferimenti bibliografici

Il concetto di produttività si compone di tre elementi:

- ① del risultato dell'attività produttiva
- ② degli input utilizzati per ottenere la produzione
- ③ del progresso tecnologico attraverso cui i primi due elementi sono connessi tra loro



Misure di produttività parziale e totale

4.7 Prod. Parziale e Totale

Prof. L. Neri

Le misure di produttività

Indici di
produttività
parziale
Indici di
produttività
totale

Confronti di produttività

Riferimenti bibliografici

La distinzione principale tra le misure di produttività è tra:

- ① **Produttività parziale** del lavoro o del capitale, data dal rapporto tra il valore della produzione realizzata in un dato intervallo di tempo e il valore o la quantità del lavoro o di capitale impiegato nella produzione;
- ② **Produttività totale** o globale dei fattori, data dal rapporto fra il valore della produzione e il valore dei fattori impiegati nel processo produttivo



Notazione

4.7 Prod. Parziale e Totale

Prof. L. Neri

Le misure di produttività

Indici di
produttività
parziale
Indici di
produttività
totale

Confronti di produttività

Riferimenti bibliografici

Indichiamo rispettivamente con:

- Y il valore o la produzione realizzata
- L il valore o la quantità di lavoro impiegato nella produzione
- K il valore o la quantità di capitale impiegato nella produzione



Indice di produttività parziale del lavoro

4.7 Prod. Parziale e Totale

Prof. L. Neri

Le misure di
produttività

Indici di
produttività
parziale

Indici di
produttività
totale

Confronti di
produttività

Riferimenti
bibliografici

L' indice di produttività parziale del lavoro è dato da:

$$P_L = \frac{Y}{L}$$

Il confronto nel tempo tra l'anno corrente t e un anno base indicato con s (in genere l'anno precedente) può essere fatto ricorrendo all'indice della variazione della produttività parziale del lavoro

$$\frac{Y_t / Y_s}{L_t / L_s} = \frac{Y_t}{Y_s} / \frac{L_t}{L_s} = \frac{IY_{(s,t)}}{IL_{(s,t)}}$$



Indice di produttività parziale del capitale

4.7 Prod. Parziale e Totale

Prof. L. Neri

Le misure di
produttività

Indici di
produttività
parziale

Indici di
produttività
totale

Confronti di
produttività

Riferimenti
bibliografici

L' indice di produttività parziale del capitale è dato da:

$$P_K = \frac{Y}{K}$$

Il confronto nel tempo tra l'anno corrente t e un anno base indicato con s (in genere l'anno precedente) può essere fatto ricorrendo all'indice della variazione della produttività parziale del capitale

$$\frac{Y_t / K_t}{Y_s / K_s} = \frac{Y_t}{Y_s} / \frac{K_t}{K_s} = \frac{IY_{(s,t)}}{IK_{(s,t)}}$$



Esempio

4.7 Prod. Parziale e Totale

Prof. L. Neri

Le misure di
produttività

Indici di
produttività
parziale

Indici di
produttività
totale

Confronti di
produttività

Riferimenti
bibliografici

Supponiamo un processo aziendale X che produce un dato prodotto e che la distanza tra s e t sia di 2 anni. Procediamo al calcolo della variazione della produttività del lavoro e del capitale nei 2 anni

DATI	s	t
quant. prodotte	21.5	24.6
num.addetti (1)	75	80
ore lavorate per addetto(2)	1772	1760
(1)*(2)=ore lavorate	132900	140800
ore macchina	8500	9100



Esempio

4.7 Prod. Parziale e Totale

Prof. L. Neri

Le misure di produttività

Indici di produttività parziale

Indici di produttività totale

Confronti di produttività

Riferimenti bibliografici

$$IY(s, t) = \frac{Y_t}{Y_s} = \frac{24.6}{21.5} = 1.442$$

quindi tra l'anno s e t la produzione è aumentata dell'44.2%.

Procediamo quindi al calcolo della variazione della produttività del lavoro da s a t .

$$IL(s, t) = \frac{L_t}{L_s} = \frac{140800}{132900} = 1.0594$$

Procediamo quindi al calcolo della variazione della produttività del lavoro da s a t .

$$\frac{IY(s, t)}{IL(s, t)} = \frac{1.442}{1.0594} = 1.36$$

Si è quindi avuto, nei due anni, un aumento della produttività del lavoro del 36%.

In modo analogo si calcola la variazione della produttività del capitale (+ 34.7%).



Osservazione

4.7 Prod. Parziale e Totale

Prof. L. Neri

Le misure di
produttività

Indici di
produttività
parziale

Indici di
produttività
totale

Confronti di
produttività

Riferimenti
bibliografici

Per un'azienda monoprodotta gli indici di produttività sono espressi da rapporti in cui il numeratore è Y espresso in termini di quantità di prodotto. Questo consente di esprimere la produttività in termini fisici, tale misura risulta particolarmente accurata e quindi consente di fare confronti significativi nel tempo o con altre aziende che producono lo stesso prodotto.



Per le imprese multi-output

4.7 Prod. Parziale e Totale

Prof. L. Neri

Le misure di
produttività

Indici di
produttività
parziale

Indici di
produttività
totale

Confronti di
produttività

Riferimenti
bibliografici

Nel caso di processi *multi-output* occorre preliminarmente procedere all'aggregazione degli output con l'utilizzo di indici complessi delle quantità. L'indice delle variazioni dell'output dov'essere calcolato al netto delle variazioni dei prezzi, utilizzando per esempio l'indice di Laysperes delle quantità. Indicando con l'indice h il h -esimo output ($h = 1 \dots N$)

$$IY_{(s,t)} = \sum_{h=1}^N \frac{P_{hs}q_{ht}}{P_{hs}q_{hs}}$$

che può essere espresso anche come media ponderata degli indici semplici delle quantità

$$IY_{(s,t)} = \sum_{h=1}^N \frac{q_{ht}}{q_{hs}} w_{hs}$$

dove

$$w_{hs} = \frac{P_{hs}q_{hs}}{\sum_h P_{hs}q_{hs}}$$



Esempio empirico

4.7 Prod.
Parziale e
Totale

Prof. L. Neri

Le misure di
produttività

Indici di
produttività
parziale
Indici di
produttività
totale

Confronti di
produttività

Riferimenti
bibliografici

Supponiamo a titolo esemplificativo che processo aziendale X produca due prodotti A e B. Procediamo al calcolo della variazione della produttività del lavoro.

Grandezze	anno s	anno t
prodotto A		
quantità prodotte (migliaia)	21.5	24.6
prezzo unitario (euro)	360	400
prodotto B		
quantità prodotte (migliaia)	14.6	14.0
prezzo unitario (euro)	270	275
numero addetti (1)	75	80
ore di lavoro annue per addetto (2)	1772	1760
ore lavoro=(1)*(2)	132900	140800
ore macchina	8500	9100



Esempio empirico

4.7 Prod. Parziale e Totale

Prof. L. Neri

Le misure di produttività

Indici di produttività parziale
Indici di produttività totale

Confronti di produttività

Riferimenti bibliografici

In primo luogo dobbiamo aggregare gli output per ottenere $IY_{(s,t)}$

Tabella 1

prodotti		anno s	anno t	$\frac{q_{ht}}{q_{hs}}$	$p_{hs}q_{hs}$	w_{hs}	$\frac{q_{ht}}{q_{hs}} w_{hs}$
A	q	21.5	24.6	1.1442	7740	0.6626	0.7581
	p	360	400				
B	q	14.6	14.0	0.9589	3942	0.3374	0.3236
	p	270	275				
Totale					11682	1	1.0817

$IY_{(s,t)} = 1.0817$ quindi la produzione è aumentata dell'8.17%.

La variazione dell'input di lavoro è data da

$$IL_{(s,t)} = (80 * 1760) / (75 * 1772) = 1.0594.$$



Esempio: produttività lavoro

4.7 Prod. Parziale e Totale

Prof. L. Neri

Le misure di
produttività

Indici di
produttività
parziale

Indici di
produttività
totale

Confronti di
produttività

Riferimenti
bibliografici

Procediamo quindi al calcolo della variazione della produttività del lavoro da s a t .

$$\frac{IY_{(s,t)}}{IL_{(s,t)}} = \frac{1.0817}{1.0594} = 1.021$$

Si è quindi avuto, nei due anni, un aumento della produttività del lavoro del 2.1%.



Esempio

4.7 Prod. Parziale e Totale

Prof. L. Neri

Le misure di
produttività

Indici di
produttività
parziale

Indici di
produttività
totale

Confronti di
produttività

Riferimenti
bibliografici

Procediamo quindi al calcolo della variazione della produttività del capitale da s a t .

$$\frac{IY_{(s,t)}}{IK_{(s,t)}} = \frac{1.0817}{1.0706} = 1.0792$$

dove $IK_{(s,t)} = 9100/8500 = 1.0706$.

Nei due anni si è quindi avuto un aumento della produttività del capitale del 7.9%.



Considerazioni finali

4.7 Prod. Parziale e Totale

Prof. L. Neri

Le misure di
produttività

Indici di
produttività
parziale

Indici di
produttività
totale

Confronti di
produttività

Riferimenti
bibliografici

Si potrebbe ampliare la trattazione facendo delle considerazioni sulle variazioni di qualità dell'output, degli input e del capitale che potrebbero comportare dei cambiamenti nei risultati ottenuti per la produttività parziale del lavoro e del capitale, ma tale discussione non viene affrontata in questo corso.



Indici di produttività totale

4.7 Prod. Parziale e Totale

Prof. L. Neri

Le misure di
produttività

Indici di
produttività
parziale

Indici di
produttività
totale

Confronti di
produttività

Riferimenti
bibliografici

Un generico indice di produttività globale o totale dei fattori (PTF) è definito come rapporto tra l'output Y ed il complesso degli input impiegati nella produzione considerati congiuntamente, quindi:

$$P_G = \frac{Y}{g(f_i)}$$

dove f_i rappresenta il generico fattore (input) alla produzione ($i = 1, \dots, M$) e $g(\cdot)$ è una funzione che aggrega gli input.



Indici di produttività totale

4.7 Prod. Parziale e Totale

Prof. L. Neri

Le misure di
produttività

Indici di
produttività
parziale

Indici di
produttività
totale

Confronti di
produttività

Riferimenti
bibliografici

Se si indica con $If_i = f_{it}/f_{is}$ l'indice della variazione dell'input i dal periodo s al periodo t , il corrispondente indice della variazione della produttività globale può essere scritto come

$$IP_{G(s,t)} = \frac{IY_{(s,t)}}{IF_{(s,t)}}$$

dove $g(If_i) = IF_{(s,t)}$ è una misura della variazione dell'insieme degli input.



Indici di produttività totale (cenno)

4.7 Prod.
Parziale e
Totale

Prof. L. Neri

Le misure di
produttività

Indici di
produttività
parziale

Indici di
produttività
totale

Confronti di
produttività

Riferimenti
bibliografici

Da notare che:

- la scelta della funzione di aggregazione condiziona la misura di produttività
- la funzione di aggregazione fa solitamente riferimento alla funzione di produzione che lega gli output agli input
- in pratica, si utilizza come criterio di aggregazione una media aritmetica ponderata, con pesi uguali alla rispettiva quota sul costo complessivo degli input al tempo base



Confronti di produttività multiperiodali

4.7 Prod. Parziale e Totale

Prof. L. Neri

Le misure di produttività

Indici di
produttività
parziale
Indici di
produttività
totale

Confronti di produttività

Riferimenti bibliografici

E' importante sottolineare che nella trattazione abbiamo implicitamente assunto che s e t fossero due tempi successivi. Nel caso di confronti multiperiodali, il principale limite degli indici a base fissa è la perdita di rappresentatività del sistema di ponderazione, che diventa sempre più rilevante, man mano che ci si allontana dal periodo base (cambiamenti che si verificano sia nelle quantità prodotte che nei prezzi). Per ovviare a questa perdita di rappresentatività ovvero al cosiddetto "logoramento della base", si può ricorrere agli indici a catena. La definizione di un indice a catena è:

$$I_{(0,t)} = I_{(0,1)}I_{(1,2)}\dots I_{(t-1,t)}$$

dove l è un numero indice complesso qualsiasi.



Confronti di produttività multiperiodali

4.7 Prod. Parziale e Totale

Prof. L. Neri

Le misure di produttività

Indici di
produttività
parziale
Indici di
produttività
totale

Confronti di produttività

Riferimenti
bibliografici

Per ovviare a questa perdita di rappresentatività ovvero al cosiddetto logoramento della base, si può ricorrere agli indici a catena. In pratica si calcolano gli indici di variazione delle quantità (input e output) di ogni anno rispetto al precedente e di combinarli in modo opportuno per ottenerne le misure di variazione per l'intero periodo.

La definizione di un indice a catena è:

$$I_{(0,t)} = I_{(0,1)}I_{(1,2)}\dots I_{(t-1,t)}$$



Confronti di produttività multiperiodali

4.7 Prod. Parziale e Totale

Prof. L. Neri

Le misure di produttività

Indici di produttività parziale
Indici di produttività totale

Confronti di produttività

Riferimenti bibliografici

Solitamente l'approccio utilizzato si avvale ancora di indici di tipo Laspeyres. Quindi, per esempio, l'indice a catena di Laspeyres dell'output dal tempo 0 a 2 è dato da

$$IY^L_{(0,2)} = IY_{(0,1)} IY_{(1,2)}$$

mentre il corrispondente indice della variazione degli input è:

$$IF^L_{(0,2)} = IF_{(0,1)} IF_{(1,2)}$$

Pertanto l'*indice concatenato della variazione della produttività totale*, periodo 0-2, è:

$$IG^L_{(0,2)} = \frac{IY^L_{(0,2)}}{IF^L_{(0,2)}} = \frac{IY^L_{(0,1)}}{IF^L_{(0,1)}} \frac{IY^L_{(1,2)}}{IF^L_{(1,2)}} = IG_{(0,1)} IG_{(1,2)}$$



Confronti di produttività tra aziende

4.7 Prod. Parziale e Totale

Prof. L. Neri

Le misure di produttività

Indici di
produttività
parziale
Indici di
produttività
totale

Confronti di produttività

Riferimenti bibliografici

Alcuni indici di produttività parziale e globale possono essere utilizzati per i confronti di produttività nello spazio, ovvero per misurare i divari di produttività tra aziende diverse osservate con riferimento allo stesso periodo di tempo.

Se con s e t indichiamo due aziende che in un dato periodo producono le stesse tipologie di output impiegando le stesse tipologie di input, gli indici visti ci forniscono misure dei divari di produttività parziale e totale dell'azienda t rispetto all'azienda s scelta come base.

Tuttavia per far sì che i confronti siano indipendenti dalla scelta della base occorre che gli indici utilizzati godano di opportune proprietà formali.



Confronti di produttività tra due aziende

4.7 Prod. Parziale e Totale

Prof. L. Neri

Le misure di produttività

Indici di
produttività
parziale
Indici di
produttività
totale

Confronti di produttività

Riferimenti
bibliografici

Per i confronti binari la proprietà necessaria è quella di reversibilità delle basi. Solo se vale tale proprietà il confronto sarà univoco, nel senso che, se la produttività dell'azienda t risulta doppia di quella dell'azienda s (scelta come base), utilizzando lo stesso indice, ma prendendo come base t si otterrà un indice di produttività di s rispetto a t pari a 0.5. Tale necessità esclude l'utilizzo dell'indice di Laspeyres per i confronti binari tra aziende, si devono utilizzare altri indici, come l'indice di Tornqvist, che gode della proprietà di reversibilità delle basi. Si veda l'esempio a pag. 342 del testo in bibliografia.



Confronti di produttività multilaterali

4.7 Prod. Parziale e Totale

Prof. L. Neri

Le misure di produttività

Indici di
produttività
parziale
Indici di
produttività
totale

Confronti di produttività

Riferimenti bibliografici

Nel caso di confronti multilaterali è necessario che gli indici soddisfino, oltre che la proprietà di reversibilità delle basi, anche quella di transitività delle basi. Tale proprietà non è soddisfatta da nessuno dei numeri indici più comuni, occorre pertanto una metodologia di costruzione dell'indice ad hoc che esula dal programma del corso.



4.7 Prod.
Parziale e
Totale

Prof. L. Neri

Le misure di
produttività

Indici di
produttività
parziale
Indici di
produttività
totale

Confronti di
produttività

Riferimenti
bibliografici



Bracalente B., Cossignani M., Mulas A., 2009, Statistica Aziendale, McGraw-Hill.