L'impresa che ha potere di mercato
Appendice al capitolo 7

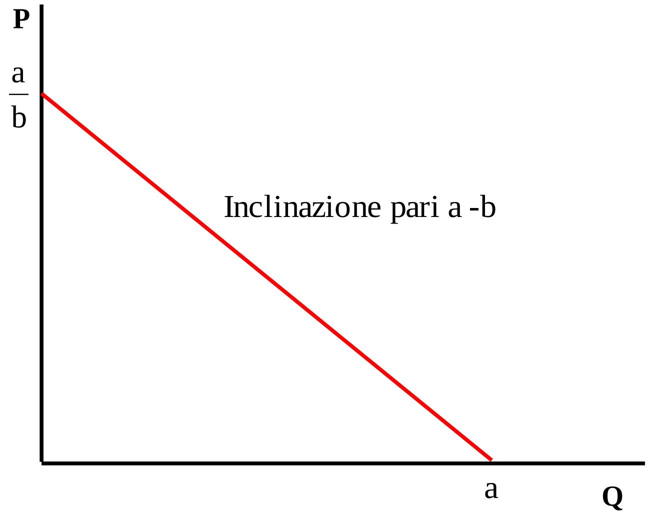
Funzione di domanda

Immaginiamo che la domanda di mercato di un bene sia una semplice funzione lineare del tipo

$Q = a - b\,P$ ➔ che dice quale sarà la quantità domandata dai consumatori per ogni livello del prezzo

la funzione di domanda inversa non potrà che essere

$P = \frac{a}{b} - \frac{1}{b}Q$ ➔ che dice quale sarà la il prezzo massimo (il prezzo di riserva) che i consumatori saranno disposti a pagare per acquisire una determinata quantità di prodotto



Profitto dell'impresa

$\pi(Q) = P(Q)Q - TC(Q)$ ➔ il profitto è pari al ricavo totale (TR) meno il costo totale (TC) dove sia il ricavo che il costo sono funzioni della quantità prodotta
Anche P è funzione di Q via la funzione inversa di domanda.
Quindi la funzione del profitto così scritta incorpora anche il vincolo rappresentato dalla funzione di domanda

Obiettivo dell'impresa ➔ ottenere il massimo profitto.

Se l'impresa produce un bene differenziato con delle caratteristiche particolari e diverse rispetto ai beni prodotti dalle altre imprese, allora avrà di fronte l'intera domanda di mercato.

Variabile decisionale ➔ la quantità prodotta

Scelta ottima ➔ la quantità di prodotto che permette di ottenere il massimo profitto

FOC ➔ $\frac{d\pi}{dQ} = 0$

$\frac{d\pi}{dQ} = \frac{dTR}{dQ} - \frac{dTC}{dQ}$ ➔ MR=MC ➔ Ricavo Marginale = Costo Marginale

La regola di comportamento per un'impresa che abbia come obiettivo la massimizzazione del profitto è quella di espandere la produzione fino al punto nel quale il ricavo marginale è uguale al costo marginale:

$$MR = MC$$

L'intuizione economica della regola è semplice: se MR > MC l'impresa non sta massimizzando il profitto e un incremento della quantità prodotta porterebbe ad un incremento dei ricavi (MR) superiore all'aumento dei costi (MC); di conseguenza, se l'impresa aumenta la produzione accresce i profitti. Al contrario se MR < MC, una contrazione della produzione porterebbe ad una contrazione dei costi maggiore della diminuzione dei ricavi con conseguente aumento dei profitti.

Quando l'impresa eguaglia ricavi e costi al margine, non è più in grado di migliorare la sua situazione, ovvero di aumentare i profitti, modificando il valore della variabile strumentale che controlla, il livello di produzione ed è quindi nella sua condizione di ottimo.

- La regola non è altro che l'applicazione del **principio generale**: è razionale portare avanti un'attività fino al punto nel quale i benefici marginali, ovvero l'aumento del beneficio che il soggetto trae dall'ulteriore espansione dell'attività, sono uguali ai costi marginale di tale attività, ovvero all'incremento dei costi che deve sopportare per espandere l'attività. In altre parole è razionale eguagliare al margine i costi e i benefici di una specifica attività.
- Occorre notare che la condizione restituisce il livello di produzione che genera il massimo profitto **senza garantire, tuttavia, che il profitto sia anche positivo**. Se il profitto è negativo, è evidente che nel lungo periodo la scelta ottima per l'impresa sarà quella di produrre zero[1]. Nel breve periodo, vi possono essere delle condizioni che presenteremo nel corso dell'analisi dei vari mercati, nelle quali il miglior livello produttivo possibile rappresenta una scelta inferiore a quella di non produrre alcunché.
- Anche per livelli positivi di profitto, occorre ricordare che la regola enuncia una **condizione necessaria** ma **non sufficiente**. La ragione è semplice: essa è stata ricavata dalla condizione del primo ordine del problema di massimizzazione: per avere la certezza di aver individuato un punto di massimo profitto dobbiamo anche verificare la condizione del **secondo ordine**; essa vuole che nel punto di massimo la derivata seconda della funzione del profitto sia negativa: ovvero quando la derivata del costo marginale è maggiore della derivata del ricavo marginale [2]. Graficamente ciò implica che la curva del costo marginale debba intersecare la curva del ricavo marginale dal basso.

Il ricavo marginale

Il ricavo marginale è la variazione del ricavo totale, ossia dell'introito monetario percepito dall'impresa, in seguito ad una variazione infinitesima della quantità prodotta. Dice all'impresa come varierà il suo ricavo in seguito ad una variazione al margine della quantità prodotta. In termini finiti ci dice come varia il ricavo se l'impresa varia di un'unità la quantità prodotta.

E' anche la derivata, rispetto a Q, della funzione del ricavo totale.

$\frac{dTR}{dQ} = \frac{dP(Q)Q}{dQ} = \frac{dP}{dQ}Q + \frac{dQ}{dQ}P = \frac{dP(Q)}{dQ}Q + P$ (abbiamo applicato la regola di derivazione di un prodotto)

La derivata del ricavo totale ci permette di capire come varia il ricavo al variare della quantità prodotta. Essa è la somma algebrica di due componenti.

[1] Nel lungo periodo, quando esistono solo costi variabili, il profitto in caso di produzione nulla sarà zero: un risultato migliore di quello che si potrebbe conseguire producendo una qualsiasi quantità di output.

[2] Infatti, la condizione del secondo ordine vuole che $\frac{d^2\pi}{dq^2} = \frac{d^2TR}{dq^2} - \frac{d^2TC}{dq^2} = \frac{dMR}{dq} - \frac{dMC}{dq} < 0$

- La prima componente ($\frac{dP(Q)}{dQ}Q$) **ha un segno negativo**, ovvero si muove nella direzione opposta a quella della variazione della quantità (questo perché la funzione di domanda è inclinata negativamente $\frac{dP(Q)}{dQ} < 0$).
- La seconda (P) ci dice che se, poniamo, la quantità prodotta aumenta di unità infinitesima, il ricavo aumenta di un ammontare pari al ricavo ottenibile dalla vendita di quella unità aggiuntiva; **questo effetto è sicuramente positivo**, ovvero il ricavo si muove nella stessa direzione della variazione della quantità prodotta

La matematica non fa altro che confermare l'intuizione logica: una quantità venduta in più è da una parte una buona notizia (aumenta il fatturato), dall'altra una cattiva notizia, se dobbiamo accettare, come nel caso in questione, una diminuzione del prezzo che si rifletterà su tutte le unità vendute (e questo fa diminuire il fatturato)
Per sapere cosa succederà al ricavo totale quanto aumenta la quantità occorre vedere quale fra questi due effetti prevarrà.

Proviamo a riscrivere la funzione di prima

$$\frac{dTR}{dQ} = P\left(\frac{dP}{dQ}\frac{Q}{P} + 1\right)$$

ora notiamo che

$\frac{dP}{dQ}\frac{Q}{p} = \frac{1}{\eta}$ dove η è l'elasticità della domanda al prezzo.

Sicché possiamo riscrivere il ricavo marginale come

$MR = P\left(1 - \frac{1}{|\eta|}\right)$ abbiamo messo un meno davanti all'elasticità perché visto che è un valore negativo ne consideriamo solo il valore assoluto.

Ora è chiaro che il ricavo marginale dipende in modo decisivo dal valore dell'elasticità della domanda al prezzo: se l'elasticità è maggiore di uno è positivo mentre assume un valore negativo se l'elasticità è inferiore all'unità.

$\eta < 1$	domanda inelastica	ricavo marginale negativo	il ricavo diminuisce se aumenta a produzione
$\eta > 1$	domanda elastica	ricavo marginale positivo	il ricavo aumenta se aumenta a produzione

Si può vedere, infatti, che nel primo caso (figura 1) il valore dell'elasticità è maggiore di 1 (pari a 2.33) mentre nel secondo caso (figura 2) è minore di uno (pari a 0.42) [3]. A lettore lasciamo la verifica che nel caso in cui l'impresa dovesse aumentare la produzione passando da 6 a 4 avrebbe una variazione nulla del ricavo visto che l'elasticità in questo tratto di curva sarebbe esattamente pari ad uno.

[3] La formula che abbiamo adottato per calcolare l'elasticità è quella nota come elasticità ad arco che permette di valutare l'elasticità su un tratto discreto della curva di domanda; l'elasticità ad arco è definita come $\hat{\eta} = \frac{\Delta Q/[(Q_A + Q_B)/2]}{\Delta P/[(P_A + P_B)/2]}$.

Figura 1
Ricavo marginale positivo

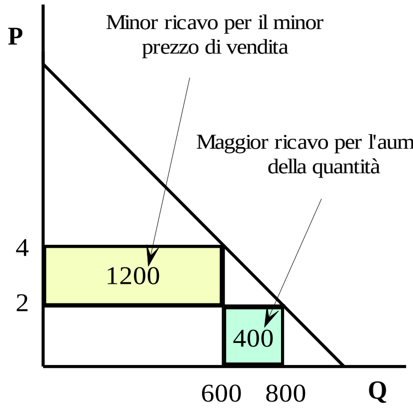
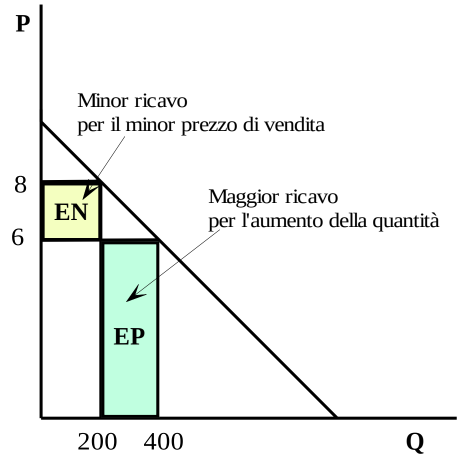


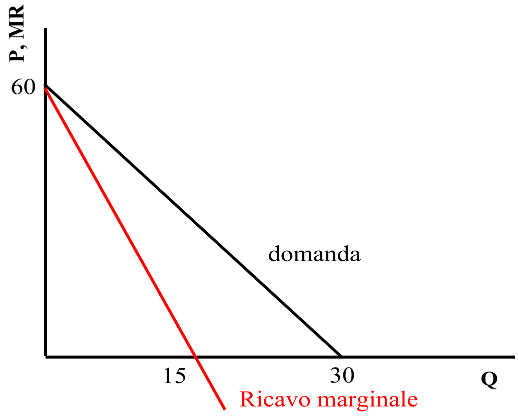
Figura 2
Ricavo marginale negativo



Ricavo marginale con funzione di domanda lineare.

Se la funzione di domanda è lineare il calcolo del MR è particolarmente semplice.
Se la funzione di domanda (inversa) è lineare allora avrà una forma generica del tipo $P = c - dQ$ e quindi il ricavo totale (PQ) sarà uguale a $TR = cQ - dQ^2$, la cui derivata (il ricavo marginale) sarà $MR = c - 2dQ$.
La retta di domanda e quella del ricavo marginale avranno la stessa intercetta verticale (a), mentre la retta del ricavo marginale intersecherà l'asse orizzontale a $\frac{1}{2}\frac{c}{d}$ mentre la retta di domanda a $\frac{a}{b}$.

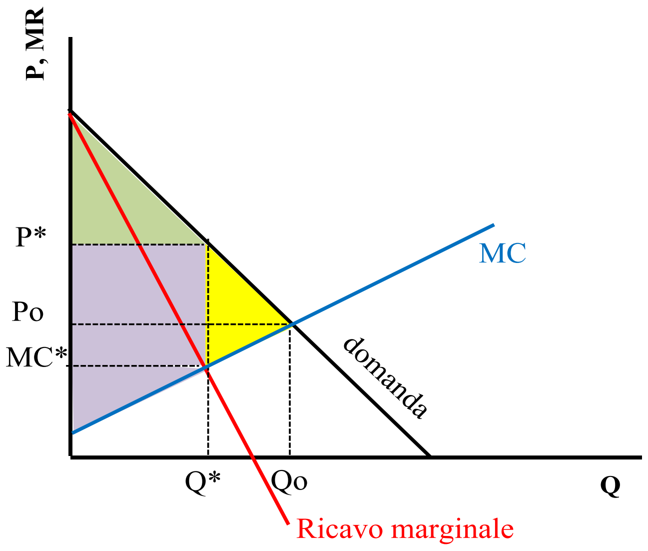
Nel caso del diagramma
c = 60 e d = 2, per cui l'equazione della retta del ricavo marginale è
MR = 60 - 4 Q



L’equilibrio dell’impresa

L’ottima quantità prodotta sarà quella per la quale il ricavo marginale è uguale al costo marginale. Graficamente l’equilibrio è definito nel grafico seguente

- la quantità ottima Q* è quella per la quale MC=MR,
- il prezzo ottimo (P*) lo leggiamo sulla curva di domanda,
- Qo è la quantità socialmente ottima, ovvero quella che esaurisce tutti i possibili guadagni dello scambio (il prezzo è uguale al costo marginale)
- il margine di profitto è P*-MC,
- il surplus dell'impresa è pari all'area violetta,
- il surplus dei consumatori è pari all'area verdina,
- l'area gialla è quella che misura la perdita netta del monopolio.



Se la funzione di domanda fosse quella vista in precedenza
P = 60 – 2 Q e quindi MR=60 – 4 Q

e l'equazione del costo totale fosse $TC = 105 + 7.5Q + 0.5\,Q^2$

allora il costo marginale che è la derivata rispetto a q sarebbe MC= 7.5 + Q

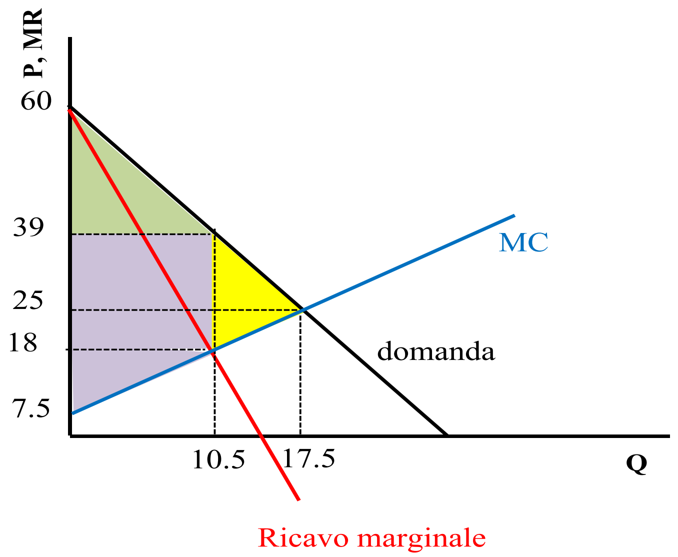
In equilibrio:

60 – 4 Q = 7.5 + Q ➔ Q=10.5 e P* = 60 - 2*10.5 = 39, MC*= 7.5 + 10.5 = 18

Qo si trova eguagliando il prezzo al costo marginale

60 – 2 Q = 7.5 + Q ➔ Q=17.5 e Po = 60 - 2*17.5 = 25, MCo = 7.5+17.5= 25

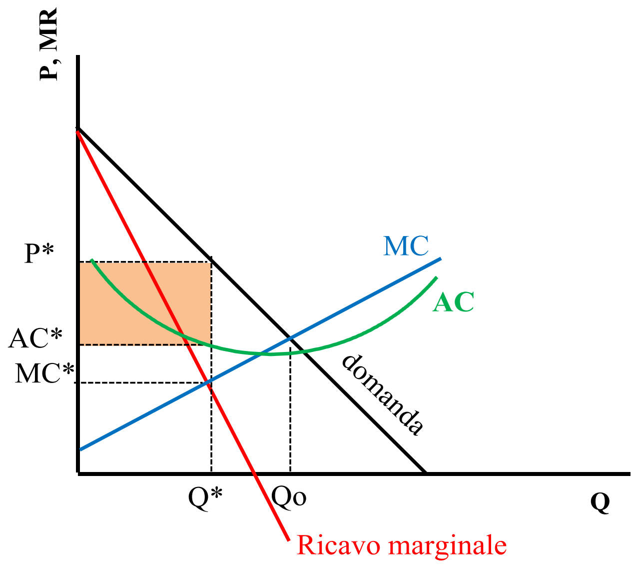
- il surplus dell'impresa è pari all'area violetta:
- $\frac{(39-18)+(39-7.5)10.5}{2} = 275.625$
- il surplus dei consumatori è pari all'area verdina:
- $\frac{(60-39)10.5}{2} = 110.25$
- la perdita sociale è pari all'area gialla
- $\frac{(39-18)(17.5-10.5)}{2} = 73.5$



Se volessimo poi conoscere il profitto dell'impresa dovremmo aggiungere al grafico anche la curva del costo medio

L'area colorata corrisponde al profitto dell'impresa.

L'area del rettangolo sarà pari a (P*-AC*) Q* che è proprio la nostra definizione di profitto.



La funzione del costo totale è

$TC = 105 + 7.5Q + 0.5\,Q^2$

Per cui la funzione del costo medio è

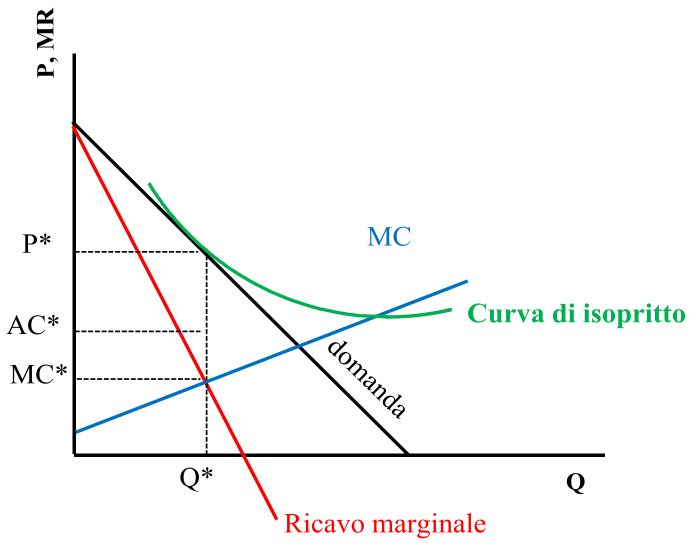
$AC = \frac{TC}{Q} = \frac{105}{Q} + 7.5 + 0.5Q$

$$AC(Q *= 10.5) = \frac{TC}{10.5} = \frac{105}{10.5} + 7.5 + \frac{10.5}{2} = 10 + 7.5 + 5.25 = 22.75$$

$\pi = (39 - 22.75)10.5 = 170.625$

Le curve di isoprofitto

Se adottiamo l'approccio seguito nel testo al capitolo 7 (figura 8), sappiamo che l'equilibrio vi sarà quando l'impresa sceglierà la più alta curva di isoprofitto data la funzione di domanda come mostrato nella figura che segue. In questo punto la pendenza della curva di isoprofitto è uguale alla pendenza della funzione di domanda



La condizione di equilibrio è quindi (vedi le slide)

$$\frac{MC - P}{Q} = f'(Q)$$

Già nel Leibniz 13 è mostrato come i due approcci portino, ovviamente, alla stessa conclusione. Vediamo di verificarlo nel nostro esempio-

Dato che la funzione di domada è

$$P = 60 - 2Q$$

la derivata è semplicemente -2

Sostituendo nella condizione di equilibrio MC=7.5+Q e P=60-2Q otteniamo

$$\frac{7.5+Q-60+2Q}{Q} = -2 \;\Rightarrow\; -52.5 + 3Q = -2Q \;\Rightarrow\; Q = \frac{52.5}{5} = 10.5$$

Quindi il risultato è identico nei due approcci.

Come si calcola l'elasticità in una funzione di domanda lineare

Abbiamo visto che l'elasticità è il rapporto fra la variazione proporzionale della quantità e la variazione proporzionale del prezzo

$$\eta = \frac{variazione\ proporzionale\ della\ quantut\text{à}}{variazione\ porzionale\ del\ prezzo} = \frac{\Delta Q/_{Q}}{\Delta P/_{P}} = \frac{\Delta Q}{\Delta P}\frac{P}{Q}$$

in termini di variazioni infinitesime $\eta = \frac{dQ}{dP}\frac{P}{Q}$

Se la funzione di domanda (inversa) fosse P = 60 – 2 Q, e quindi la funzione di domanda
➔ Q = 30 – 0.5 P
l'elasticità sarebbe pari a $\eta = -0.5\frac{P}{Q}$. Quindi l'elasticità varia da - ∞ quando Q → 0 a zero quando P = 0.
Se per esempio volessi, sapere il valore dell'elasticità, nel punto di equilibrio precedentemente considerato avremmo:

$$\eta = -0.5\frac{39}{10.5} \sim -1.8$$

Non è un caso che l'elasticità sia maggiore di uno, ovvero che l'equilibrio cada sul tratto elastico della curva di domanda. Infatti se η < 1 il ricavo marginale sarebbe minore di zero:

$$MR = P\left(1 - \frac{1}{|\eta|}\right)$$

Per aversi equilibrio anche il costo marginale dovrebbe essere negativo, cosa questa priva di senso.

E infatti evidente che se MR < 0 vorrebbe dire che una diminuzione della produzione (che diminuisce ovviamente i costi variabili) aumenterebbe il ricavo, aumentando così i profitti. Quindi l'impresa avrebbe l'incentivo ad diminuire la produzione.
Se MR<0 l'impresa non sta massimizzando i profitti e quindi non possiamo mai essere in equilibrio.

Esempi numerici

Franco e Mario

Franco e Mario sono due gemelli imprenditori. E come tutti gli imprenditori, possiedono e gestiscono imprese; entrambe producono ciambelloni da prima colazione, modello classico con buco in mezzo; la ricetta è della loro mamma: Piera, la pasticciera.
Franco è rimasto nel paesello natio, mentre Mario è andato a vivere in un'altra regione.
All'inizio producono lo stesso ciambellone rispettando la ricetta della mamma.
Nell'ipotesi che le due regioni abbiano la stessa popolazione e i consumatori gli stessi gusti, fronteggeranno la stessa domanda e che i mercati delle due regioni sono separati a causa dei costi di trasporto. La domanda del ciambellone classico è

$P = 250 – Q$

I costi di produzione sono $TC=120 + 10\,Q + Q^2$

La condizione di equilibrio vuole che MC=MR

$$\mathrm{MC} = \frac{\mathrm{dTC}}{\mathrm{dQ}} = 10 + 2\mathrm{Q}$$

$$\mathrm{MR} = 250 - 2\mathrm{Q}$$

MC=MR ➔ $10 + 2\mathrm{Q} = 250 - 2\mathrm{Q}$ ➔ $\mathrm{Q} = \frac{240}{4} = 60$ e $\mathrm{P} = 250 - 60 = 190$

$$\pi = 190 * 60 - 120 - 10 * 60 - (60)^2 = 7080$$

L'elasticità nel punto di massimo profitto sarà pari a $\eta = -1\frac{190}{60} \sim -3.17$

Il costo Marginale nel punto di equilibrio è $\mathrm{MC} = \frac{\mathrm{dTC}}{\mathrm{dQ}} = 10 + 2 * 60 = 130$

Il mark-up dell'impresa è $\frac{P-MC}{P} = \frac{1}{|\eta|} \to \frac{190-130}{190} \sim 0.31 = \frac{1}{3.17}$.

In termini percentuali il mark-up è pari a circa il 31%. Ovvero le due imprese gemelle riescono a strappare un prezzo di vendita che supera di più del 30% il costo marginale di produzione.

Tutte le variabili rilevanti sono uguali per i due fratelli e quindi anche le loro imprese sono gemelle.

Mario innova

Un giorno Mario decidere di cambiare prodotto. Basta con il ciambellone tradizionale. Ci sono già tante imprese, suo fratello compreso che fanno ciambelloni tutti uguali, lui adesso farà ciambellani al cioccolato.

Il ciambellone al cioccolato è un grande successo. E' l'unico ciambellone diverso, e non ha sostituti diretti. Immaginiamo che il ciambellone al cioccolato comporti gli stessi costi del ciambellone normale.

Ora la domanda che Mario ha di fronte è

P = 360 – 2.5 Q.

$MR = 250 - 5Q$

MC=MR ➔ $10 + 2Q = 360 - 5Q$ ➔ $Q = \frac{350}{7} = 50$

P = 360 – 2.5 * 50 = 360 – 125 = 235

$\pi = 235 * 50 - 120 - 10 * 50 - (50)^2 = 8630$

La funzione di domanda è $Q = 144 - \frac{1}{2.5}$

L'elasticità nel punto di massimo profitto sarà pari a $\eta = -\frac{1}{2.5}\frac{235}{50} \sim -1.8$

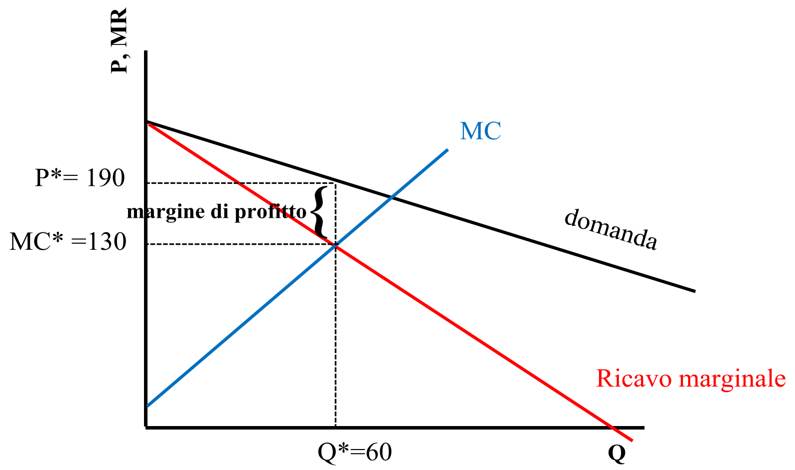
Il costo Marginale nel punto di equilibrio è $MC = \frac{dTC}{dQ} = 10 + 2 * 50 = 120$

Il mark-up dell'impresa è $\frac{P-MC}{P} = \frac{1}{|\eta|} \rightarrow \frac{235-120}{235} \sim 0.5 = \frac{1}{1.8}$

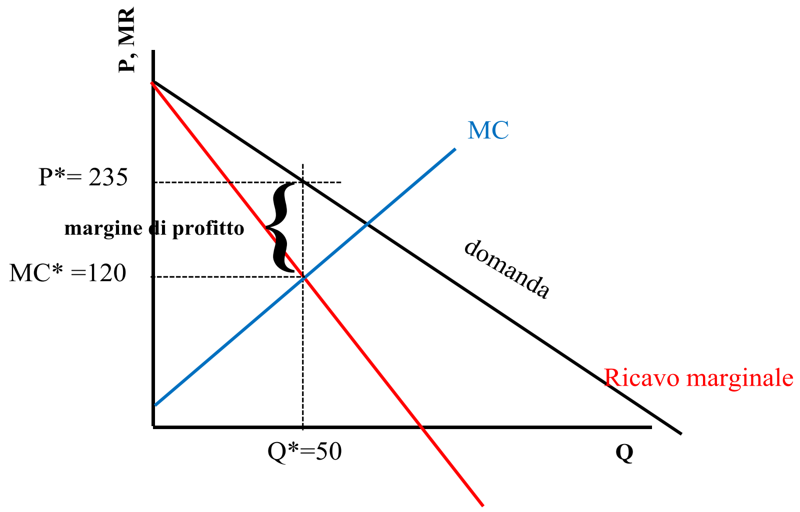
Ora il mark-up dell'impresa è salito al 50%

Grazie all'innovazione del cioccolato, Mario è riuscito ad aumentare il profitto, il margine di profitto e il mark-up. L'elasticità è ora minore perché il ciambellone al cioccolato non ha nessun sostituto diretto e diversi sostituti però alla lontana (il ciambellone normale).

Prima dell'innovazione



Dopo l'innovazione del ciambellone al cioccolato



Tonino

Nel paese di Vattelappesca c'è solo il bar di Tonino che vende esclusivamente caffè. La funzione di domanda del caffè è $Q^d = 390 - 3p$. Il bar ha una funzione del costo totale pari a TC= 1200 + 70 q. I prezzi sono espressi in centesimi di euro.

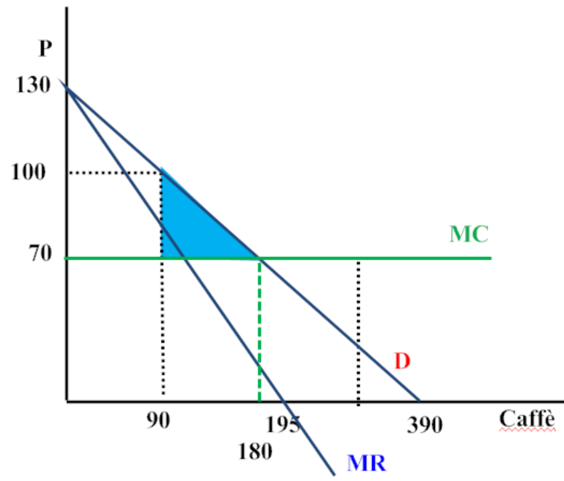
1) Calcolare l'ottima quantità di caffè prodotta dal nostro bar e il profitto del barista.

2) Calcolare la perdita netta del monopolio.

L'ottima quantità di caffè prodotta è quella quantità che permette al bar di ottenere il massimo profitto.
La condizione di massimo profitto del monopolista è MC=MR.

MC = 70

Visto che la funzione di domanda è lineare, noi sappiamo che la funzione del MR avrà la stessa intercetta verticale della funzione di domanda inversa e il doppio di inclinazione.



La funzione di domanda inversa è

$$p = \frac{390}{3} - \frac{1}{3}Q = 130 - \frac{1}{3}Q$$

Il MR sarà quindi

$$MR = 130 - \frac{2}{3}Q$$

La condizione di equilibrio quindi è

$70 = 130 - \frac{2}{3}Q \Rightarrow \frac{2}{3}Q = 130 - 70 \Rightarrow Q = \frac{3}{2}60 = 90 \Rightarrow$ quantità che massimizza il profitto.

$p = 130 - \frac{1}{3}90 = 100 \Rightarrow$ prezzo del caffè in centesimi.

Il profitto del bar sarà

$$\pi = TR - TC = 100(90) - FC - 70(90) = (100 - 70)90 - FC = 2700 - 1200 = 1500$$

La perdita netta del monopolio è graficamente rappresentata dall'area celeste nella figura. Essa equivale

- ✓ alla perdita di benessere dovuta a tutti quegli scambi che si sarebbe potuti effettuare in quanto p (il prezzo di riserva del consumatore) è maggiore di MC (il prezzo di riserva del venditore) ma che non si sono potuti realizzare perché confliggevano con l'obiettivo dell'impresa di massimizzare il profitto.
- ✓ alla differenza fra il sovrappiù aggregato in concorrenza perfetta e il sovrappiù aggregato in monopolio.

Per calcolarlo occorre la quantità per la quale MC=p

$70 = 130 - \frac{1}{3}Q \Rightarrow \frac{1}{3}Q = 60 \Rightarrow Q = 3(60) = 180$

$$\mathrm{PNM} = \frac{(100-70)(180-90)}{2} = \frac{30*90}{2} = 1350$$