

### Transitività delle preferenze, “scelte sociali” e “money pump” (Varian capp. 3)

Un gruppo di 3 individui, indicati come A, B, C, è chiamato a dare una valutazione del grado di soddisfazione che ricevono in 3 diversi “stati sociali”, indicati come x, y, z, che ad esempio identificano il modo in cui i beni disponibili sono distribuiti fra i soggetti. Indicando con P “preferito a”, per l’individuo A vale  $xPy, yPz, xPz$ ; per l’individuo B vale  $yPz, zPx, yPx$ ; per l’individuo C vale  $zPx, xPy, zPy$ . Quali proprietà soddisfano le preferenze individuali?

*Prendiamo l’individuo A. L’insieme delle possibilità è costituito da 3 stati e questi sono tutti ordinati secondo le preferenze: quindi la completezza è soddisfatta. Nell’esprimere il giudizio di preferenza  $xPz$  l’individuo soddisfa la proprietà di transitività, visto che vale  $xPy$  e  $yPz$ . Se si esaminano gli altri individui si può vedere che anche per loro valgono completezza e transitività.*

I tre individui devono scegliere quale fra gli stati preferiscono come collettività e quindi si affidano al meccanismo del voto a maggioranza per selezionare le scelte collettive sugli “stati sociali”. Ogni coppia di alternative viene presa in considerazione e l’alternativa che ottiene il maggior numero di voti viene preferita. Come sono fatte le preferenze sociali? Quali proprietà soddisfano?

*Esaminiamo le alternative a coppie. Nella scelta fra x e y, A e C preferiscono x a y, mentre B preferisce y a x. A maggioranza vale quindi  $xPs_y$  ( $P_s$  sta per “preferito socialmente a”). Nella scelta fra y e z, A e B preferiscono y a z, mentre C preferisce z a y: a maggioranza vale quindi  $yPs_z$ . Nella scelta fra x e z, B e C preferiscono z a x, mentre A preferisce x a z: a maggioranza vale quindi  $zPs_x$ . Le preferenze sociali sono complete, ma  $xPs_y$  e  $yPs_z$  non implica  $xPs_z$ , quindi non sono transitive!*

*Due osservazioni:*

*(a) il meccanismo del voto a maggioranza in questo caso specifico non garantisce che le scelte siano coerenti secondo il principio della transitività. Quindi se riteniamo importante l’affermazione generale che una democrazia dovrebbe prendere le sue decisioni a maggioranza il caso esaminato ci deve quantomeno far pensare sulla effettiva validità della procedura. L’esempio appare come un paradosso, ed in effetti è noto come Paradosso di Condorcet, dal nome del filosofo francese che lo propose nel ‘700. Il Paradosso di Condorcet è stato generalizzato dall’economista americano Arrow negli anni 1950, che ne ha tratto un vero e proprio Teorema di Impossibilità circa l’aggregazione a livello sociale delle preferenze individuali in modo coerente con le ipotesi usate per i singoli individui*

*(b) forse è la stessa ipotesi di transitività ad essere troppo stringente, anche a livello individuale. In effetti molti studi su scelte prese realmente dimostrano che gli individui a volte hanno preferenze cicliche, ad esempio perché, prendendo una serie di scelte in tempi successivi, dopo un po’ “cambiano idea”: se la catena che lega le scelte è lunga, tipo  $aPb, bPc, cPd, \dots, vPz$ , può accadere che nel confronto diretto fra a e z il soggetto si trovi a indicare  $zPa$ , violando la proprietà transitiva.*

*In economia però si tende ad escludere che una scelta del genere permanga a lungo, anche se viene davvero fatta. Prendiamo un soggetto che ha preferenze cicliche fra quattro alternative:  $aPb, bPc, cPd, dPa$  (la proprietà transitiva è violata). Supponiamo che l’individuo abbia a disposizione d (ha d come dotazione iniziale di beni) e gli venga chiesto se accetta di fare uno scambio con c, versando anche una piccolissima quantità di denaro,  $\epsilon$ ; poiché  $cPd$ , possiamo immaginare che l’individuo accetterà. Ora proponiamogli di scambiare c più  $\epsilon$  con b, poiché  $bPc$  l’individuo accetterà. Se continuiamo a proporgli scambi, a per b più  $\epsilon$  sarà accettato, poiché  $aPb$ . E se infine gli si propone di scambiare d per a più  $\epsilon$  accetterà, perché  $dPa$ . A questo punto però l’individuo ritorna ad avere la disponibilità di d, ma con la serie di passaggi ha meno denaro di prima, avendo ceduto un  $\epsilon$  di moneta ad ogni scambio: quindi sta sicuramente peggio che nella situazione iniziale. Questa è una specie di “money pump”: se le preferenze non rispettano la transitività, si può “pompare” denaro fuori dall’individuo! Un soggetto economico autointeressato difficilmente manterrà preferenze non transitive, una volta resosi conto di quanto accaduto.*