Fattori, prodotto, profitti e costi (Varian capp. 18-21)

Una impresa concorrenziale ha la seguente funzione di produzione $y = x_1^{1/2} x_2^{1/4}$. I prezzi dei fattori, w_1 e w_2, sono rispettivamente [1, ½], il prezzo del prodotto è p=4. Determinare la quantità di prodotto che massimizza il profitto nel "breve periodo", quando il secondo fattore è fisso a x_2=81.
Determinare la quantità di prodotto che massimizza il profitto nel "lungo periodo", quando entrambi i fattori sono variabili. Determinare l'uso dei fattori che minimizza i costi di produrre questa quantità.
Infine, rappresentare la funzione di costo, nel breve e nel lungo periodo.

Notiamo preliminarmente: i rendimenti di scala del processo produttivo sono decrescenti, in quanto $(tx_1)^{1/2}(tx_2)^{1/4} = t^{3/4}y < ty$.

Nel "breve periodo" la funzione di produzione ha una forma semplificata: vale $y = x_1^{1/2}\ 81^{1/4} = 3\ x_1^{1/2}$.
Max $\Pi = py - w_1x_1$ $= p\ 3\ x_1^{1/2} - w_1x_1$ vuol dire scegliere il fattore 1 dove $d\Pi/dx_1 = 0$, quindi $6\ x_1^{-1/2} - 1 = 0$, e $x_1 = 36$. La quantità prodotta è quindi y =18.
Osserviamo che i ricavi totali, pari a 72, consentono di recuperare i costi variabili, pari a 36, ma non anche i costi fissi, pari a 40,5, quindi l'impresa sta massimizzando i profitti nel senso di minimizzare le perdite. Se però una modifica del fattore fisso consente all'impresa di fare profitti positivi, l'impresa non chiuderà, ma cercherà appunto un migliore impiego dei fattori.

Nel "lungo periodo", l'impresa sceglie congiuntamente i fattori 1 e 2, senza vincoli sul fattore 2.
Per **Max $\Pi = py - [w_1x_1 + w_2x_2]$** $= p\ x_1^{1/2} x_2^{1/4} - [w_1x_1 + w_2x_2]$ deve valere $d\Pi/dx_1 = 0$ e $d\Pi/dx_2 = 0$, quindi $2\ x_1^{-1/2} x_2^{1/4} - 1 = 0$ e $x_1^{1/2} x_2^{-3/4} - 1/2 = 0$, da cui $x_1 = 16$, $x_2 = 16$ e y = 8. I ricavi totali sono ora pari a, 32–(16+8) = 8.

Consideriamo direttamente i costi. I **MIN $C = w_1x_1 + w_2x_2$** per ogni quantità y da produrre si ricavano ponendo TRS = w_1/w_2 e ricordando che deve sempre valere $y = x_1^{1/2} x_2^{1/4}$ (i fattori che si scelgono devono stare sull'isoquanto che consente di produrre y in modo tecnicamente efficiente). Ad esempio, se si vuole produrre y = 8, occorre verificare TRS = $2x_2 / x_1 = 1 / ½ = w_1/w_2$ e $8 = x_1^{1/2} x_2^{1/4}$. Dalla prima si ricava $x_2 = x_1$ e sostituendo nella seconda si ottiene $x_1 = 16$, $x_2 = 16$.
Ovviamente, minimizzare i costi è condizione necessaria per la massimizzazione dei profitti, quindi il risultato coincide con il precedente. I costi totali minimi sono C = 1 (16) + ½ (16).

In generale, per ogni dato y, possiamo ottenere i costi totali minimi associati. Infatti, a questi prezzi dei fattori sappiamo che $x_2 = x_1$, quindi $y = x_1^{1/2} x_1^{1/4} = x_1^{3/4}$ e $x_1 = x_2 = y^{4/3}$. Nel lungo periodo la "funzione di costo" è **$C(w_1, w_2, y)$** $= 1 (y^{4/3}) + ½ (y^{4/3}) = (3/2) (y^{4/3})$.

Ritornando al caso del "breve periodo", con costi fissi per il secondo fattore e costi variabili per il primo, $C = 1 (y^2/9) + ½ (81)$, visto che per ogni y vale $y = 3\ x_1^{1/2}$. Quindi la "funzione di costo" totale è $C(y) = 40{,}5 + y^2/9$. In questo caso abbiamo costi marginali $C'(y) = (2/9)\ y$, e costi medi $C(y)/y = 40{,}5/y + y / 9$, con il caratteristico andamento ad U della curva del costo medio.

In particolare il costo medio è minimo quando $d\ [C(y)/y]\ /dy = 0$, cioè dove $C(y)/y = C'(y)$, ossia per $y= 364{,}5^{1/2}$. Il prezzo che induce l'impresa a produrre questa quantità si può leggere sulla curva del costo marginale, visto che l'impresa offre y quando $C'(y)=p$. Quindi $p = 2/9\ (364{,}5)^{1/2} = 4{,}2426$. Questo prezzo soddisfa contemporaneamente $p = C'(y) = C(y)/y$. E poiché per questo prezzo/quantità il costo medio è minimo, non è possibile immaginare un prezzo più basso che consenta profitti positivi, visto che per essere i profitti positivi deve valere ricavo totale maggiore di costi totali che equivale a dire ricavo medio (prezzo) maggiore di costo medio. Quindi se il prezzo è inferiore a questo livello l'impresa fa profitti negativi. In effetti, si è già visto nell'esempio che per p=4 i profitti sono negativi.