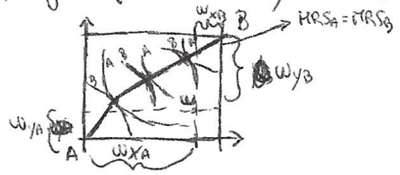
1a. Si illustri (*anche graficamente*) quale condizione deve essere soddisfatta per l'ottima allocazione di beni, nel caso di due soggetti aventi una data dotazione iniziale di due beni e che devono decidere se scambiare o meno fra di loro quantità di questi beni, senza che vi sia un mercato concorrenziale e senza che siano definiti i prezzi dei beni

Se due soggetti A e B si apprestano a scambiare 2 beni x e y, i possibili esiti dello scambio devono essere necessariamente dei punti Pareto-Efficienti (cioè, in cui tutti i possibili vantaggi derivanti dallo scambio sono sfruttati. Date le due funzioni di utilità $U_A(x_A, y_A)$ e $U_B(x_B, y_B)$, i possibili esiti dello scambio si troveranno nel luogo dei punti in cui le curve di indifferenza sono tangenti ($MRS_A = MRS_B$): la linea dei contratti.



$\omega_A\ (\omega_{xA}, \omega_{yA})$

$\omega_B\ (\omega_{xB}, \omega_{yB})$

1b. In un'economia concorrenziale di puro scambio vi sono due consumatori.
Il consumatore A, con dotazione dei beni (2,1) e funzione di utilità, $\mathbf{U_A(x,y)=x_A y_A}$
Il consumatore B, con dotazione dei beni (1,2), e funzione di utilità $\mathbf{U_B(x,y)=x_B y_B^2}$
Determinare il rapporto tra i prezzi p=px/py che corrisponde all'equilibrio generale concorrenziale.

a) 1/2
b) 7/10
c) 8/11
d) 1
e) nessuna delle altre risposte indicate è corretta.

$\omega_x = 2+1 = 3$

$\omega_y = 1+2 = 3$

$p_y = 1 \rightarrow m_A = 2p_x + 1$

$\rightarrow m_B = 1p_x + 2$

$X_A^* = \frac{1}{2} \cdot \frac{2p_x+1}{p_x} = \frac{2p_x+1}{2p_x}$ $\quad X_B^* = \frac{1}{3} \frac{p_x+2}{p_x} = \frac{p_x+2}{3p_x}$

$X_A^* + X_B^* = \omega_x = 3$

$\frac{2p_x+1}{2p_x} + \frac{p_x+2}{3p_x} = 3$

$\frac{6p_x+3+2p_x+4}{6p_x} = 3 \rightarrow 6p_x+3+2p_x+4 = 18p_x \rightarrow 10p_x = 7 \rightarrow p_x = \frac{7}{10}$

2a. Si indichi cosa si intende per "rendita" di un fattore produttivo

La rendita di un fattore produttivo è definita come il profitto che si ottiene dall'utilizzo di quel determinato fattore e corrisponde dunque al suo valore di mercato.
L'esempio più classico è quello del contadino che, lavorando la terra per un anno, ottiene un profitto pari a π. Dunque, π sarà il valore di mercato della terra poiché egli potrà affittarla ad un canone annuale di π euro e, perciò, π costituisce una rendita.

2b. Il mercato di un certo bene può essere servito o da un monopolista o da più imprese in concorrenza perfetta, a costi totali uguali nei due casi e pari a $\mathbf{c(Y)=100+Y^2}$. La domanda aggregata del bene è: Y=100-p.
Si calcoli a di quanto cresce il prezzo di vendita del bene passando da una situazione di concorrenza ad una di monopolio:

a) rimane invariato, perché l'elasticità della domanda è infinita
b) aumenta di 25
c) aumenta di 25/3
d) aumenta di 25/2
e) nessuna delle altre risposte indicate è corretta

$D(Y): p = 100 - Y \rightarrow MR = 100 - 2Y$

$MC(Y) = 2Y$

Concorrenza perfetta: $p = 2Y \rightarrow 100 - Y_c = 2Y_c$

$Y_c = \frac{100}{3}$ $\quad P_c = \frac{200}{3}$

Monopolio: $MR = MC \rightarrow 100 - 2Y_m = 2Y_m \rightarrow Y_m = 25$

$P_m = 75$

$\Delta p = 75 - \frac{200}{3} = \frac{25}{3}$

3a. Si spieghi cosa si intende per internalizzazione di una esternalità nella produzione e si scriva la condizione che determina la quantità ottimale di esternalità che deriva dalla internalizzazione

L'internalizzazione di un'esternalità di produzione è un meccanismo che permette di calcolare e produrre la quantità ε^* di esternalità ottima dal punto di vista sociale: se prendiamo in considerazione l'impresa 1 che produce l'esternalità e l'impresa 2 che la subisce, l'internalizzazione si verifica se le due imprese si fondono (o una delle due acquista l'altra) e, quindi, nel problema di massimizzazione del profitto si tiene conto degli effetti che la produzione di ε ha su entrambe le imprese.

$\pi = P_1 y_1 + P_2 y_2 - [C_1(y_1, \varepsilon) + C_2(y_2, \varepsilon)]$

La quantità socialmente ottima ε^* si ricava sommando i costi marginali delle due imprese e ponendoli uguali a 0: $MC_{1\varepsilon} + MC_{2\varepsilon} = 0$

3b. Due individui A e B devono decidere se acquistare un bene pubblico G, con G=0 oppure G=1, al costo di 400 euro. Le preferenze degli individui sono date da: $U_A(G,m_A)=210G-20G^2+m_A$, con m=500, per l'individuo A e $U_B(G,m_B)=220G-5G^2+m_B$ e m=500 per l'individuo B. Si indichi se i due trovano conveniente acquistare il bene pubblico *dividendo a metà la spesa.*

a) si, perché la disponibilità complessiva a pagare per il bene pubblico è 405 e le quote di contribuzione all'acquisto sono compatibili con l'acquisto
b) si, perché la disponibilità complessiva a pagare per il bene pubblico è 1000
c) no, perché la disponibilità complessiva a pagare per il bene pubblico è 405 e le quote di contribuzione all'acquisto non sono compatibili con l'acquisto
d) no, perché la disponibilità complessiva a pagare per il bene pubblico è 380
e) nessuna delle altre affermazioni indicate è corretta

$\begin{cases} P_G = 400 \\ g_A + g_B = P_G \end{cases}$ $\begin{cases} g_A = 200 \\ g_B = 200 \end{cases}$

U_A, U_B: f. quasi-lineari $\downarrow$ r_A, r_B non dipendono da m

$U_A(0, 500) = U_A(1, 500 - r_A)$

$\cancel{210 \cdot 0} - \cancel{20 \cdot 0} + \cancel{500} = 210 \cdot 1 - 20 \cdot 1 + \cancel{500} - r_A$

$r_A^* = 190$

$U_B(0, 500) = U_B(1, 500 - r_B)$

$\cancel{220 \cdot 0} - \cancel{5 \cdot 0} + \cancel{500} = 220 - 5 + \cancel{500} - r_B$

$r_B^* = 215$

$r_A^* < g_A \longrightarrow$ Il bene non sarà acquistato pagando a metà

$r_A^* + r_B^* = 405 > P_G \longrightarrow$ Esistono delle soluzioni per acquistare il bene

4a. Si ricavi per quali valori dei parametri alfa e beta la seguente funzione di produzione ha rendimenti di scala crescenti: $y = 2\, x_1^{\alpha} x_2^{\beta}$

Rendimenti di scala crescenti: $\lambda y < 2(\lambda x_1)^{\alpha}(\lambda x_2)^{\beta}$ con $\lambda > 1$

$\cancel{2}\lambda \cancel{x_1^{\alpha} x_2^{\beta}} < \cancel{2}\lambda^{\alpha+\beta} \cancel{x_1^{\alpha} x_2^{\beta}}$ con $\lambda > 1$

$\lambda < \lambda^{\alpha+\beta}$ con $\lambda > 1$

$\alpha + \beta > 1$ con $\lambda > 1$

4b. Una impresa concorrenziale ha la seguente funzione di produzione $\mathbf{y = x_1^{1/2} x_2^{1/3}}$. I prezzi dei fattori sono rispettivamente [1,1/2], il prezzo del prodotto è p=4. Determinare la quantità di prodotto che massimizza il profitto nel breve periodo, se x_2=8, e a quanto ammonta il profitto per quella quantità. $[1; 1/2; 4]$

a) y=10; profitti = 12
b) y=9; profitti = 9
c) y=8; profitti = 12
d) y=zero; profitti negativi
e) nessuna delle altre risposte indicate è corretta

$c(y) = x_1 + \frac{x_2}{2}$

$\bar{x}_2 = 8 \longrightarrow y = x_1^{\frac{1}{2}} 8^{\frac{1}{3}} \longrightarrow y = 2x_1^{\frac{1}{2}}$

$p\, MP_1 = w_1 \longrightarrow 4 \cdot \cancel{2} \cdot \frac{1}{\cancel{2}} x_1^{-\frac{1}{2}} = 1$

$x_1^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{4} \longrightarrow x_1^* = 16$

$y^* = 2 \cdot 16^{\frac{1}{2}} = 8$

$\pi = p y^* - c(y^*) = 4 \cdot 8 - [16 + \frac{8^4}{2_1}] = 32 - 20 = 12$