

1a. Si enunci la **legge di Walras** e si spieghi il suo *significato economico*

1b. In un'economia vi sono unicamente due consumatori, A e B, che osservano i prezzi di mercato e li considerano dati ai fini delle loro scelte (price-takers). Il consumatore A ha dotazioni dei beni $\omega_A=(1,3)$ e funzione di utilità: $u_A=x_A^2 y_A$. Il consumatore B ha dotazioni dei beni $\omega_B=(3,1)$ e funzione di utilità: $u_B=x_B y_B$. Si ricavi a quali i prezzi il sistema è in *equilibrio economico generale*

2a. Si indichi (i) che relazione sussiste fra costi marginali (MC) e costi medi (AC) per una generica funzione di costo totale $TC(y)$; (ii) si dia una rappresentazione grafica di AC e MC se $TC=100 + y^2$.

2b. Un'impresa che, nel breve periodo, ha un solo fattore variabile di produzione funzione di produzione, produce il bene y secondo la relazione $y = 4 x_1^{1/2}$. I prezzi di prodotto e fattori di produzione sono rispettivamente $p=2$; $w_1=1$. Indicare (i) a quanto ammonta la quantità *di prodotto* y che massimizza il profitto, (ii) a quanto ammonta il *surplus del produttore*

3a. Si indichi cosa si intende per (i) *funzione di reazione* (best reply) e (ii) *equilibrio* in un **duopolio di Cournot**

3b. In un *duopolio di Stackelberg* vi sono due imprese uguali che sostengono costi totali pari rispettivamente a $c(y_1)=40y_1$; a $c_i(y_2)=80y_2$. La funzione aggregata di domanda del bene è $Y = 120 - (1/2)p$, dove $Y=y_1+y_2$ e p è il prezzo del prodotto Y . Determinare le quantità prodotte dalla due imprese in equilibrio, *se l'impresa 1 è leader e l'impresa 2 è follower*

4a. L'impresa 1 ha funzione di costo totale $C_1(y_1, x) = 100 + (1/2) y_1^2 - (40x - x^2)$, dove x è il livello delle sue emissioni inquinanti. Le emissioni dell'impresa 1 aggravano i costi dell'impresa 2, senza che l'impresa 2 possa controllare il livello di x . L'impresa 2 ha funzione di costo totale $C_2(y_2, x) = 50 + y_2^2 + x^2$. Individuare il livello *socialmente efficiente di emissioni inquinanti*.

(4b è domanda opzionale da svolgere se si ha ancora a disposizione tempo dopo aver risposto alle altre domande)

4b. Si indichi in che senso il **teorema di Coase** offre una soluzione al problema delle esternalità

12. LEGGE DI WALRAS $p_1 z_1(p_1, p_2) + p_2 z_2(p_1, p_2) = 0$. VERIFICANDO LA LEGGE DI WALRAS IN UNO DEI MERCATI, LA SOMMA DEGLI ECCESSI DI DOMANDA AGGREGATA IN VALORE È NULLA PER OGNI VETTORE DEI PREZZI, NON SOLO PER I PREZZI RELATIVI CHE DEFINISCONO L'EQUILIBRIO CONCORRENZIALE.

IN PARTICOLARE TUTTAVIA, APPLICANDO LA LEGGE DI WALRAS IN UN MERCATO IN EQUILIBRIO CONCORRENZIALE, SE IL MERCATO DEL BENE 1 È IN EQUILIBRIO AI PREZZI RELATIVI p^* , ALLORA $z_1 = 0$ PERTANTO AFFINCHÉ LA LEGGE DI WALRAS SIA VERIFICATA ANCHE IL SECONDO MERCATO SARÀ IN EQUILIBRIO AL MEDESIMO VETTORE DEI PREZZI.

GENERALMENTE, DATI K MERCATI, SE p^* DEFINISCE EQUILIBRIO CONCORRENZIALE SU $K-1$ MERCATI, ANCHE IL K -ESIMO MERCATO È IN EQUILIBRIO AL MEDESIMO AI MEDESIMI PREZZI RELATIVI p^* .

1b) CONSIDERANDO QUANTO SOPRA ENUNCIATO IN MERITO ALLA LEGGE DI WALRAS IN UN EQUILIBRIO CONCORRENZIALE, È SUFFICIENTE DEFINIRE LA CONDIZIONE DI EQUILIBRIO (DOMANDA LOCALE = OFFERTA PER LA SOMMA DELLE DOTAZIONI DEGLI AGENTI DEL MERCATO) PER IL SOLO BENE 1

$$x_A(p_1, p_2) + x_B(p_1, p_2) = w_A + w_B$$

dove $x_A = \frac{1}{3} \frac{p_1 + 3p_2}{p_1}$ $x_B = \frac{1}{2} \frac{3p_1 + p_2}{p_1}$

ponendo p_2 come numero:

$$\frac{1}{3} \frac{p^* + 3}{p^*} + \frac{1}{2} \frac{3p^* + 1}{p^*} = 4$$

$$2p^* + 6 + 9p^* + 3 = 24p^*$$

$$24p^* - 11p^* = 9$$

$$p^* = \frac{9}{13}$$

NO

a tale punto $x_A = \frac{1}{3} \frac{\frac{9}{13} + 3}{\frac{9}{13}} = \frac{1}{3} \frac{48}{13} = \frac{16}{13}$ $x_B = \frac{1}{2} \frac{3 \cdot \frac{9}{13} + 1}{\frac{9}{13}} = \frac{1}{2} \frac{16}{9} = \frac{8}{9}$ $w_A = \frac{16}{13} - \frac{8}{9} = \frac{4}{9}$

$$x_B =$$

$x_A = \frac{2}{3} \frac{p_1 + 3p_2}{p_1}$ $x_B = \frac{1}{2} \frac{3p_1 + p_2}{p_1}$ ponendo p_2 come numero

$$\frac{2}{3} \frac{p^* + 3}{p^*} + \frac{1}{2} \frac{3p^* + 1}{p^*} = 4$$

$$2(2p^* + 6) + 3(3p^* + 1) = 4(6p^*)$$

$$4p^* + 12 + 9p^* + 3 = 24p^*$$

$$24p^* - 13p^* = 15$$

$$p^* = \frac{15}{11}$$

2A) IL COSTO MARGINALE INTERSECA IL COSTO MEDIO NEL SUO PUNTO MINIMO: DI FATTO, SE IL COSTO MEDIO È DECRESCENTE ALLORA I COSTI ADDIZIONALI SARANNO ESSERE ULTERIORMENTE MINORI (PERTANTO DOVE SE AUMENTA, HE È AL DI SOTTO DI SE); DOVE LO MEDIO È CRESCENTE, I COSTI ADDIZIONALI SARANNO ESSERE ULTERIORMENTE MAGGIORI (DOVE LO MEDIO È CRESCENTE, I COSTI MARGINALI SONO AL DI SOTTO DELLA MEDIO); PERTANTO DOVE HE INTERSECA SE, SE È MINIMO.

EVIDENTEMENTE LA MEDESIMA DIMOSTRAZIONE SI APPLICA TRA AVE 2
 HE. NELLA RAPPRESENTAZIONE DELLE STRUTTURE DI COSTO INVOLTE HE 1 E HE
 HANNO LA LO STESSIMO INTERCETTA NELL'ORIGINE;

$$\lim_{y \rightarrow 0} \frac{C(y)}{y} = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\frac{dC(y)}{dy}}{1} = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{dC(y)}{dy} = \lim_{y \rightarrow 0} MC(y)$$

di l'Hospital $\lim_{y \rightarrow 0} \frac{dC(y)}{dy} = 1$

DERIVARE IL COSTO MEDIO O IL COSTO
 MEDIO PER VARIABLE E' INDIFFERENTE
 POICHE' MC NON DIPENDE DAI COSTI FISSI

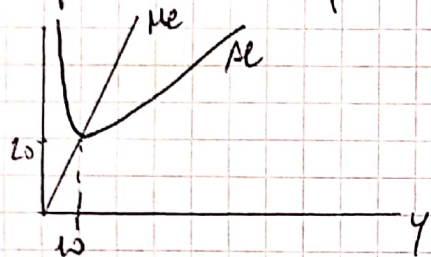
8 TE = $100 + y^2$ allora

AC = $\frac{100}{y} + y$ MC = $2y$

AC = MC

$100 + y^2 = 2y^2 \Rightarrow y = 10$ AC MINIMO

Dunque possiamo anche notare come in un'industria concorrenziale il primo corso
 di lungo periodo non uguale a $p = 20$



2b) $\max_x \pi = p_1 f(x) - wx$

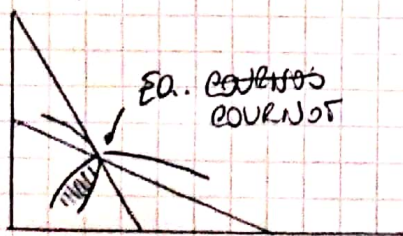
$\frac{d\pi}{dx} = p_1 \frac{df(x)}{dx} - w$ dove $MP_1 = \frac{df(x)}{dx} = 4 \cdot \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} = 2x^{-\frac{1}{2}}$

$2 \cdot 2x^{-\frac{1}{2}} = 1$

$x^{\frac{1}{2}} = 4 \Rightarrow x = 16$ da cui $y = 4 \cdot 16^{\frac{1}{2}} = 16$

NON ESSENDO NOTI COSTI FISSI, ALLORA IL PROFITTO COINCIDE CON IL SURPLUS
 DEL PRODUTTORE $TR = 2 \cdot 16 = 32$ TE = $1 \times 16 = 16$ $\pi = Sp = 16$

3a) FUNZIONE DI REAZIONE: OFFERTA DI UN'IMPRESA CHE DEFINITA COME RISPOSTA
 OTTIMALE ALLE SCELTE STESSE (EQ. COURNOT) OVENO OSSERVARE (Stackelberg)
 DELL'IMPRESA CONCORRENTE. Graficamente la funzione di reazione e' il luogo
 geometrico dei punti di massimo delle curve di indifferenza delle due imprese
 e nell'Eq. di REVENOT LA QUANTITA' OTTIMA DI CIASCUNA IMPRESA COINCIDE
 ESATTAMENTE CON L'ASPETTATIVA DELL'IMPRESA CONCORRENTE, dunque
 $y_1^* = f_1(y_2^*)$ $\wedge$ $y_2^* = f_2(y_1^*)$



Dunque nessun'impresa ha interesse a varare
 unilateralmente la propria strategia purché sia
 più massimizzando i suoi profitti data la
 strategia dell'impresa concorrente (Eq. di
 risposta ottima $\approx$ Eq. di NASH).
 TUTTAVIA NON E' UN'ALLOCAZIONE PARETO
 EFFICIENTE

3b) $MC_1 = 40$ $MC_2 = 80$ $P = 240 - 2y$

$y_2 = f_2(y_1) = \frac{240 - 80}{2} - \frac{1}{2} y_1 = 80 - \frac{1}{2} y_1$

$\pi_1 = [240 - 2(y_1 + 80 - \frac{1}{2} y_1)] y_1 - c(y_1)$

$$= [140 - 2(\frac{1}{2}y_1 + 40)] y_1 - c(y_1)$$

$$= [140 - y_1 - 80] y_1 - c(y_1)$$

$$= [60 - y_1] y_1 - c(y_1)$$

$$\frac{d\pi}{dy_1} = 0 \rightarrow 60 - 2y_1 = 40 \quad \text{da cui } y_1 = 10$$

prezzo $p_1 = 40 - \frac{1}{2}(60) = 10$

4a. $C_1(y_1, x) = 100 + \frac{1}{2}y_1^2 - (40x - x^2)$ noto che $\frac{dC_1}{dx} < 0$ dunque l'esternalità

produce un beneficio marginale all'Imp. 1 che determina ottimo privato quando $\frac{dC_1}{dx} = 0 \rightarrow 40 - 2x = 0 \rightarrow x = 20$

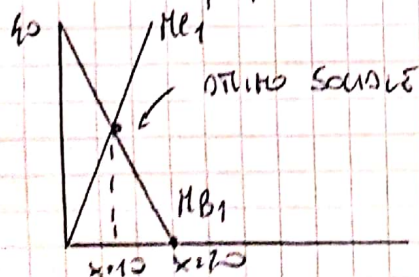
$C_2(y_2, x) = 50 + y_2^2 + x^2$ dunque $\frac{dC_2}{dx} > 0$ pertanto l'esternalità è un male per

l'impresa 2. Nell'ipotesi di internalizzazione delle esternalità - ipotizzando che un'impresa assuma sia l'attività - nella composizione dei costi - che l'altra - i costi sociali e non comuni i costi privati: l'ottimo sociale è dato dove la somma dei costi marginali è nulla, ovvero dove il beneficio marginale della minneggiata eguaglia il costo marginale della minneggiata

$$40 - 2x = 2x$$

$$x = 10$$

4b. Ai sensi del Teorema di Coase è sufficiente assegnare i diritti di proprietà affinché i soggetti del mercato ^{giungano} - mediante negoziazione privata assumendo l'assenza di costi di transazione e di informazione asimmetriche - a determinare un'allocazione Pareto-efficiente nella quale è prodotta la quantità socialmente ottima di esternalità negative. La sola prima parte del Teorema nota che esiste una soluzione che non è rilevante il modo in cui vengono assegnati i diritti: la determinazione dei diritti di proprietà è di per sé condizione sufficiente per pervenire all'ottimo sociale, approssimando proficuamente il problema 4a:



indipendentemente dal modo in cui vengono assegnati i diritti, i soggetti avranno convergenti scambi (perché da sempre i vantaggi dello scambio saranno positivi) fino al raggiungimento dell'ottimo sociale.

Nella seconda parte del Teorema Coase afferma che se entrambi i soggetti hanno preferenze quasi-lineari (dunque l'effetto reddito è nullo) allora indipendentemente dalle dotazioni iniziali la quantità socialmente ottima di esternalità prodotta nelle allocazioni Pareto-efficienti è costante.

