5a. Si spieghi come si ricava la "curva di domanda" di un bene a partire da un problema di massimizzazione di utilità nel caso di funzione di utilità quasi lineare

La f. di domanda mette in relazione le qt. ottimali per diversi livelli di prezzo del bene

Se $u = V(x_1) + x_2$ ——> $MRS = \frac{MU_1}{MU_2} = V'(x_1)$

MAX u $\Rightarrow$ $V'(x)_1 = \frac{p_1}{p_2}$ $\Rightarrow$ $p_1 = p_2 V'(x_1) = p_2 MRS$

5b. Un consumatore ha la seguente funzione di utilità **$U = 8x_1^{1/2} + x_2$**. I prezzi dei beni variano da [2,1] a [3,1], mentre il reddito rimane costante e pari a 100. *Si ricavi a quanto ammonta la variazione della domanda del bene 1 e quanto di essa è dovuta a effetto di sostituzione e effetto di reddito*

seguendo quanto indicato sopra, vale:

(1) [2,1] $4x_1^{-1/2} = 2 \Rightarrow x_1 = 4$

$\Delta x_1 = -\frac{20}{9}$

(2) [3,1] $4x_1^{-1/2} = 3 \Rightarrow x_1 = 16/9$

poiché la domanda di bene 1 non dipende dal reddito la variazione Δx_1 è dovuta tutta a effetto di sostituzione

6a. Si spieghi come si deriva la funzione di domanda di un fattore produttivo (ad esempio il lavoro) di una impresa che opera in un mercato concorrenziale, sia del prodotto che dei fattori.

data la f. di produzione $y = f(x_1, x_2)$ il profitto è dato da

$\Pi = p \cdot y - [w_1 x_1 + w_2 x_2]$

Se si MAX Π sotto il vincolo $y = f(x_1, x_2)$ il problema

diventa MAX $p f(x_1, x_2) - [w_1 x_1 + w_2 x_2]$ che ha soluzione per $p \frac{\partial f}{\partial x_1} = w_1$, $p \frac{\partial f}{\partial x_2} = w_2$

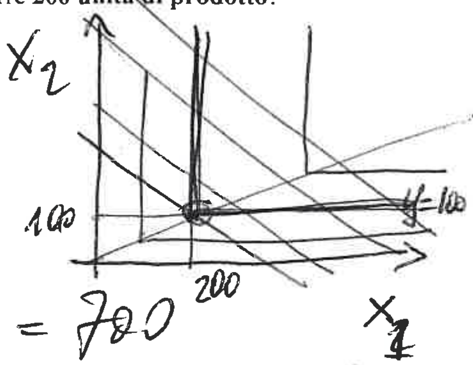
6b. Un'impresa concorrenziale ha la seguente funzione di produzione: **$y = \min \{x_1, 2x_2\}$**. I prezzi dei fattori uno e due sono rispettivamente [2,3]. Ricavare a quanto ammonta il minimo costo totale di produzione, per produrre **200 unità di prodotto**?

i fattori sono perfetti complementi

per produrre $y = 200$ si userà $(200, 100)$

per qualunque vettore dei prezzi

$\Rightarrow$ il costo totale minimo $2 \cdot 200 + 3 \cdot 100 = 700$



MICROECONOMIA - Prova scritta del 14.2.2024 - docente ZAPPIA

Numero di matricola: **Cognome e Nome:**

Tempo a disposizione: 70 minuti

Per le risposte alle domande di tipo A (aperte) utilizzare unicamente lo spazio nel riquadro sottostante

Per le domande di tipo B non verranno prese in considerazione le risposte delle quali non sia fornita una giustificazione mediante calcoli, grafici o altro

Usare unicamente questi fogli per calcoli, grafici ed ogni altra considerazione utilizzando ogni spazio bianco se necessario

SOLUZIONI FEB 2024

1a. Si indichino le condizioni necessarie e sufficienti per l'acquisto della prima unità di un bene pubblico "discreto", quando è consumato da 2 soggetti, A e B

Cioè i prezzi di riserva di A e B e il costo unitario/prezzo di acquisto del bene deve valere

$$r_A + r_B \geq p_G = g_A + g_B$$

$$r_A \geq g_A \text{ e } r_B \geq g_B$$

con g_A e g_B contributi pagati per l'acquisto

1b. Un insieme di **5 individui** con preferenze tutte uguali valuta quante ore di pulizia delle aiuole acquistare per il mantenimento di un parco privato che usano congiuntamente. Il prezzo di riserva di ogni singolo consumatore, i, per il bene pubblico "ore di pulizia" è dato da $r_i = 20 - H$, con H che indica le ore di pulizia. *Si indichi quante ore di pulizia è ottimale acquistare congiuntamente se il costo per ogni ora di pulizia è costante e pari a 50 Euro.*

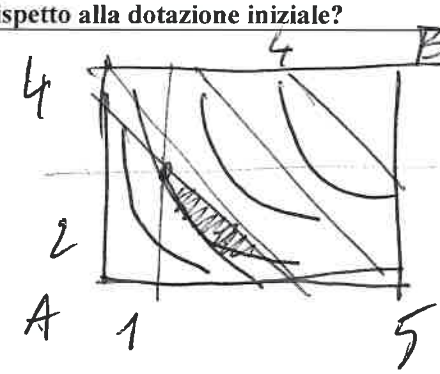
$$\sum r_i = p_G = C'(G)$$

$$5(20-H) = 50 \qquad H=10$$

2a. Si rappresenti *graficamente* in una scatola di Edgeworth dotazioni iniziali e preferenze dei seguenti soggetti: A, con dotazione (1,2) e funzione di utilità $u_A = x_A y_A$; B, con dotazione (4,2) e funzione di utilità $u_B = x_B + y_B$. Quale area corrisponde ai miglioramenti paretiani rispetto alla dotazione iniziale?

$w_{1A} + w_{1B} = 5$

$w_{2A} + w_{2A} = 4$



$MRS_A(1,2) = \frac{y_A}{x_A} = 2$

$MRS_B = 1$ sempre

$MRS_A \neq MRS_B \Rightarrow$ la dot. iniziale non è Pareto efficiente

2b. In un'economia vi sono unicamente due consumatori, A e B, che osservano i prezzi di mercato e li considerano dati ai fini delle loro scelte. **I prezzi sono dati e pari a [2,1]**. Per applicazione della *legge di Walras*, se a questi prezzi c'è un eccesso aggregato di domanda del bene 2 pari a **+10**, *a quanto ammonta l'eccesso aggregato di domanda del bene 1?*

WALRAS LAW

$$p_1 z_1 + p_2 z_2 = 0$$

$$2(?) + 1(+10) = 0 \Rightarrow -5$$

Eccesso di domanda bene 1

3a. Si definisca il concetto di avversione al rischio e si scriva una funzione di utilità che esibisce avversione al rischio

Un soggetto avverso al rischio considera l'utilità del valore atteso (per certo) di una lotteria più alta dell'utilità del valore atteso (per incerto) dalla lotteria L

$u(L) < v[E(L)]$ Ex: $u = \log c$

3b. La dotazione iniziale in termini di unità bene di consumo, condizionato alla realizzazione di un evento, di un certo soggetto è: $c_1=0$ se si verifica lo stato 1, $c_2=20000$ se si verifica lo stato 2. Il prezzo del bene di consumo è pari a 1. I due stati si verificano con probabilità (1/4, 3/4) e la funzione di utilità per il consumo certo è $U(c) = \log_n c$ (logaritmo naturale di c). Pagando un premio $\gamma=1/3$ per ogni Euro assicurato, è possibile coprirsi dalle possibili perdite legate alla realizzazione dello stato 1. Se indichiamo con **K** la somma relativamente alla quale il soggetto si assicurerà, a quanto ammonta K?

$$\frac{\pi_1 v'(c_1)}{\pi_2 v'(c_2)} = \frac{\gamma}{1-\gamma}$$ condizione di equilibrio di MAX $\pi_1 v(c_1) + \pi_2 v(c_2)$

$$c_2 = \bar{c}_2 - \frac{\gamma}{1-\gamma} c_1$$ dato il vincolo

$$\frac{1}{3}\frac{1/c_1}{1/c_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow c_2 = \frac{3}{2} c_1$$

$$c_2 = 20000 - \frac{1}{2} c_1$$

$$\Rightarrow c_1 = 10000 \quad c_2 = 15000$$

4a. Si illustri cosa si intende per "collusione" in un duopolio e si indichi a quanto ammonta la quantità totale di un bene prodotto in una situazione di duopolio collusivo

In collusione due imprese si accordano per comportarsi come un monopolista, dividendo poi le qt. da produrre in funzione dei costi

La collusione NON è un equilibrio

4b. In un duopolio, due imprese che producono lo stesso bene sostengono costi totali pari rispettivamente a $c(y_1)=20+20y_1$ la prima impresa e $c(y_2)=10+40y_2$ la seconda. La funzione aggregata di domanda del bene è $Y = 80 - (1/2)p$, dove $Y=y_1+y_2$. *Determinare le quantità prodotte dalle due imprese se la prima impresa agisce come leader del mercato e la seconda come follower (equilibrio di Stackelberg).*

$p = 160 - 2Y$

FOLLOWER osserva $\bar{y}_1$

$$\text{MAX } [160 - 2(\bar{y}_1 + y_2)]y_2 - [10 + 40y_2]$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial y_2} = 160 - 40 - 2\bar{y}_1 - 4y_2 = 0$$

$$y_2 = \frac{160-40}{4} - \frac{1}{2}\bar{y}_1 = 30 - \frac{1}{2}\bar{y}_1$$

LEADER sceglie per primo conoscendo come reagirà il follower

$$\text{MAX } [160 - 2(y_1 + 30 - \tfrac{1}{2}y_1)]y_1 - [20 + 20y_1]$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial y_1} = 160 - 20 - 60 - 2y_1 = 0$$

$$y_1 = \frac{80}{2} = 40 \Rightarrow y_2 = 10$$