**1a. Si spieghi quali sono le condizioni per l'individuazione dell'impiego economicamente efficiente dei fattori produttivi per produrre una certa quantità di prodotto y (minimizzazione dei costi), per una impresa con funzione di produzione del tipo $y=f(x_1,x_2)$.**

- Le condizioni per individuare l'impiego efficiente dei fattori produttivi per produrre una data quantità di output y sono:
  - che il suo saggio tecnico di sostituzione sia uguale al rapporto dei prezzi
  - che la produz. di $\bar{y}$ (data) sia effettivamente producibile

Quindi

$$\begin{cases} TRS = \frac{w_1}{w_2} \\ \bar{y} = f(x_1, x_2) \end{cases} \qquad \text{con } TRS = \frac{PM_1}{PM_2} = \frac{\frac{\partial f(x_1,x_2)}{\partial x_1}}{\frac{\partial f(x_1,x_2)}{\partial x_2}}$$

(technical rate of substitution)

**1b.** Un'impresa concorrenziale ha la seguente funzione di produzione: $y = x_1^{1/2} x_2$. I prezzi dei fattori sono pari [1,2]. Il prezzo del prodotto è pari a 4. Il fattore due è fisso, con $x_2=10$.

*Si calcoli a quanto ammonta la quantità di prodotto che massimizza il profitto e qual è il profitto che ottiene l'impresa.*

$y = x_1^{\frac{1}{2}} x_2 \qquad [1,2] \qquad p = 4 \qquad x_2 = 10$

$\pi = py - C(y) \qquad$ condiz. per max $\pi \to \frac{\partial \pi}{\partial x_1} = 0$

$\pi = (4 \cdot x_1^{\frac{1}{2}} \cdot 10) \ldots$

$\frac{1}{2} 10 x_1^{-1/2} = \frac{1}{4}$ !!! calcoli

$PM_1 = \frac{w_1}{w_2}$

$\frac{1}{2} 10 \cdot x_1^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \to x_1^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{10} \to \sqrt{x_1} = 10 \to x_1 = 100$

$y = 100^{\frac{1}{2}} \cdot 10 = 100 \to TR = 100 \cdot 4 = 400 \qquad \pi = 400 - 120 = 280$

(ricavi totali)

Costi $= 100 \cdot 1 + 10 \cdot 2 = 120$

**2a. Si illustri cosa si intende per equilibrio in un duopolio secondo, l'impostazione di Stackelberg. In che senso una delle due imprese è un leader e l'altra è un follower?**

Il duopolio è una forma di mercato in cui vi sono solo due aziende dentro il mercato. Secondo l'impostazione di Stackelberg in tale equilibrio due imprese scelgono la qtà ed il prezzo di apertura nel mercato è effettuato sequenzialmente, con un'impresa che sceglie per prima (LEADER) e l'altra per seconda (FOLLOWER). L'impresa sarà LEADER se conosce la funzione di reazione della concorrente e dunque fare la propria scelta massimizzando il suo profitto alla luce di ciò. L'altra impresa (FOLLOWER) osserverà questa scelta della LEADER ed agirà di conseguenza (con la f. di reazione inversa).

OK

**2b.** In un duopolio, due imprese che producono lo stesso bene sostengono costi totali pari rispettivamente a $c(y_1)=100+80y_1$ la prima impresa e $c(y_2)=100+40y_2$ la seconda. La funzione aggregata di domanda del bene è $Y = 60 - (1/4)p$, dove $Y=y_1+y_2$.

*Determinare le quantità prodotte dalle due imprese se scelgono le quantità simultaneamente* (**equilibrio di Cournot**).

$c(y_1) = 100 + 80y_1 \qquad c(y_2) = 100 + 40y_2 \qquad Y = 60 - \frac{1}{4}p \Rightarrow p = 240 - 4Y$

$\pi_1 = (240 - 4(y_1 + y_2^e))y_1 - 100 - 80y_1$

$\frac{d\pi_1}{dy_1} = 240 - 8y_1 - 4y_2^e - 80 = 0 \to y_1 = \frac{160}{8} - \frac{1}{2}y_2^e$

con rig. convenzione: $y_1^e = y_1^*$, $y_2^e = y_2^*$

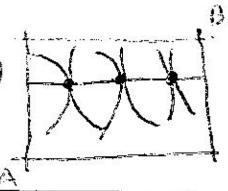
$\pi_2 = (240 - 4(y_1^e + y_2))y_2 - 100 - 40y_2$

$\frac{d\pi_2}{dy_2} = 240 - 4y_1^e - 8y_2 - 40 = 0 \to y_2 = \frac{200}{8} - \frac{1}{2}y_1^e$

$$\begin{cases} y_1 = 20 - \frac{1}{2}y_2 \\ y_2 = 25 - \frac{1}{2}y_1 \end{cases} \quad \begin{cases} y_1 = 20 - \frac{1}{2}(25 - \frac{1}{2}y_1) \\ y_2 = 25 - \frac{1}{2}y_1 \end{cases} \quad \begin{cases} 20 - 12.5 + \frac{1}{4}y_1 = y_1 \to \frac{3}{4}y_1 = \frac{15}{2} \to y_1 = 10 \\ y_2 = 25 - 5 = 20 \end{cases}$$

**3a. Si indichi qual è il *significato economico* del "teorma di Coase" se applicato al caso delle esternalità negative nella produzione**

- Il teorema di Coase afferma che, se assegnati i diritti di proprietà (in assenza di costi di
- transazione di SCAMBIO tra due soggetti) indipendentemente da chi li detiene
- porterà alla produzione di esternalità in quantità pari al livello
- socialmente ottimo (efficienza paretiana), con condizione
- che le preferenze dei soggetti sono QUASI-LINEARI (con curve di indifferenza spostate in alto rigidamente)
- Ciò significa che sulla scelta non conta
- l'"allocazione" dei diritti iniziale, in quanto indipendentemente da
- essi si finirà per arrivare alla scelta ottima (sociale).




**3b.** Un'impresa svolge la sua attività di produzione producendo anche scorie, x. Le scorie del processo produttivo della prima impresa danneggiano la seconda impresa. La prima impresa ha costi totali di produzione pari: $c(y_1,x)=y_1^2+5y_1-(20x-2x^2)$. La seconda impresa ha costi totali pari a: $c(y_2,x)=y_2^2+y_2+2x^2$.
*Si determini la tassa di Pigou*

$C(y_1,x) = y_1^2 + 5y_1 - (20x - 2x^2) \qquad c(y_2,x) = y_2^2 + y_2 + 2x^2$

TASSA PIGOU $MC(x^*) = t$

SCELTA PRIVATA: $-MC_1 = 0 \rightarrow -20 + 4x = 0 \rightarrow x = 5$

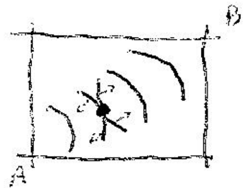
SCELTA SOCIALMENTE OTTIMA: $-MC_1 + MC_2 = 0 \rightarrow -20 + 4x + 4x = 0 \rightarrow 8x = 20 \rightarrow x = \frac{5}{2}$

Quindi si vuole porre una tassa che induca l'impresa 1 (che inquina) a diminuire le proprie emissioni

$t = MC_1\left(\frac{5}{2}\right) \rightarrow t = -20 + 4\cdot\frac{5}{2} = 10$

**4a. Si illustrino le condizioni che garantiscono che una determinata allocazione di beni sia *efficiente secondo Pareto*, nel caso di scambio di due beni fra due soggetti**

- Nel caso di scambio di due beni tra due soggetti, condizione affinché
- una determinata allocazione sia efficiente secondo Pareto è che vi sia
- tangenza tra le loro curve D'INDIFFERENZA, in
- questo punto difatti gli insiemi dei preferiti di entrambi
- non hanno altri punti in comune → siamo in una
- condiz. d'equilibrio (I teorema economia benessere).
- Dunque $MRS_A = MRS_B$



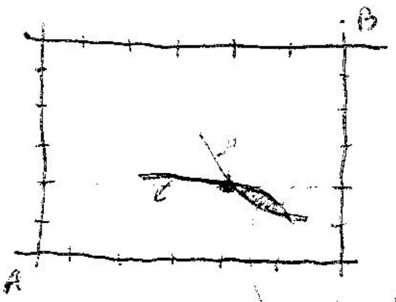

**4b.** In un'economia vi sono unicamente due consumatori, A e B, che hanno dotazioni iniziali pari a (4,2) per A e (2,4) per B. Le preferenze dei soggetti sono rappresentate dalla seguenti funzioni di utilità: $U_A = x_{1A}^{1/2}x_{2A}$ o $U_B = x_{1B}x_{2B}^{1/2}$
*Si rappresenti la situazione graficamente e si indichi se la dotazione iniziale è Pareto efficiente o meno.*

$\omega_A(4,2) \qquad \omega_B(2,4)$

$u_A = x_{1A}^{\frac{1}{2}} x_{2A} \qquad u_B = x_{1B} \cdot x_{2B}^{\frac{1}{2}}$

$MRS_A = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}\frac{x_2}{x_1} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} \cdot \frac{2}{4} = \frac{1}{6}$

$MRS_B = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}\frac{x_2}{x_1} = \frac{1}{\frac{3}{2}} \cdot \frac{4}{2} = \frac{4}{3}$




possibili allocazioni migliori

$MRS_A \neq MRS_B$
$\Downarrow$
NON è ALLOCAZ. PARETO-EFFICIENTE
è possibile allocazioni migliori