



UNIVERSITÀ
DI SIENA
1240

Statistica per l'analisi di dati
economici

Statistica per l'economia e l'impresa

Capitolo 3

**La misura della performance e
le frontiere di produzione**

Introduzione: la Produttività e l'Efficienza

- 1 Cenni storici
- 2 Cenni sulla teoria economica della produzione
- 3 La performance d'impresa
- 4 La misura della performance
- 5 La produttività e le funzioni di produzione

Cenni storici - 1

- Il tema della produttività ha avuto una notevole diffusione a partire dalla fine della Seconda Guerra Mondiale. Sul perché di tale interesse non è difficile indagare: la ricchezza di un Paese dipende non solo dalla *quantità* delle proprie *risorse*, ma indubbiamente anche dalla capacità di impiegarle in maniera efficiente sia da un punto di vista *economico* che *sociale*.
- Misurare la produttività significa appunto quantificare tale capacità.

Cenni storici - 2

- L'esistenza di uno stretto legame tra produttività e *benessere*, giustifica gli sforzi di natura finanziaria che i Paesi industrializzati indirizzano annualmente per cercare di risolvere i problemi inerenti alla misura dei tassi di produttività.
- I precursori nella messa appunto di metodi di misurazione sono stati (ovviamente) gli Americani, le cui esperienze hanno attirato l'attenzione della maggior parte dei Paesi Europei, soprattutto Francia ed Regno Unito.

Cenni storici - 3

- Il tentativo Italiano di inserimento nel contesto internazionale è riconducibile alla costituzione di un “Comitato Nazionale per la Produttività” negli anni '50 e dell’”Istituto nazionale per gli Incrementi di produttività” negli anni '70; queste organizzazioni cessarono, però, di operare dopo pochi anni di attività, senza, peraltro, aver conseguito risultati apprezzabili.

Cenni storici - 4

- Nell'ultimi due decenni, gli studi sulla produttività sono stati intensificati da diversi Paesi, generando ricerche molto interessanti che, coinvolgendo diversi fenomeni, hanno condotto ad originali ed innovative concezioni economiche.
- *Alcuni teorici sostengono che il tenore di vita di un Paese dipende dalla produttività.*

Cenni storici - 5

- E' evidente l'estrema attualità ed importanza dello studio della produttività soprattutto in relazione a variabili economiche di diversa natura, considerato anche che le variazioni nella produttività (innovazione, Indici di Divisia) sono insieme causa ed effetto nell'evoluzione delle forze dinamiche operanti in una Economia: progresso tecnico, accumulazione di capitali fisici ed umani, iniziativa pubblica e privata, etc...

La produttività – Micro - Macro

- In questa ottica lo studio della produttività può essere utile nell'interpretazione di fenomeni sia di tipo macro che microeconomico.
- Da un punto di vista **macroeconomico** i problemi inerenti la individuazione e quantificazione di misure di produttività sono affrontate da Stati o da Enti Pubblici, mentre dal lato **microeconomico** sono oggetto di studio da parte di imprese interessate al raggiungimento di condizioni ottimali di gestione e di efficienza operativa.

La produttività – Micro - Macro

- In un'ottica **macroeconomica**, il presupposto che lega ogni intervento statale è (dovrebbe essere) la pubblica utilità; questo elemento è presente anche nelle indagini inerenti la misura della produttività condotte nel tentativo di perseguire finalità sociali.
- Da un angolo di visuale di tipo **microeconomico**, risulta evidente l'interesse nei confronti della definizione e misurazione dei livelli di produttività da parte delle imprese. Conoscere con precisione l'andamento della propria azienda e mantenersi al corrente dell'evoluzione delle imprese nel proprio settore, è ormai divenuta una necessità vitale.

Cenni sulla teoria economica della produzione - 1

- Prima di analizzare la natura e i problemi di misurazione ed interpretazione degli indicatori di produttività è opportuno delineare brevemente il quadro teorico su cui si fonda l'analisi *microeconomica* della produzione.
- Con l'espressione "processo di produzione" ci si riferisce ad una qualunque attività di trasformazione di un insieme di risorse (*input*) in un insieme di prodotti (*output*).

Cenni sulla teoria economica della produzione - 2

- Da un punto di vista economico le modalità tecniche con cui avviene la trasformazione non sono rilevanti: i processi di produzione sono considerati come delle “scatole nere” in cui entrano input ed escono output.
- Un processo di produzione può essere quindi definito dalle quantità di input utilizzati e di output prodotti e può perciò rappresentarsi mediante una coppia (\mathbf{x}, \mathbf{y}) , dove \mathbf{x} è il vettore di input e \mathbf{y} un vettore di output.
- Le caratteristiche della tecnologia assumono rilevanza solo sotto il profilo dei vincoli che le conoscenze tecnico-scientifiche pongono ai soggetti impegnati nella produzione.

Cenni sulla teoria economica della produzione - 3

- Questi vincoli delimitano la gamma dei processi di produzione tra i quali l'impresa può scegliere quello da porre effettivamente in atto, coerentemente agli obiettivi di massimizzazione del profitto e alle caratteristiche dei mercati in cui opera.
- Le possibilità di scelta di un'impresa sono rappresentate dall'insieme delle possibilità di produzione, definito come:

$$Y = \{ (\mathbf{x}, \mathbf{y}) / \mathbf{x} \text{ consente di produrre } \mathbf{y} \}$$

Cenni sulla teoria economica della produzione - 4

- L'insieme Y è dunque costituito da tutti i processi di produzione possibili, data la tecnologia disponibile.
- Tra i processi di produzione appartenenti all'insieme Y solo alcuni sono efficienti:
- **Definizione**: un processo di produzione è efficiente se non è possibile ottenere la stessa quantità di output da esso prodotta utilizzando una quantità inferiore degli input da esso impiegati.

Cenni sulla teoria economica della produzione - 5

Tale concetto può essere ricollegato alla DUALITA' tra la minimizzazione dei costi degli input, dato l'output e la massimizzazione dell'output, dati gli input.

Ovvero :

$$\min [\mathbf{x} / (\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in Y]$$

e

$$f(x) = \max [\mathbf{y} / \mathbf{y} \in X(\mathbf{y})]$$

Cenni sulla teoria economica della produzione - 6

La funzione $f(x)$, detta di produzione, sintetizza l'insieme di tutti i processi di produzione efficienti che l'impresa può attuare ed esprime la massima quantità di output che è possibile ottenere per ogni combinazione degli input.

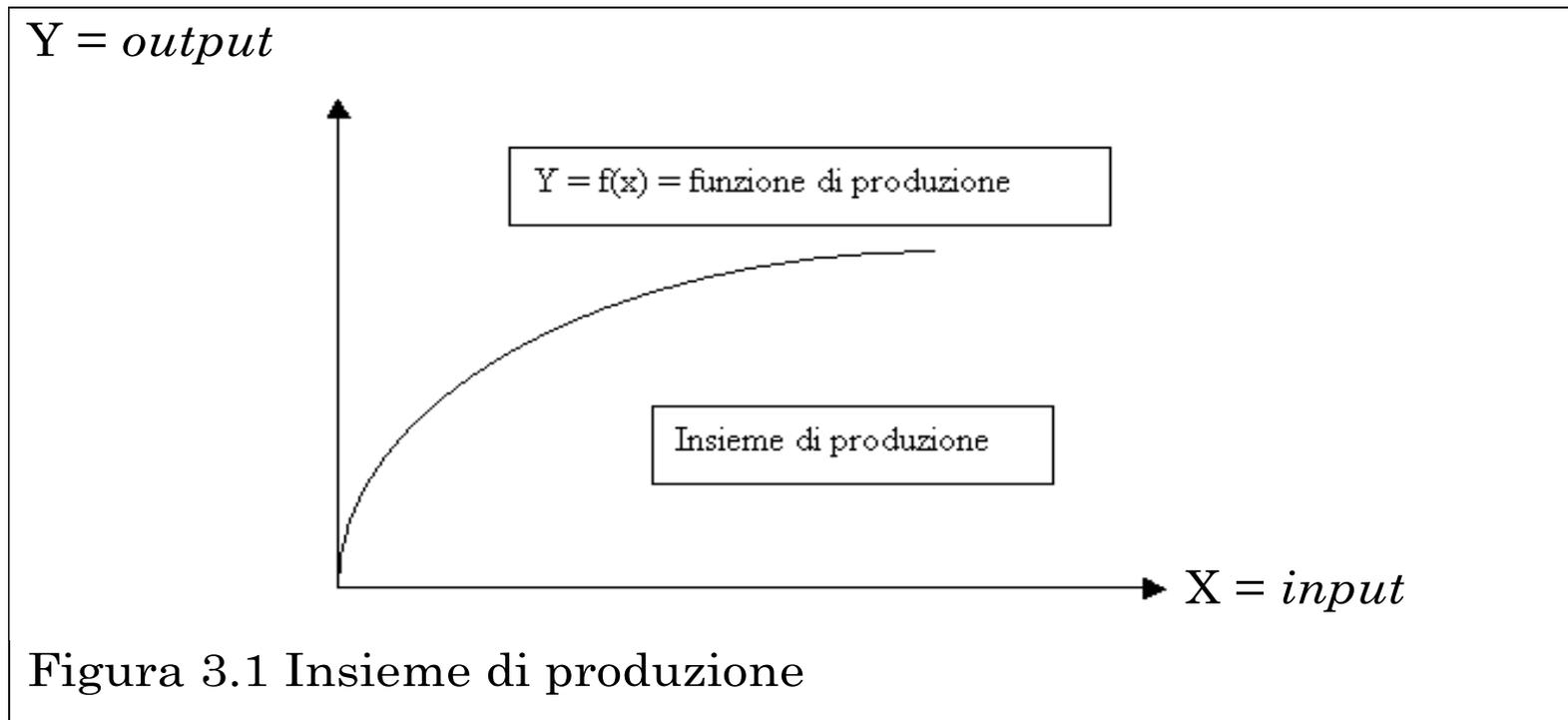


Figura 3.1 Insieme di produzione

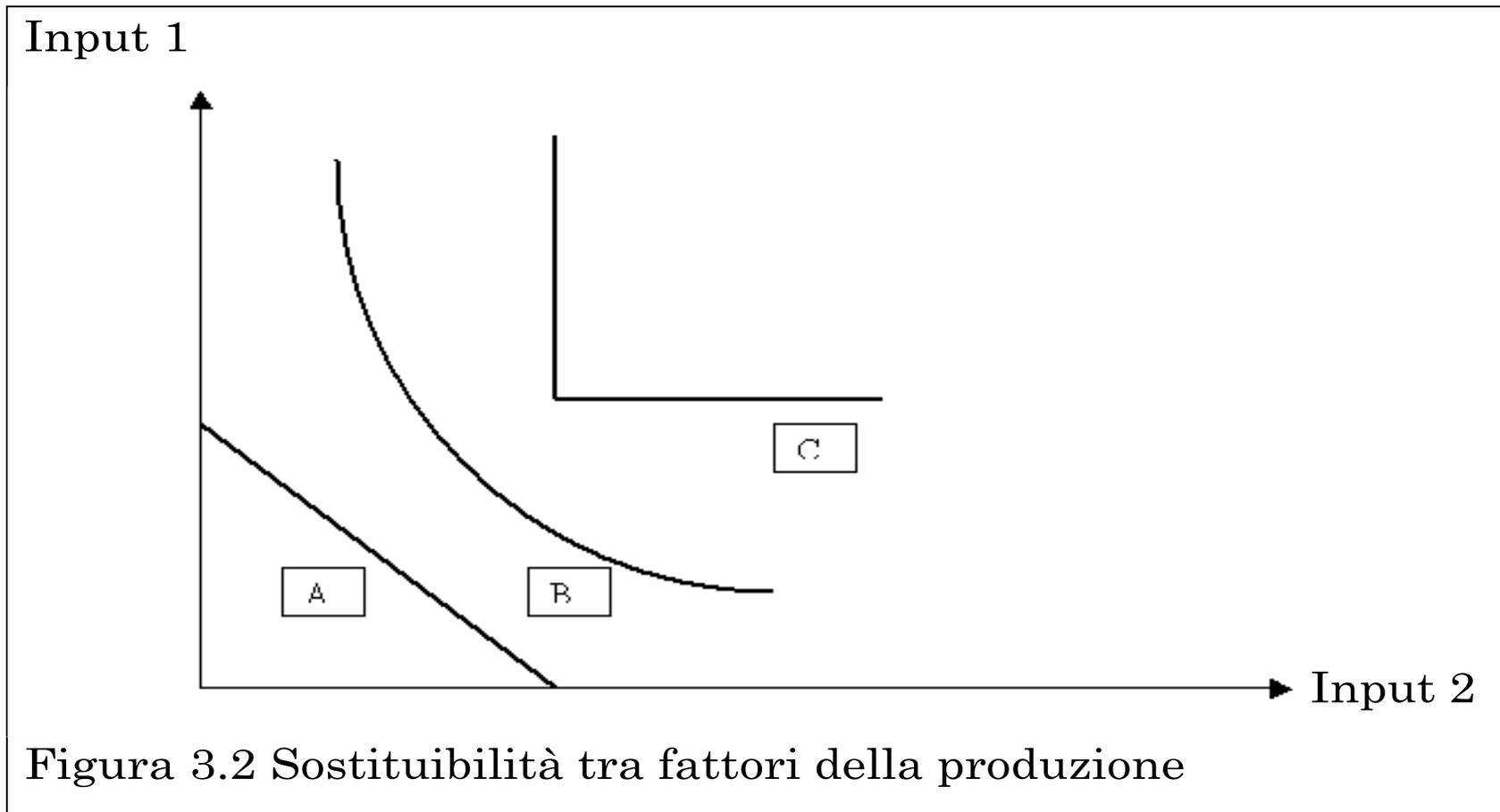
Cenni sulla teoria economica della produzione - 7

- La forma della funzione di produzione rispecchia quella dell'insieme delle possibilità di produzione ed è dunque determinata da vincoli tecnologici. Lo stato della tecnologia determina in particolare tre caratteristiche della funzione di produzione, estremamente rilevanti nell'ottica dell'analisi di produttività:
 - la sua collocazione nello spazio degli input e output;
 - la possibilità di **sostituzione** tra fattori produttivi;
 - il modo in cui la quantità di output prodotta varia in relazione ad una variazione proporzionale dei fattori di produzione.

Cenni sulla teoria economica della produzione - 8

- La collocazione della funzione nello spazio degli input e degli output determina la massima quantità di prodotto ottenibile da ogni data combinazione dei fattori. La posizione e la forma della funzione possono modificarsi nel tempo per effetto del progresso tecnico, che induce uno spostamento verso l'alto della funzione stessa.
- Il concetto di sostituibilità degli input può essere meglio illustrato facendo riferimento, anziché alla funzione di produzione, all'insieme dei fabbisogni di input; la Figura 3.2 nel lucido successivo illustra tre possibili frontiere di tale insieme, caratterizzate da un diverso grado di sostituibilità degli input (concetti visti a microeconomia).

Cenni sulla teoria economica della produzione - 9



Cenni sulla teoria economica della produzione - 10

- Nel caso A (perfetti sostituti)
- e nel caso B (tecnologia convessa) esiste un certo grado di sostituibilità tra i fattori della produzione;
- nel caso C (proporzioni fisse) essa è nulla.

La performance d'impresa - 1

- La *performance* d'impresa può essere definita come la capacità di perseguire i propri fini istituzionali. Sia nel settore pubblico, sia in quello privato, una azienda occupa una posizione di mercato in base al livello di *performance* raggiunto.
- E' possibile analizzare e misurare la *performance* d'impresa considerandola come composizione dei seguenti tre concetti:
 - **Produttività**
 - **Efficienza**
 - **Efficacia**

La performance d'impresa - 2

- Per **produttività** si intende, solitamente, il rapporto esistente tra la quantità del prodotto ottenuto (output) ed il volume di uno o più fattori (input) richiesti per la sua produzione. In altre parole, la si può definire come la capacità dell'impresa di convertire i fattori produttivi in prodotto finale dato un certo livello di conoscenze e di tecnologia.
- L'**efficienza** può essere definita come il grado di aderenza del processo di produzione osservato ad uno standard di ottimalità anche detto «frontiera efficiente di produzione».

La performance d'impresa - 3

- L'**efficacia** di un prodotto o di un servizio efficiente definisce in che misura questi stessi siano in grado di soddisfare i bisogni degli utilizzatori finali. Se valutare l'efficacia significa, in termini correnti, effettuare un confronto, la definizione di efficacia dipende in particolare dal termine in base a cui si effettua tale confronto. **Un obiettivo da raggiungere** (rapporto tra risultati ottenuti e risultati attesi) oppure **uno standard a cui uniformarsi** (raffronto con uno standard di qualità) o ancora **la domanda di servizio da soddisfare** (rapporto tra domanda soddisfatta e domanda potenziale), sono i termini di confronto che più di frequente si incontrano nel misurare l'efficacia di un prodotto o di un servizio.

La performance d'impresa - 4

- Le tre definizioni sopra si differenziano per il tipo di valenza che assumono. Mentre le analisi sulla produttività e sull'efficienza vengono utilizzate all'interno del contesto aziendale in special modo per ciò che riguarda il miglioramento dei processi produttivi, le valutazioni sull'efficacia permettono, internamente, di correggere eventuali distorsioni di prodotto, tecnicamente efficiente, ma non in grado di soddisfare il cliente finale. Inoltre, nei casi in cui l'azienda non opera in un contesto di libero mercato (monopolio o settore pubblico e/o istituzionale), costituiscono l'unico strumento di riferimento per la *performance* d'impresa.

La misura della performance - 1

- Come già introdotto nella sezione precedente, per *performance* di un soggetto, sia esso economico oppure no, si intende, in senso generale, la sua continua azione volta al raggiungimento degli obiettivi da lui medesimo prefissati.
- Le **misure** di *performance* indicano quale sia il grado di raggiungimento di tali obiettivi: in altri termini il rapporto tra la misura del risultato ottenuto e quella del risultato più elevato possibile.

La misura della performance - 2

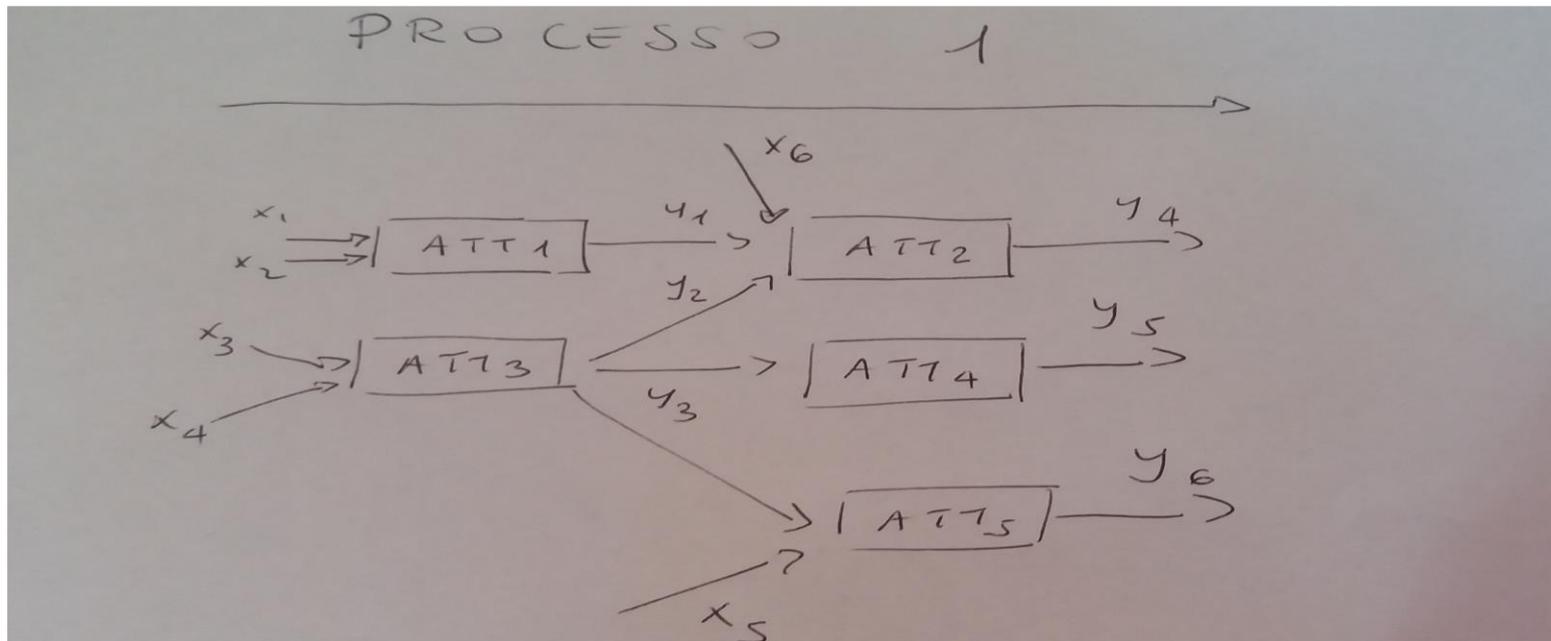
- Una prima misura di *performance* di una attività i è costituita dal semplice indice di produttività:

$$IP_i = \frac{Y_i}{X_i} \quad [2.1]$$

- Quando oggetto dell'analisi sono i processi produttivi attivati da un'impresa, l'obiettivo più importante ed immediato che ci si propone di raggiungere è costituito, per ogni processo, dalla massimizzazione dell'indice [2.1]: questo risultato può essere ottenuto aumentando la produzione (Y) mantenendo costanti le risorse adoperate (X), oppure minimizzando l'utilizzo delle risorse a parità di livello di prodotto ottenuto.

La misura della performance - 3

- Queste considerazioni portano direttamente a definire la *performance* produttiva complessiva di un'azienda come **l'insieme delle azioni volte a conseguire il maggior livello di efficienza tecnica o produttiva** su tutti i processi attivati, ognuno di essi "monitorato" da relazioni di tipo [2.1] (ricordiamoci quindi l'ABM!!).



La misura della performance - 4

- Le misure di *performance* produttiva hanno quindi il compito di indicare:
- la capacità di una unità economica di trasformare gli input in output (**misure di produttività**)
- il grado di raggiungimento del potenziale massimo di produzione possibile (**misure di efficienza tecnica**).

La misura della performance - 5

- Tali *standard* sono determinati dalla **funzione di produzione** (teorica) che sintetizza l'insieme di tutti i processi di produzione che l'impresa può attuare ed esprime la massima quantità di output che è possibile ottenere per ogni data combinazione di input; cioè, si considerano efficienti i processi produttivi che si collocano sulla frontiera dell'insieme delle possibilità di produzione.
- Formalmente, se ipotizziamo, secondo quanto già espresso in Figura 3.1, che per ogni attività vi sia un insieme di coppie (x,y) , chiamate "Insieme o Piani di produzione", dove:

La misura della performance - 6

$\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ è il vettore delle quantità di *input*,

$\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ è il vettore delle quantità di *output*.

- Tali “Piani” hanno la caratteristica di essere tecnicamente realizzabili dall’azienda:

$$Y = \left\{ (\mathbf{x}, \mathbf{y}) / \mathbf{x} \in R_+^I, \mathbf{y} \in R_+, (\mathbf{x}, \mathbf{y}) \text{ è realizzabile} \right\}$$

La misura della performance - 7

- L'utilità di questa definizione deriva dal fatto che si possono evidenziare due ulteriori concetti:
- **frontiera** dell'insieme
- **interno** dell'insieme
- Ciò, per ogni attività, permette la distinzione fra i piani di produzione che appartengono alla frontiera, denominati efficienti e quelli che invece si trovano all'interno, detti inefficienti.

La misura della performance - 8

- Naturalmente definendo l'efficienza in questo modo è possibile anche arrivare ad una sua misura in termini di distanza (per mezzo di un numero reale) tra il piano di produzione preso in considerazione e la frontiera dell'insieme stesso: di conseguenza, un piano efficiente ha una distanza pari a zero ed uno inefficiente ha una distanza strettamente positiva.

La misura della performance - 9

- Se l'indice [2.1], quindi, oltre che rappresentare la base concettuale di riferimento, può essere ritenuto anche una misura di produttività dell'attività considerata, un possibile indicatore del **grado di efficienza tecnica (GET)** dell'attività stessa, può essere ricavato come rapporto tra l'output del processo di produzione osservato e quello che si sarebbe potuto ottenere impiegando le stesse quantità di fattori produttivi in modo efficiente (*standard*).

La misura della performance - 10

$$\text{GET} = \frac{Y_i}{Y} \quad [3.2]$$

dove:

Y_i è l'output osservato per l'azienda i -esima;

$Y = f(x)$ è l'output della funzione di produzione standard di efficienza.

La misura della performance - 11

- Se raffiguriamo quanto stiamo dicendo su un grafico (Figura 3.3), i processi di produzione *B* e *C* possiedono lo stesso livello di produttività totale; giacciono infatti entrambi sulla stessa semiretta caratterizzata, in ogni punto, dallo stesso rapporto *output-input*. Tra le due unità di produzione solo *C* risulta però efficiente.

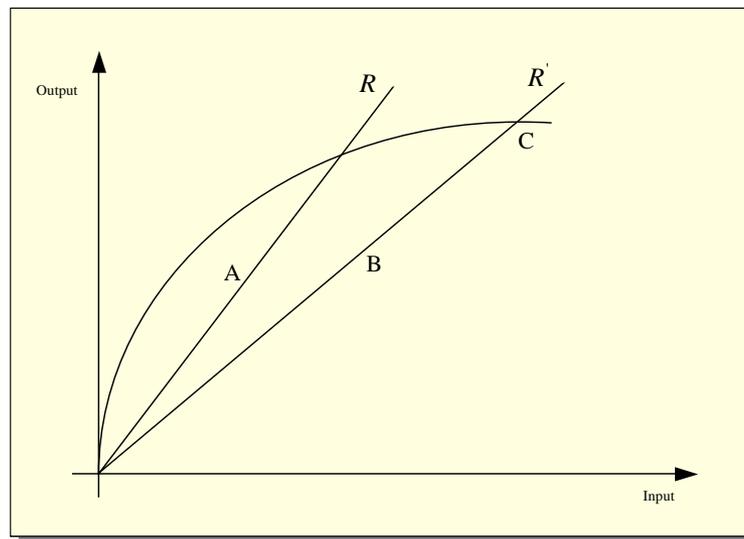


Figura 3.3: Il confronto tra i concetti di produttività e di efficienza

La misura della performance - 12

- Consideriamo adesso i processi A e C . Il grafico mostra A maggiormente produttivo di C , collocandosi quest'ultimo sulla semiretta OR' , associata ad un livello output-input più basso.
- Nonostante ciò C risulta efficiente mentre A è inefficiente perché giace sotto la frontiera di produzione. In presenza di rendimenti costanti di scala la funzione di produzione è rappresentata da una semiretta; in questa circostanza i processi più produttivi sono anche i più efficienti e viceversa.

La misura della performance - 13

- A questo punto, quindi, è ulteriormente confermata, la differenza tra i concetti di produttività ed efficienza.
- Se si considera una situazione di lungo periodo o di un'impresa con rendimenti di scala costanti, la cui funzione di produzione è rappresentata da una retta, allora è chiaro che i concetti di produzione ed efficienza coincidono.
- In un'ottica di breve periodo, invece, quando si confrontano più processi di produzione, un differenziale di produttività non comporta necessariamente un differenziale di efficienza e viceversa.

La misura della performance - 14

- Ecco che si delinea il rapporto funzionale che lega il grado di efficienza di una attività al suo livello di produttività: quest'ultimo indica quale rapporto vi sia tra i risultati dell'attività produttiva e i mezzi impiegati per ottenerli. Il risultato è una misura della capacità dell'organizzazione economica studiata di trasformare risorse in prodotti.

La misura della performance - 15

- Quando si verifica un incremento di produttività, significa che è cresciuto il rapporto *output/input*, cioè che l'organizzazione economica è riuscita ad ottenere un maggiore prodotto con le stesse risorse e lo stesso *output* con minore utilizzo di fattori produttivi: in entrambi i casi questo si concretizza in una diminuzione relativa di costo per unità di prodotto che avrà ripercussioni benefiche sul suo prezzo di vendita.

La misura della performance - 16

Una misura della efficienza tecnica del processo di produzione in esame è espresso dal rapporto:

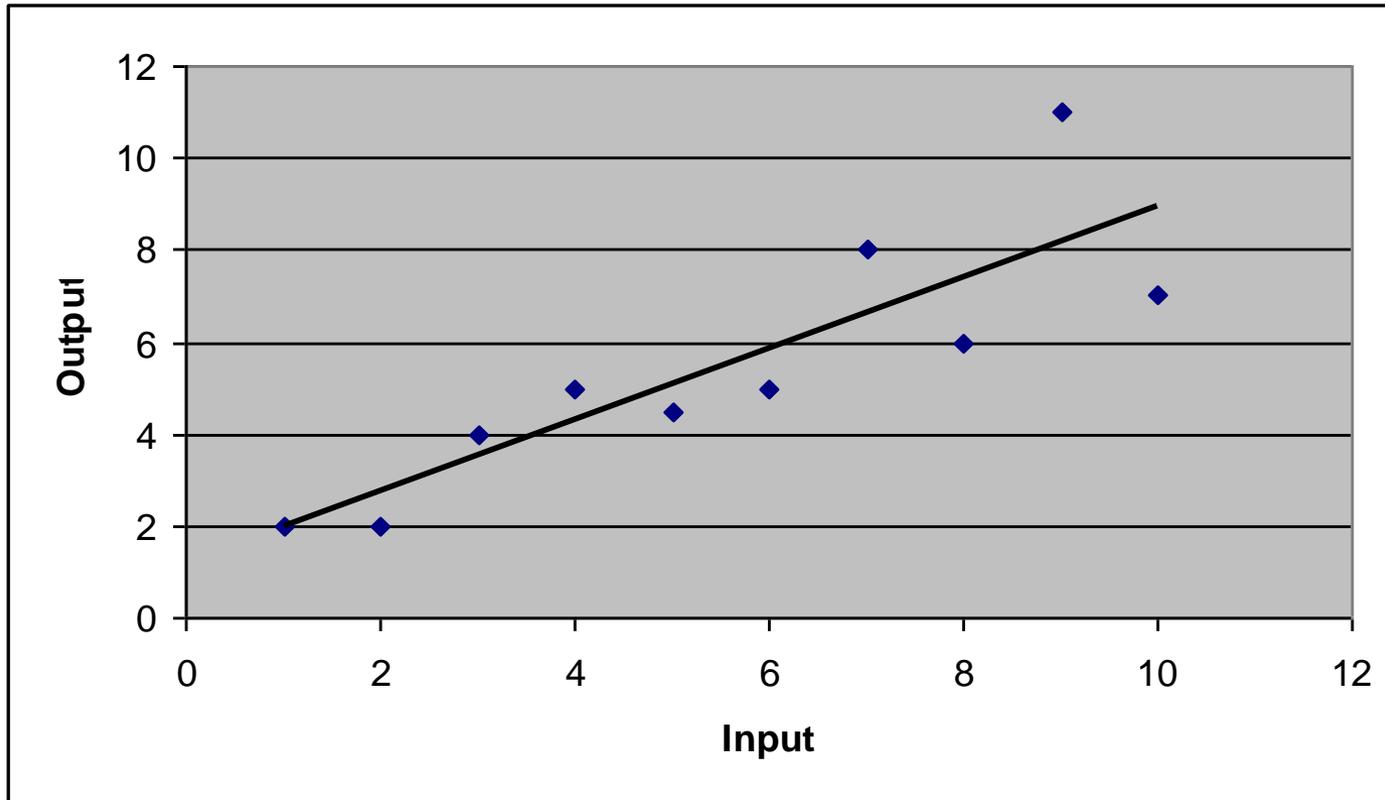
$$0 \leq y^A / f(x^A) \leq 1 \quad [3.3]$$

L'efficienza tecnica è raggiunta quando l'output osservato è massimo in relazione ai fattori impiegati (*output efficiency*), o, viceversa, quando, dato il livello di produzione e della tecnologia, gli input sono impiegati nella minima quantità possibile (*input efficiency*).

Le frontiere di produzione - 1

- Con l'evolversi degli studi in materia delle Funzioni di Produzione, l'espressione "Funzioni di Frontiera" è stata associata ad un filone di ricerche scaturite dalla critica dei modelli tradizionali di funzioni di produzione che più che condurre all'individuazione della frontiera dell'insieme delle possibilità di produzione, conducono ad una sorta di funzione di produzione "media".
- Infatti nei cosiddetti "modelli tradizionali" l'output viene specificato come funzione lineare degli input del processo produttivo e di un termine stocastico con distribuzione normale e media nulla; una tale relazione implica che i valori osservati dell'output possono giacere, con la stessa probabilità, al di sopra o al di sotto della funzione di produzione (Vedi Figura lucido 39).

Le frontiere di produzione - 2

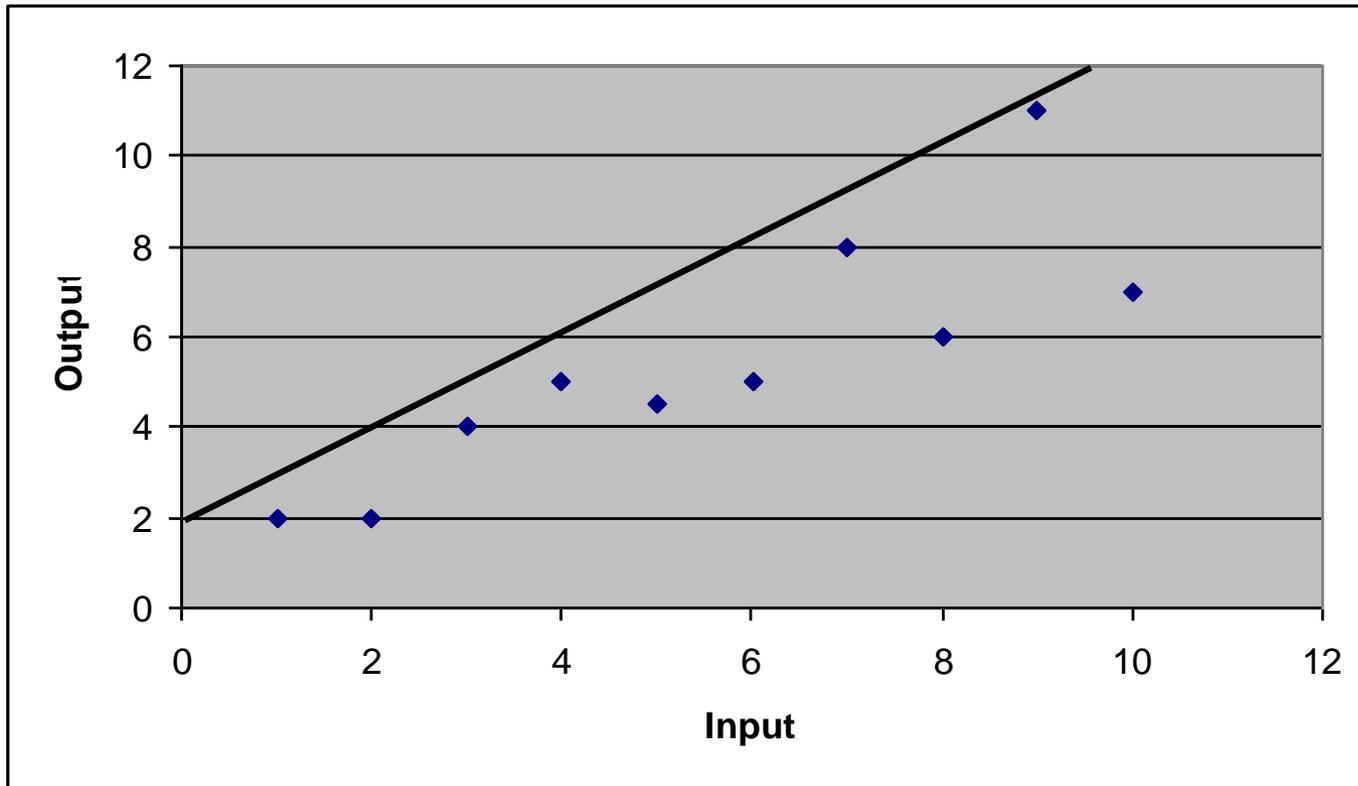


Funzione "Media"

Le frontiere di produzione - 3

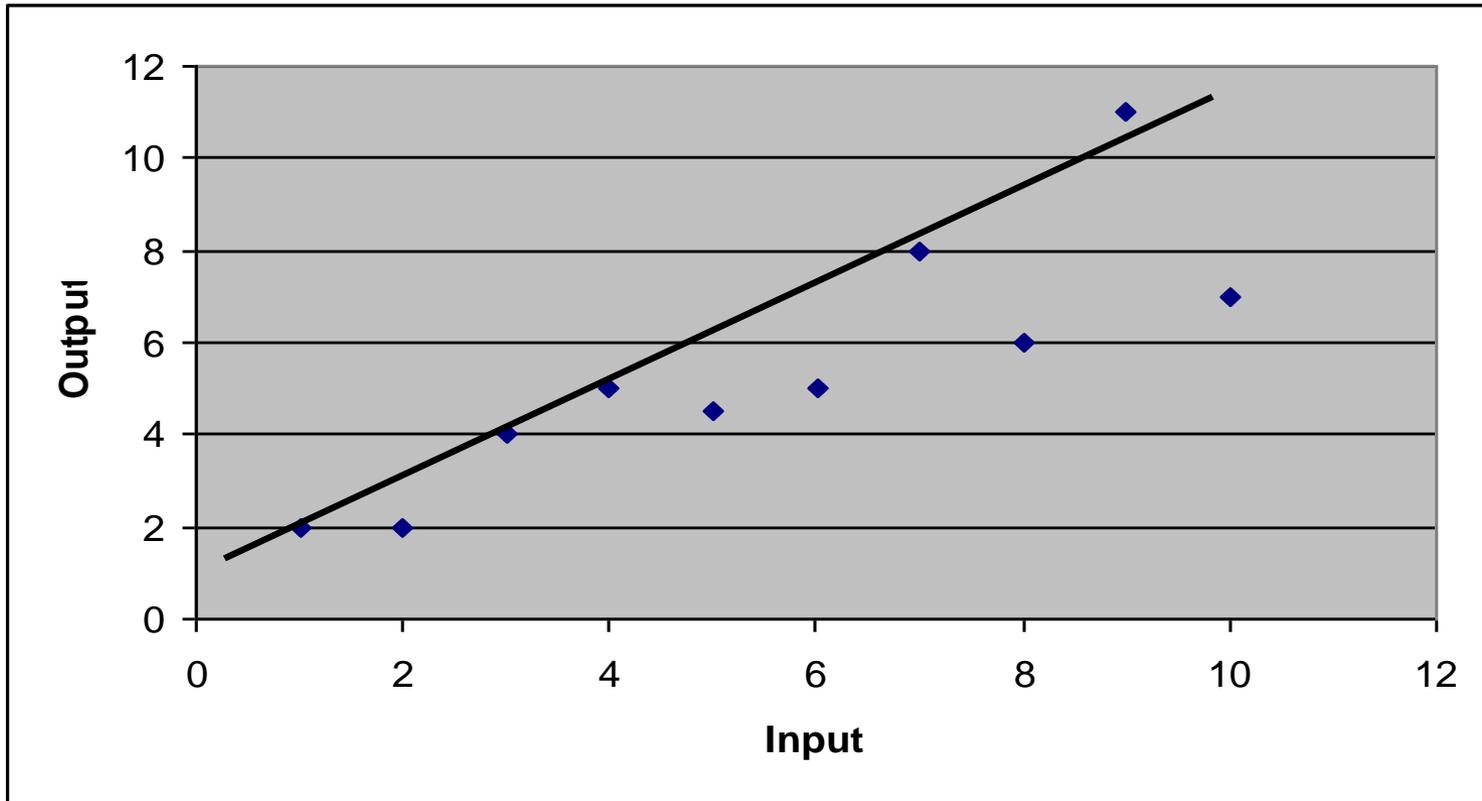
- L'idea sottostante a questa critica è che gli scostamenti dei valori osservati dell'output da quelli espressi dalla frontiera sono dovuti all'azione di fattori di inefficienza, che per definizione agiscono in modo unilaterale, e all'azione degli errori di osservazione, a distribuzione simmetrica.
- Alla luce di ciò è parso più corretto ipotizzare che i valori osservati dell'output giacciono tutti al di sotto o al massimo sulla frontiera (Figura a), se è plausibile ritenere che gli errori di osservazione siano irrilevanti, oppure che gli stessi valori possano giacere anche al di sopra della frontiera stessa, sebbene che a tale evento sia associata una probabilità minore rispetto a quella relativa alla possibilità di collocarsi al di sotto di tale funzione (Figura b)

Le frontiere di produzione - 4



Funzione "Frontiera - a"

Le frontiere di produzione - 5



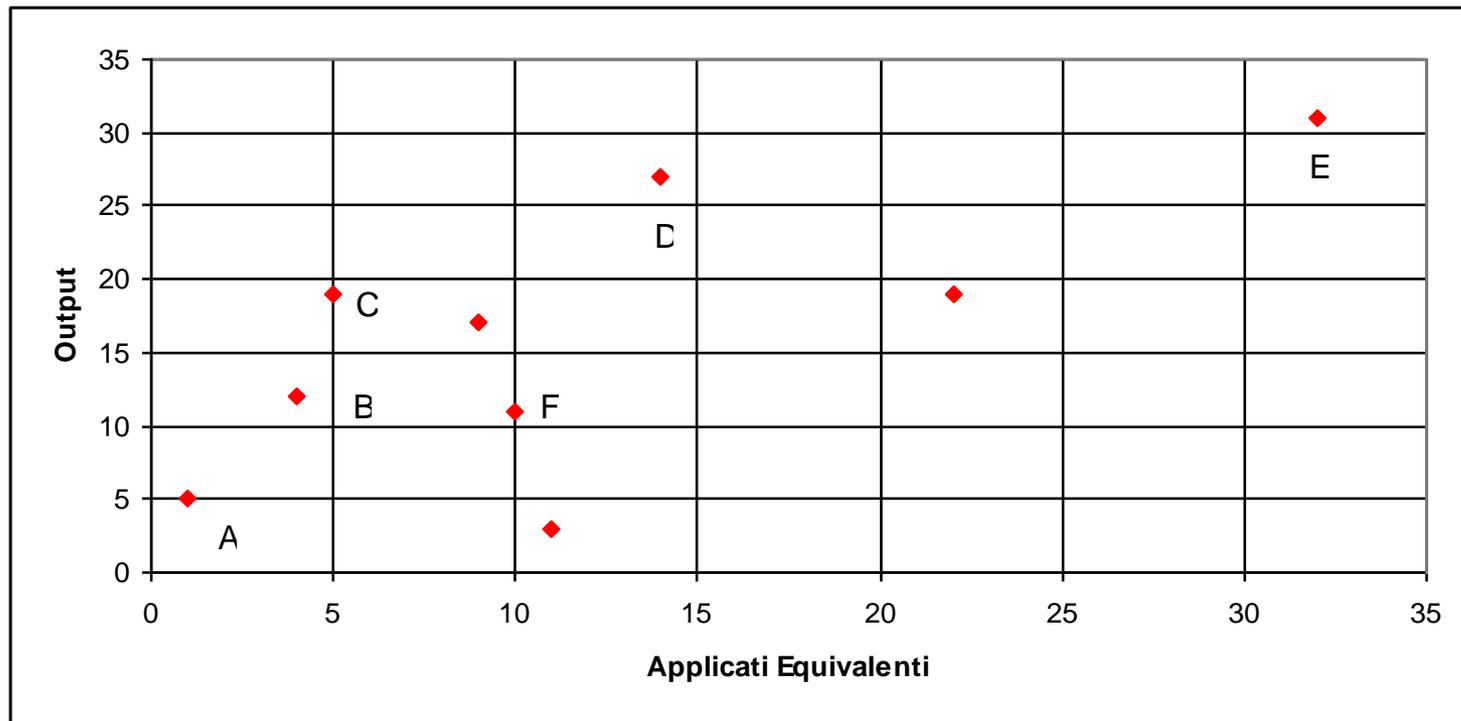
Funzione "Frontiera - b"

Le frontiere di produzione - 6

- In una nota rassegna, Forsund, Lovell e Schmidt suggeriscono una classificazione dei metodi di stima delle funzioni frontiera di produzione, proponendo una prima generale suddivisione in funzioni parametriche e funzioni non parametriche.
- Nella prima classe, si identificano i modelli stocastici e deterministici, e questi ultimi a seconda della procedura di stima adottata, si suddividono in matematici e statistici.
- Al di là delle terminologie adottate nelle classificazioni, il problema che i vari ricercatori che si sono occupati della questione si sono posti, è sempre stato lo stesso: come fare a trasformare in una misura reale il concetto teorico di funzione di produzione.

Le frontiere di produzione - 7

Rappresentando graficamente tale problematica, abbiamo riportato in un grafico a dispersione (vedi figura 6) una serie di coppie di valori x (“Input”) ed y (“Output”) che corrispondono ad una serie di processi produttivi (A, B,...,F) attivati da altrettante aziende.



Le frontiere di produzione - 8

- Dal momento che, in generale, l'efficienza è misurabile, confrontando le *performance* reali dell'azienda con la migliore raggiungibile, espressa da una funzione che rappresenta, perciò, una frontiera, come fare per definire una funzione di produzione che esprima il livello massimo di output che può essere prodotto date le quantità di fattori produttivi?

Le funzione di frontiera deterministiche-matematiche

- Il modello di riferimento può essere il seguente (Aigner e Chu, 1968):

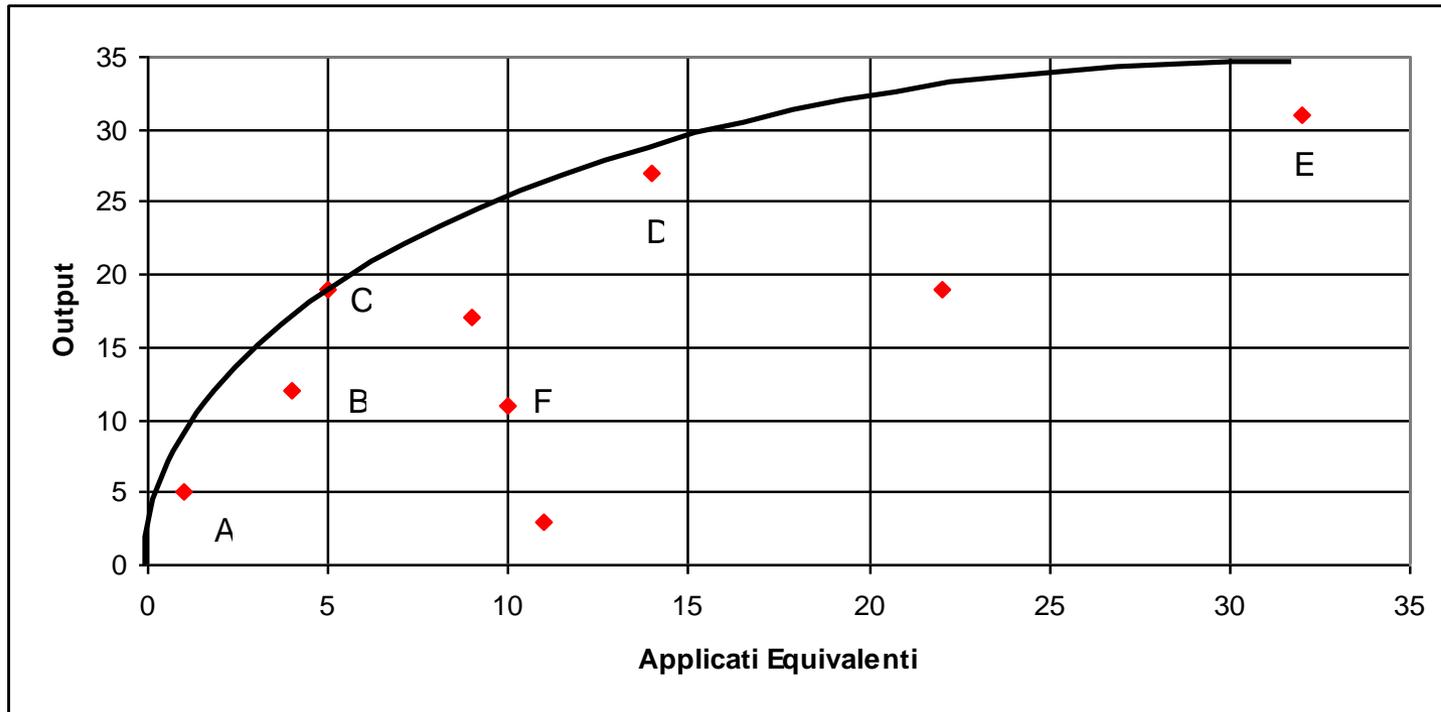
$$\ln Y = \alpha_0 + \sum_i \alpha_i \ln x_i - u \quad u \geq 0$$

- La produzione effettiva è la produzione massima meno un (non negativo) errore di inefficienza. Gli elementi del vettore parametrico possono essere stimati sia con la programmazione lineare (minimizzando la somma dei residui u sotto il vincolo che i residui siano non negativi) sia con la programmazione quadratica (minimizzando invece il quadrato della somma dei residui).

Le funzione di frontiera deterministiche-matematiche

- L'efficienza tecnica di ciascuna osservazione può essere calcolata direttamente dal vettore dei residui, perché u rappresenta l'inefficienza tecnica.
- Da una parte l'approccio parametrico ha il vantaggio di caratterizzare la tecnologia di frontiera in una semplice forma matematicamente la possibilità di comprendere rendimenti di scala non costanti.
- Dall'altra, esso pone una limitazione al numero delle osservazioni che possono essere dichiarate tecnicamente efficienti. Il secondo problema è la sensibilità della frontiera stimata alle osservazioni estreme (Outlier).

Le funzione di frontiera deterministiche-matematiche



AIGNER D.J., CHU S.F. (1968), "On Estimating the Industry Production Function", The American Economic Review, n°4, pp.826-835

Le funzioni di frontiera deterministico-statistiche

- Il cosiddetto modello “probabilistico” di frontiera, elaborato per primo da Timmer (1971), rappresenta il primo tentativo di ridurre la sensibilità delle stime ai valori estremi del campione consentendo ad una prefissata percentuale di osservazioni di stare oltre la frontiera.
- La mancanza di una possibile interpretazione economica di questa percentuale di osservazioni “fuori frontiera” rappresenta il maggior punto di debolezza di questo approccio.
- Con il presente approccio la frontiera può essere stimata con metodi di Massima Verosimiglianza, con i Minimi Quadrati Corretti (COLS) o con i Minimi Quadrati Modificati (MOLS).

Le funzioni di frontiera deterministico-statistiche

- Riprendiamo il modello:

$$\ln Y = \alpha_0 + \sum_i \alpha_i \ln x_i - u \quad u \geq 0$$

Se tale modello venisse stimato con gli OLS (si veda il Capitolo 4 sulla regressione lineare) si otterrebbe una stima distorta della costante, in quanto nel caso di efficienza non perfetta la media del termine di errore u sarà positiva.

Le funzioni di frontiera deterministico-statistiche

- Tuttavia questa difficoltà può essere superata riscrivendo il modello:

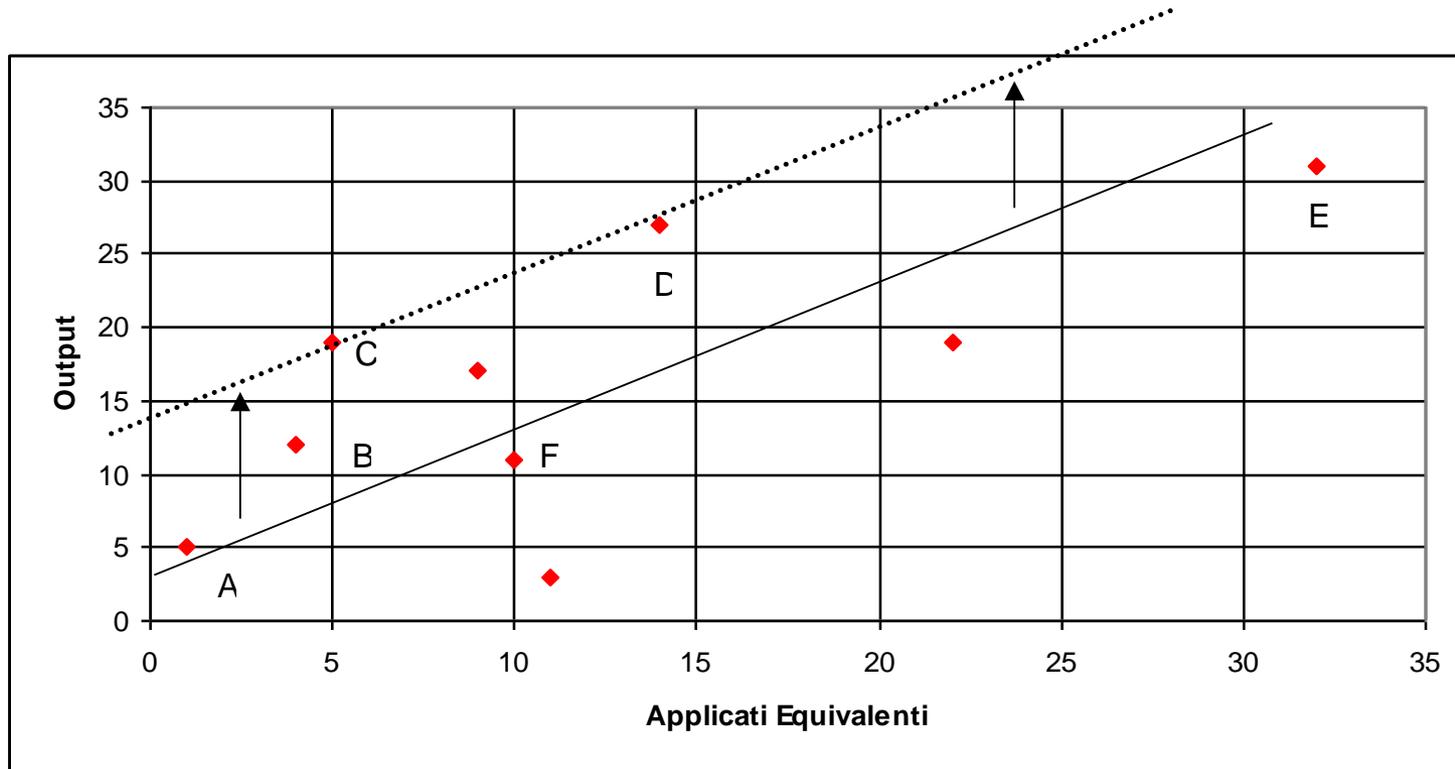
$$\ln Y = (\alpha_0 - \mu) + \sum_i \alpha_i \ln x_i + \varepsilon \quad \varepsilon = (\mu - u)$$

- dove μ è la media di u , e dove il nuovo termine ha valor medio zero.
- Tale metodologia prende il nome di **Minimi Quadrati Corretti** (COLS), ma non garantisce che tutti i punti si trovino al di sotto o esattamente sulla frontiera di produzione.

Le funzioni di frontiera deterministico-statistiche

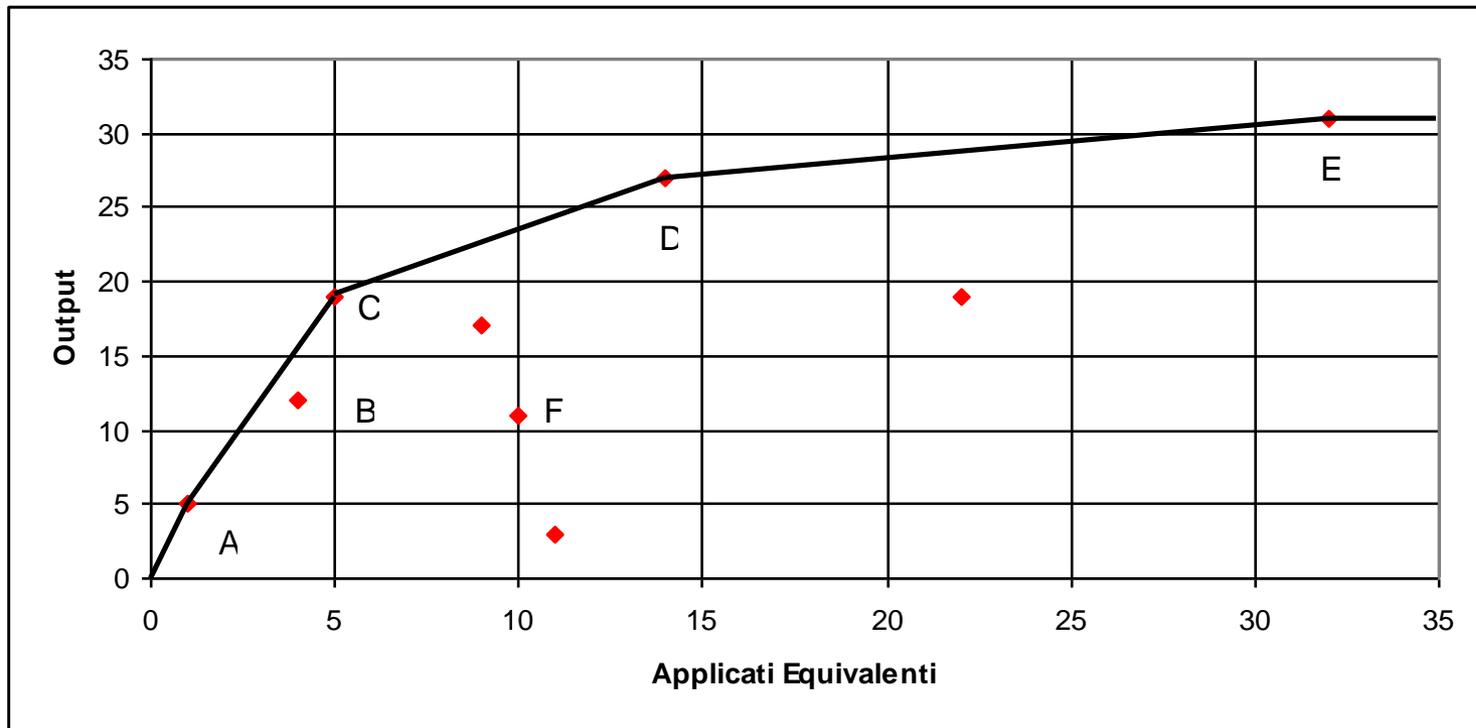
- Tale metodologia prende il nome di Minimi Quadrati Corretti (COLS), ma non garantisce che tutti i punti si trovino al di sotto o esattamente sulla frontiera di produzione.
- Per superare questo inconveniente si può ricorrere al metodo proposto da Greene (1980), definito Minimi Quadrati Modificati (MOLS). Molto prossimo al metodo COLS, propone di sostituire la stima di μ con il residuo OLS positivo più elevato, cosicché la costante viene aumentata finché nessun residuo risulta essere positivo, mentre uno è zero.

Le funzioni di frontiera deterministico-statistiche



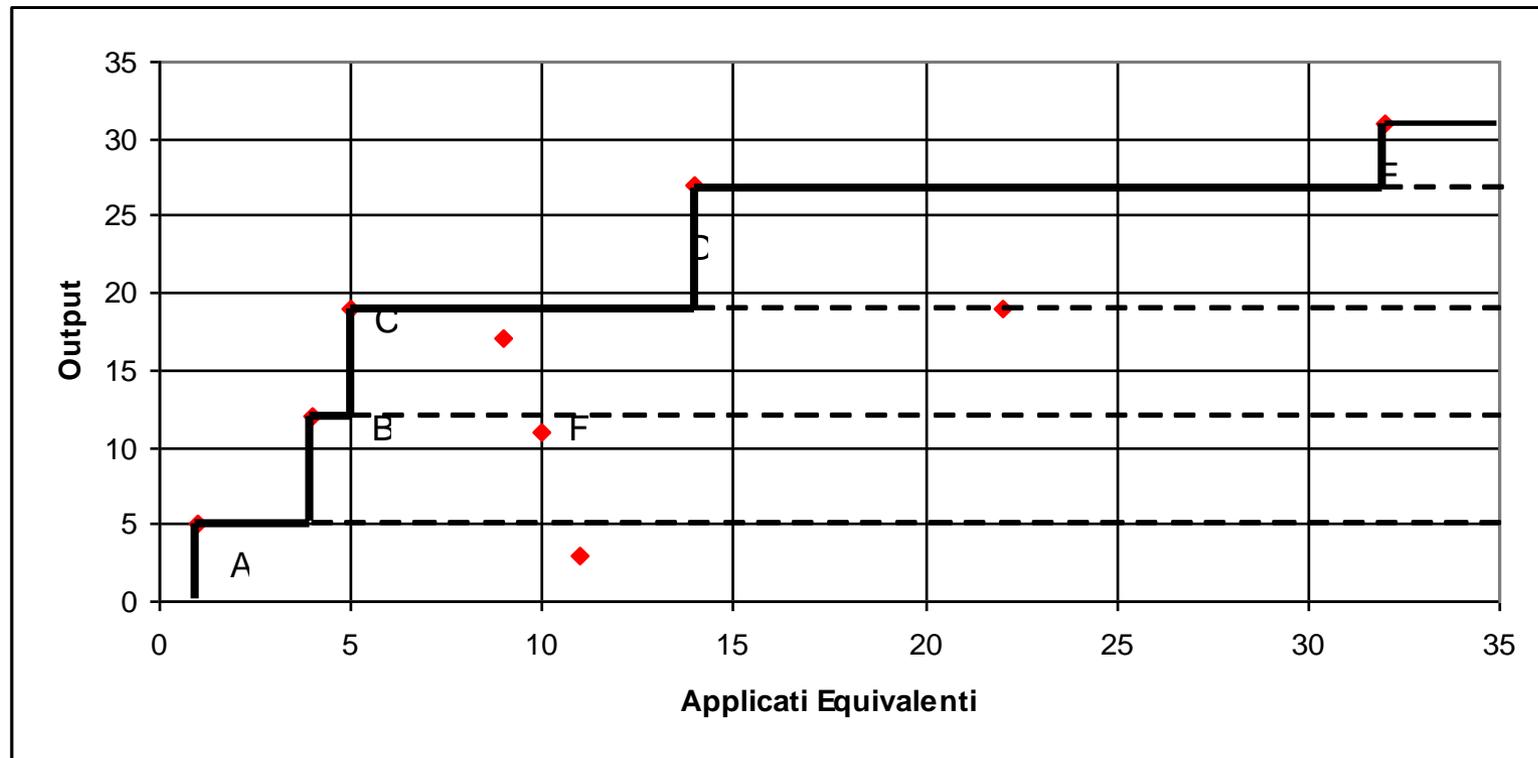
- *Modified Ordinary Least Squares (MOLS) - Greene W.H. et al (1980)*

Le funzioni di frontiera non parametriche: Data Envelopment Analysis (DEA)



CHARNES A., COOPER W.W., RHODES E. (1978), "Measuring the efficiency of decision making units", European Journal Of Operational Research, 2 (6), 429-444

Le funzioni di frontiera non parametriche: Free Disposal Hull (FDH)



DEPRINS D., SIMAR L., TULKENS H. (1984), "Measuring Labor-Efficiency in Post Offices", *The Performance of Public Enterprises: Concepts and Measurement*, Amsterdam, North-Holland, pp.243-267