

## INDICI DI DIVISIA - NOTAZIONE

$[x_1(t), x_2(t), \dots, x_j(t), \dots, x_n(t)]$  QUANTITÀ  
INPUT

$[p_1(t), p_2(t), \dots, p_j(t), \dots, p_m(t)]$  PREZZI  
INPUT

$$X_J^{\circ}(t) = x_j(t) - x_j(t-1)$$

DIFFERENZA NEL DISCRETO

$$X_J^{\circ}(t) = \frac{\partial x_j(t)}{\partial t} = X_J'(t) \quad \text{NEL CONTINUO}$$

$$\frac{X_J^{\circ}(t)}{x_j(t)} = \frac{x_j(t) - x_j(t-1)}{x_j(t)}$$

VARIATIONE PERCENTUALE

## INDICI DI DIVISIA - NOTAZIONE

NEL CASO VOLESSIMO CONSIDERARE PIÙ DI UN INPUT CONGIUNTAMENTE, È NECESSARIO

DEFINIRE  $D(t)$ , UN INDICE COMPOSTO

$$\frac{D^o(t)}{D(t)} = \frac{D(t) - D(t-1)}{D(t)} = \sum_{j=1}^m w_j \frac{X_j^o(t)}{X_j(t)}$$

quali pesi  $w_j$  utilizzeremo?

$$w_j = \frac{X_j(t) \cdot P_j(t)}{\sum X_j(t) P_j(t)}$$

è la frazione del VALORE MONETARIO di CIASCUN INPUT.

# INDICI DI DIVISIA - NOTAZIONE

ANALOGAMENTE PER GLI OUTPUT:

$[y_1(t), y_2(t), \dots, y_i(t), \dots, y_m(t)]$  QUANTITÀ  
OUTPUT

$[q_1(t), q_2(t), \dots, q_i(t), \dots, q_m(t)]$  PREZZI  
OUTPUT

IL VALORE MONETARIO DELL'OUTPUT  $y$ :

$$q_1 y_1 + q_2 y_2 + \dots + q_i y_i + \dots + q_m y_m$$

$$\frac{\partial [q_1 y_1 + \dots + q_m y_m]}{\partial t} =$$

$$\frac{\partial q_1(t)}{\partial t} \cdot y_1(t) + q_1(t) \cdot \frac{\partial y_1(t)}{\partial t} + \dots$$

$$q_1^{\circ}(t) y_1(t) + q_1(t) y_1^{\circ}(t) + \dots$$

# INDICI DI DIVISIA

PER OTTENERE UNA VARIAZIONE PERCENTUALE,  
OWERO UN INDICE, DIVIDO PER IL VALORE:

$$\frac{q_1^0(t) \cdot y_1(t) + q_2(t) \cdot y_2^0(t) + \dots +}{\sum_{i=1}^n q_i \cdot y_i} =$$

$$\frac{q_1 \cdot y_1}{\sum q_i \cdot y_i} \cdot \left[ \frac{q_1^0(t)}{q_1(t)} + \frac{y_1^0(t)}{y_1(t)} \right] + \frac{q_2 \cdot y_2}{\sum q_i \cdot y_i} \cdot \left[ \frac{q_2^0(t)}{q_2(t)} + \frac{y_2^0(t)}{y_2(t)} \right] + \dots$$

$$= \sum w_i \left[ \frac{q_i^0(t)}{q_i(t)} + \frac{y_i^0(t)}{y_i(t)} \right]$$

$$= \sum w_i \frac{q_i^0(t)}{q_i(t)} + \sum w_i \frac{y_i^0(t)}{y_i(t)}$$

$$= \frac{Q^0}{Q} + \frac{Y^0}{Y} =$$

INDICE DIVISIA PREZZI + INDICE DIVISIA QUANTITA'

DEGLI OUTPUT

## INDICI DI DIVISIA

$$\frac{Y_0}{Y} = \sum_{i=1}^m w_i \frac{Y_i^0}{Y_i}$$

$$\frac{X^0}{X} = \sum_{j=1}^n w_j \frac{X_j^0}{X_j}$$

TASSO DI CRESCITA DELLA PRODUTTIVITÀ DEI FATTORI

TOTAL FACTOR PRODUCTIVITY

PRODUTTIVITÀ TOTALE DEI FATTORI

$$\frac{PTF^0}{PTF} = \frac{Y_0}{Y} - \frac{X^0}{X}$$

DIFFERENZA TRA DUE INDICI DI DIVISIA  
DELLE QUANTITÀ

I PREZZI RIENTRANO SOLO NEI PESI  $w_i$  e  $w_j$  ↓  
0