

## Esercitazione # 2 –Maggio 2026

### TEST di teoria

**1. In un modello di regressione in k variabili, se la matrice X contiene regressori che NON sono combinazioni lineari, quale è il rango della matrice stessa ?:**

1. (n-2)
2. k
3. n

**2. Il test di Goldfield e Quandt è normalmente utilizzato per verificare la presenza di:**

1. Multicollinearità tra i regressori
2. Eteroschedasticità nella componente di errore del modello
3. Presenza di autocorrelazione nei residui

**3. L'indice dei prezzi a base mobile viene calcolato:**

1.  $\frac{P_t}{P_0} * 100;$
2.  $\frac{P_0}{P_t} * 100;$
3.  $\frac{P_t}{P_{t-1}} * 100;$

**4. L'indice di Divisia viene comunemente utilizzato per misurare la:**

1. variazione di produttività;
2. variazione delle quantità;
3. variazione dei prezzi;

## Domande di teoria a risposta aperta

### ***Domanda 1.***

Descrivere brevemente le **componenti** nei modelli di composizione delle Serie Storiche, approccio classico.

### ***Domanda 2.***

Descrivere brevemente la differenza di fondo tra numeri indice a **base fissa** e a **base mobile**.

### ***Domanda 3.***

Sia dato un modello di regressione lineari in  $k$  variabili. Si descrivano brevemente le ipotesi di base che determinano gli stimatori OLS di tipo BLUE (i migliori tra gli stimatori lineari e corretti).

### ***Domanda 4.***

Descrivere brevemente i tre indirizzi seguiti dai metodi elaborati dalla teoria economica per misurare gli effetti del progresso tecnico

## Esercizi

### Esercizio 1.

In una indagine campionaria sono state estratte 12 aziende per le quali sono state misurate le unità di input1 (X1), le unità di input2 (X2) e le unità di output (Y). Le informazioni disponibili sono riportate nella tabella qui sotto:

Azienda	Y = Output	X1 = Input 1	X2 = Input 2	Y- Ymed	X1- X1med	X2- X2med	y*y	x1*x1	x2*x2	y*x1	y*x2	x1*x2
1	4	2	1	-6	-2	-3	36	4	9	12	18	6
2	6	2	1	-4	-2	-3	16	4	9	8	12	6
3	6	2	2	-4	-2	-2	16	4	4	8	8	4
4	8	3	3	-2	-1	-1	4	1	1	2	2	1
5	8	4	3	-2	0	-1	4	0	1	0	2	0
6	9	4	3	-1	0	-1	1	0	1	0	1	0
7	8	3	3	-2	-1	-1	4	1	1	2	2	1
8	9	4	4	-1	0	0	1	0	0	0	0	0
9	11	4	4	1	0	0	1	0	0	0	0	0
10	12	5	6	2	1	2	4	1	4	2	4	2
11	17	7	8	7	3	4	49	9	16	21	28	12
12	22	8	10	12	4	6	144	16	36	48	72	24
	<b>10</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>280</b>	<b>40</b>	<b>82</b>	<b>103</b>	<b>149</b>	<b>56</b>

Utilizzare la metodologia dei Minimi Quadrati Ordinari (OLS) in forma matriciale per la stima dei parametri della **funzione media** di produzione.

*Esercizio 2.*

In una indagine campionaria sono state estratte 12 aziende per le quali sono state misurate le unità di input (X) e le unità di output (Y). Le informazioni disponibili sono riportate nella tabella qui sotto. Si ipotizza inoltre presenza di eteroschedasticità nella componente di errore. Le aziende sono state ordinate per X e divise in tre gruppi, rispettivamente di 5, 2 e 5 aziende. Sul primo e terzo gruppo sono state compiute due regressioni separate, come segue:

Azienda	X = Input	Y = Output	Y-Ymed	X-Xmed	x*x	y*x	Yhat	e
1	1	2	-0.8	-1	1	0.8	2.05	-0.05
2	1	2	-0.8	-1	1	0.8	2.05	-0.05
3	2	3	0.2	0	0	0	2.80	0.20
4	3	3	0.2	1	1	0.2	3.55	-0.55
5	3	4	1.2	1	1	1.2	3.55	0.45
	2	2.8	0	0	4	3		0
6	3	4		beta1=	0.750			
7	3	5		alfa1=	1.300			
8	4	6	-7	-1.2	1.44	8.4	8.00	-2.00
9	4	10	-3	-1.2	1.44	3.6	8.00	2.00
10	6	12	-1	0.8	0.64	-0.8	16.33	-4.33
11	6	15	2	0.8	0.64	1.6	16.33	-1.33
12	6	22	9	0.8	0.64	7.2	16.33	5.67
	5.2	13	0	0	4.8	20		0
				beta3=	4.167			
				alfa3=	-8.667			

Sapendo che il valore della distribuzione F che delimita la zona di accettazione è pari a  $F=5,05$  si effettuino il test di Goldfield e Quandt per verificare la presenza di eteroschedasticità nei residui.

### Esercizio 3.

Una azienda di elettrodomestici produce lavatrici dal 2008. Data la serie storica riportata qui sotto:

2008	2009	2010	2011	2012	2013
721	812	817	680	780	800

- quale risulta essere l'anno con una maggior variazione percentuale ?
- Si costruisca poi la serie di numeri indici a base fissa (base 2008=100).

### Esercizio 4.

Per tre beni facenti parti di un paniere scelto sono riportati i prezzi e le quantità di vendita rilevati per quattro anni, dal 2008 al 2011:

Anno	Beni					
	A		B		C	
	P	q	p	q	p	q
2008	16	4	27	3	21	8
2009	18	4	29	2	23	7
2010	20	5	30	4	21	6
2011	21	6	28	5	20	5

Si calcoli l'indice di Laspeyres dei PREZZI con base 2008 per gli anni 2009, 2010 e 2011

### Esercizio 5.

Una azienda che opera in Toscana produce 4 tipi di Prodotti (output), utilizzando 8 tipi di input.

Dall'anno (t-1) all'anno t, l'azienda decide di impiegare diverse quantità di input (cambia il piano di produzione) acquistate ai prezzi di mercato che si modificano.

Tutte le informazioni sono riportate nella Tabella seguente:

	Istante t		Istante t-1	
Input = j	Quantità	Prezzo	Quantità	Prezzo
1	3	4	2	3
2	5	2	4	2
3	12	5	12	4
4	5	2	4	2
5	7	1	5	1
6	4	3	2	2
7	2	2	2	2
8	5	1	4	1
Output = i	Quantità	Prezzo	Quantità	Prezzo
1	10	5	8	3
2	16	3	14	2
3	12	3	12	2
4	13	4	9	2

Si proceda a calcolare:

- 1) L'indice di Divisia delle quantità degli input
- 2) L'indice di Divisia delle quantità degli output
- 3) L'indice di Divisia dei prezzi degli input
- 4) L'indice di Divisia dei prezzi degli output
- 5) La Produttività Totale dei Fattori