



UNIVERSITÀ
DI SIENA
1240

Analisi Statistica del Reddito e delle Condizioni di Vita

Appendice 2: **Le scale di equivalenza**

- Le scale di equivalenza rappresentano un prerequisito in ogni confronto del benessere realizzato attraverso misure sulla distribuzione del reddito, disuguaglianza e povertà; costituiscono inoltre uno strumento economico idoneo ad incorporare l'impatto di cambiamenti demografici in modelli per l'allocazione della spesa per consumi aggregati. In questa ottica le scale «...calcolano l'ammontare relativo di reddito di cui due differenti nuclei familiari hanno necessità, per raggiungere lo stesso livello di standard di vita» (Muellbauer, 1977).

Riprendiamo il confronto tra redditi di famiglie con differenti caratteristiche socio-demografiche

Famiglia “A” 30.000 Euro annui
4 componenti

$\left\{ \begin{array}{l} \textit{Genitori} \\ \textit{Figlio 13 anni} \\ \textit{Figlio 7 anni} \end{array} \right.$

Famiglia “B” 20.000 Euro annui
2 componenti
 $\{ \textit{Coppia di adulti} \}$

Reddito PRO-CAPITE

- Famiglia “A”: $\frac{30.000 \text{ €}}{4} = 7.500 \text{ €}$
- Famiglia “B”: $\frac{20.000 \text{ €}}{2} = 10.000 \text{ €}$
- Vantaggio: Definizione semplice e confrontabile
- Difetto: non tiene conto delle “Economie di scala” presenti nelle famiglie

Reddito Equivalente

Nella misura tradizionale della povertà si utilizza una variabile monetaria che deriva dal *Reddito Familiare Disponibile*, definito:

- Reddito Equivalente

Il reddito familiare disponibile viene diviso per un coefficiente (numero indice economico) definito:

- Scala di equivalenza

Metodi per la stima delle scale

- I metodi per la definizione e calcolo delle scale di equivalenza possono essere suddivisi in almeno quattro categorie, tra le quali:
 - 1) Scale normative;
 - 2) Scale basate su modelli uni equazionali;
 - 3) Scale basate su sistemi completi di domanda;
 - 4) Scale intertemporali.

Esercizio: Scale OECD - Oxford

SCALA OECD 70 – 50 (Oxford)

1 per il primo adulto

0.7 per ogni successivo adulto

0.5 per ogni figlio sotto i 16 anni

- SCALA OECD “modificata” da EUROSTAT(1997)

1 per il primo adulto

0.5 per ogni successivo adulto

0.3 per ogni figlio sotto i 16 anni

Esercizio: confrontare il benessere delle due famiglie utilizzando la Scala 70-50 e successivamente la scala 50-30.

Esercizio: Scale OECD

- Scale OECD-originali

- Famiglia “A”:
$$\frac{30.000 \text{ €}}{1 + 0,7 + 0,5 + 0,5} = \frac{30.000 \text{ €}}{2,7} = 11.111 \text{ €}$$

- Famiglia “B”:
$$\frac{20.000 \text{ €}}{1 + 0,7} = \frac{20.000 \text{ €}}{1,7} = 11.765 \text{ €}$$

- Scale OECD-modificate

- Famiglia “A”:
$$\frac{30.000 \text{ €}}{1 + 0,5 + 0,3 + 0,3} = \frac{30.000 \text{ €}}{2,1} = 14.286 \text{ €}$$

- Famiglia “B”:
$$\frac{20.000 \text{ €}}{1 + 0,5} = \frac{20.000 \text{ €}}{1,5} = 13.333 \text{ €}$$

Modelli uniequazionali - 1

- Per questa categoria di scale, l'ipotesi di partenza consiste nel fatto che il benessere economico di ogni nucleo familiare è funzione della spesa assoluta o relativa (quota) per un certo gruppo di beni di consumo; le due più note metodologie all'interno di questa categoria fanno riferimento ai lavori di Engel (1895) e Rothbarth (1943).

Metodo di Engel - 1

- Secondo il metodo di Engel, noto anche con il nome di *food ratio method*, due nuclei familiari raggiungono lo stesso livello di benessere quando spendono la stessa frazione di consumo in beni alimentari; necessariamente, a parità di reddito, con la nascita di un figlio o comunque con l'aumentare del numero dei componenti della famiglia il *food ratio* tende ad aumentare ed è necessario un reddito, e quindi una spesa totale più alta per riportarlo al livello di partenza.

Metodo di Engel - 2

- Le scale di equivalenza ufficiali nel nostro Paese fanno riferimento al contributo di Carbonaro (1985) per il rapporto della Commissione di indagine sulla povertà e sull'emarginazione (di seguito Commissione Povertà). Il modello utilizzato prevede una funzione doppio logaritmica per la curva di Engel dei beni alimentari:

- $$\log A_i = \alpha + \beta \log C_i + \gamma \log N_i + v_i \quad (\text{App. 2.1})$$

- dove A è la spesa alimentare del generico nucleo i , C è il consumo totale e N è la numerosità familiare. Mantenendo costante l'elasticità del consumo rispetto alla numerosità familiare:

$$\varepsilon = \frac{\beta}{1-\gamma}$$

- è possibile ottenere la scala di equivalenza in forma ricorsiva:

- $$\begin{cases} e_1 = 1 \\ e_{n+1} = e_n \left(1 + \frac{\varepsilon}{n} \right) \end{cases} \quad (\text{App. 2.2})$$

Sistemi completi di domanda - 1

- Le scale di equivalenza basate sui sistemi completi di domanda sono definite come la spesa relativa sostenuta da nuclei familiari con differenti caratteristiche demografiche, per raggiungere lo stesso livello di utilità o benessere economico; in sintesi la scala è definita come:

- $$e(u, \mathbf{p}, \mathbf{z}, \mathbf{z}^r) = \frac{C(u, \mathbf{p}, \mathbf{z})}{C(u, \mathbf{p}, \mathbf{z}^r)} \quad (\text{App. 2.8})$$

- dove $C(.)$ è la funzione di costo associata al sistema completo di domanda, $\mathbf{p}$ è il vettore dei prezzi delle categorie di beni di consumo, u è lo specifico livello di utilità, $\mathbf{z}$ e $\mathbf{z}^r$ sono i vettori di variabili demografiche rispettivamente del generico nucleo familiare e di quello di riferimento.

Sistemi completi di domanda - 2

- Pollak e Wales (1979) per primi fanno notare come le scale (App. 2.8) non siano completamente identificate a partire da informazioni sulla spesa per consumi e sul sistema dei prezzi; per un approfondimento si veda anche Fisher (1987) e Blundell e Lewbel (1991). Tale problema può essere risolto attraverso l'introduzione di assunzioni, talvolta molto forti; le scelte da compiere possono essere raggruppate in tre categorie:
- scelta del sistema completo di domanda;
- il rango del sistema stesso;
- il metodo di introduzione delle variabili demografiche.

Esempio: Ukraina - 1

The model here considered is the AI system of Deaton and Muellbauer (1980), whose indirect utility function is defined as follows: $v(\mathbf{x}, \mathbf{p}) = \frac{\ln \mathbf{x}}{b(\mathbf{p})}$, where $\mathbf{x} = \frac{\mu}{a(\mathbf{p})}$ is the expenditure in real

terms; $\ln a(\mathbf{p}) = \alpha_0 + \sum \alpha_k \ln p_k + \frac{1}{2} \sum \sum \gamma_{kj} \ln p_k \ln p_j$ and $\ln b(\mathbf{p}) = \sum \beta_k \ln p_k$ are price indices.

The associated cost function which results is:

$$\ln C(\mathbf{u}, \mathbf{p}) = \alpha_0 + \sum \alpha_k \ln p_k + \frac{1}{2} \sum \sum \gamma_{kj} \ln p_k \ln p_j + \prod p_k^{\beta_k} u \quad (7)$$

and from Roy's identity one can obtain the budget shares:

$$w_i = \frac{\partial \ln a(\mathbf{p})}{\partial \ln p_i} + \frac{\partial \ln b(\mathbf{p})}{\partial \ln p_i} \ln \mathbf{x} = \alpha_i + \sum \gamma_{ij} \ln p_j + \beta_i (\ln \mu - \ln a(\mathbf{p})) \quad (8)$$

This simple Engel curve can be extended in several directions, introducing:

- nonlinearities in the Engel curves;
- socio-demographic variables.

Esempio: Ukraina - 2

Table 2. AIDS_PS2 estimates (p-values are reported in parentheses).

	Group 1	Group 2	Group 3	Group 4	Group 5	Group 6
α_i	1.4676 ($<.0001$)***	-0.1499 ($<.0001$)***	0.1846 ($<.0001$)***	0.0730 ($<.0001$)***	-0.2419 ($<.0001$)***	-0.2887 ($<.0001$)***
β_i	-0.0709 ($<.0001$)***	0.0198 ($<.0001$)***	-0.0042 ($<.0001$)***	-0.0024 (0.0005)***	0.0278 ($<.0001$)***	0.0322 ($<.0001$)***
$\gamma_{1,i}$	-0.3917 (0.0018)***	0.1076 (0.3793)	-0.2376 (0.0505)*	0.2778 (0.0250)**	0.2211 (0.0698)*	-0.0513 (0.6773)
$\gamma_{2,i}$	0.0840 (0.1157)	-0.0048 (0.9275)	0.0065 (0.9012)	0.0352 (0.5091)	-0.0923 (0.0778)*	-0.0726 (0.1714)
$\gamma_{3,i}$	0.0610 (0.4685)	0.0260 (0.7536)	0.0950 (0.2504)	-0.1479 (0.0789)*	-0.1821 (0.0276)**	0.1480 (0.0771)*
$\gamma_{4,i}$	-0.1171 (0.0470)**	-0.0695 (0.2311)	0.0049 (0.9321)	-0.0029 (0.9610)	0.1540 (0.0078)***	0.0912 (0.1195)
$\gamma_{5,i}$	0.1154 (0.0314)**	0.0045 (0.9314)	0.0562 (0.2843)	-0.1325 (0.0131)**	-0.0966 (0.0663)*	0.0787 (0.1384)
$\gamma_{6,i}$	0.1584 (0.0053)***	-0.0596 (0.2843)	0.0658 (0.2364)	-0.0049 (0.9316)	-0.0111 (0.8411)	-0.1353 (0.0161)**
	$\hat{\tau}_1=0.4062$ ($<.0001$)***	$\hat{\tau}_2=0.6551$ ($<.0001$)***	$\hat{\tau}_3=0.7364$ ($<.0001$)***	$\hat{\tau}_4=0.8005$ ($<.0001$)***	$\hat{\tau}_5=0.6595$ ($<.0001$)***	

*** Parameter significant at 99% significative level.

** Parameter significant at 95% significative level.

* Parameter significant at 90% significative level.

Esempio: Ukraina - 3

Category	Scale
First adult aged 18-64	1.00
Any subsequent adult aged 19-64	0.80
First adult aged 65 or more	0.80
Any subsequent adult aged 65 or more	0.65
Children aged 14-17	0.75
Children aged 7-13	0.60
Children aged 0-6	0.45

Scale intertemporali - 1

Le scale di equivalenza introdotte nei paragrafi App. 2.2 e App. 2.3 hanno il difetto di non essere completamente identificate senza forti ipotesi a priori; inoltre si basano sull'analisi della domanda di uno o più beni di consumo in un unico istante temporale; tale analisi, però, non prende in considerazione la differenziazione dei costi nel corso del tempo, che deriva dalla dimensione intertemporale della scelta del consumatore; l'utilizzo di scale di equivalenza intertemporali risolve i problemi appena introdotti.

Scale intertemporali - 2

- A partire da funzioni di costo intertemporali, Pashardes (1991) definisce le scale di equivalenza a due livelli di comportamento di consumo. Ad un livello contemporaneo:

- $$e_t(u_t, \mathbf{p}_t, \mathbf{z}_t, \mathbf{z}_t^r) = \frac{c(u_t, \mathbf{p}_t, \mathbf{z}_t)}{c(u_t, \mathbf{p}_t, \mathbf{z}_t^r)} \quad (\text{App. 2.16})$$

- come la (App. 2.8), ovvero il costo relativo *within period*, necessario a mantenere un livello prefissato u di utilità. Ad un livello intertemporale la scala è definita:

- $$E(u, \mathbf{P}, \mathbf{Z}, \mathbf{Z}^r) = \frac{C(u, \mathbf{P}, \mathbf{Z})}{C(u, \mathbf{P}, \mathbf{Z}^r)} \quad (\text{App. 2.17})$$

Caso di studio: le scale di equivalenza e la misura della povertà in Italia

- In questo paragrafo vengono riportate alcune scale di equivalenza stimate per l'Italia, sulla base dell'Indagine ISTAT sui Consumi delle Famiglie.
- La scala Carbonaro (1985), che si basa sul metodo del Food Ratio, è stata calcolata sulla base dell'elasticità media per gli anni 1981-1983, ed è riportata nella prima riga della Tabella App. 2.1.
- Le scale di equivalenza che fanno riferimento ai modelli proposti da De Santis (1996), ed introdotti nel paragrafo App. 2.1, sono riportate nelle righe 2-4; le scale sono riferite a tre livelli di consumo mensile per nuclei di un componente: uno, due, e tre milioni di lire rispettivamente.
- L'ultima riga della tabella riporta le scale di equivalenza stimate con l'approccio non parametrico

Caso di studio: le scale di equivalenza e la misura della povertà in Italia

Tabella App. 2.1 - *Scale di equivalenza, metodo del food ratio.*

Scala\ Componenti	1	2	3	4	5	6	7
Carbonaro	1,00	1,67	2,23	2,73	3,18	3,61	4,01
De Santis – 1 milione	1,00	1,85	2,57	3,25	3,95	4,66	5,47
De Santis – 2 milioni	1,00	1,72	2,37	2,94	3,40	4,11	4,59
De Santis – 3 milioni	1,00	1,65	2,26	2,77	3,12	3,82	4,15
Non parametrica	1,00	1,69	2,08	2,41	2,92	3,32*	

* Si riferisce a sei o più componenti.

Scale basate su sistemi completi di domanda in Italia

- Due lavori, Atella *et al.* (1997) e Betti (1999a), hanno proposto di utilizzare un sistema Almost Ideal Demand System (AIDS, Deaton e Muelbauer, 1980) composto da sette categorie di beni di consumo:
 - alimentazione;
 - bevande e tabacchi;
 - abbigliamento;
 - carburante ed energia;
 - trasporti;
 - casa, salute ed educazione;
 - ricreazione ed altri servizi.
- Tale proposta è stata successivamente modificata, introducendo una componente quadratica ed inserendo le variabili demografiche attraverso il metodo del price scaling (QUAIDS_PS)

Scale basate su sistemi completi di domanda in Italia

Tabella App. 2.2 - Scala di equivalenza QUAIDS_PS.

Comp	Adulti	Figli 0-5	Figli 6-14	Figli 15-18	SCALA
1	1	0	0	0	0,81146
2	1	1	0	0	0,84960
	1	0	1	0	0,94759
	1	0	0	1	1,01982
	2	0	0	0	1,00000
3	1	1	1	0	1,14214
	1	1	0	1	1,16870
	1	0	1	1	1,27656
	2	1	0	0	1,07259
	2	0	1	0	1,14302
	2	0	0	1	1,16773
	3	0	0	0	1,21998
4	2	1	1	0	1,28453
	2	0	1	1	1,31528
	2	1	0	1	1,34945
	3	1	0	0	1,19096
	3	0	1	0	1,31528
	3	0	0	1	1,49121
	4	0	0	0	1,40911
5	4	1	0	0	1,32623
	4	0	1	0	1,62028
	4	0	0	1	1,68948
	5	0	0	0	1,63091
6	6	0	0	0	1,92570

Impatto delle scale sulla povertà - 1

Tabella App. 2.4 – *L'incidenza della povertà in Italia, 1987 – 1995.*

Scala \ Anno	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995
OECD 70-50	0,152	0,152	0,152	0,119	0,120	0,117	0,113	0,113	0,112
OECD 50-30	0,138	0,139	0,135	0,106	0,104	0,102	0,098	0,099	0,099
Carbonaro	0,144	0,148	0,144	0,117	0,118	0,117	0,107	0,102	0,106
De Santis	0,152	0,154	0,153	0,119	0,119	0,120	0,112	0,112	0,111
QUAIDS_PS	0,143	0,144	0,139	0,110	0,107	0,106	0,103	0,103	0,106
Intertemporale	0,139	0,139	0,137	0,104	0,105	0,103	0,100	0,100	0,102

Impatto delle scale sulla povertà - 2

Grafico App. 2.1- *Incidenza della povertà al variare della elasticità.*

