Paperone è il monopolista del mercato delle penne di Paperopoli. La sua penna è l'unica penna che i paperopolesi possono acquistare.

La sua funzione di domanda è Q = 40 – 0.5 p (dove Q è la quantità di penne vendute/acquistate e p è il loro prezzo)

La funzione dei costi dell'impresa di Paperone *è TC =200 + 5Q+0,5Q²*

a) Calcolare la funzione di domanda inversa
b) Calcolare la funzione del ricavo marginale
c) Disegnare la retta di domanda e quella del ricavo marginale
d) Disegnare la funzione del costo medio e del costo marginale
e) Trovare la quantità di penne che massimizza il profitto di Paperone e disegnare il grafico dell'equilibrio
f) Calcolare il profitto di Paperone
g) Calcolare il sovrappiù di consumatori e impresa
h) Calcolare la perdita netta del monopolio
i) Calcolare mark-up e elasticità

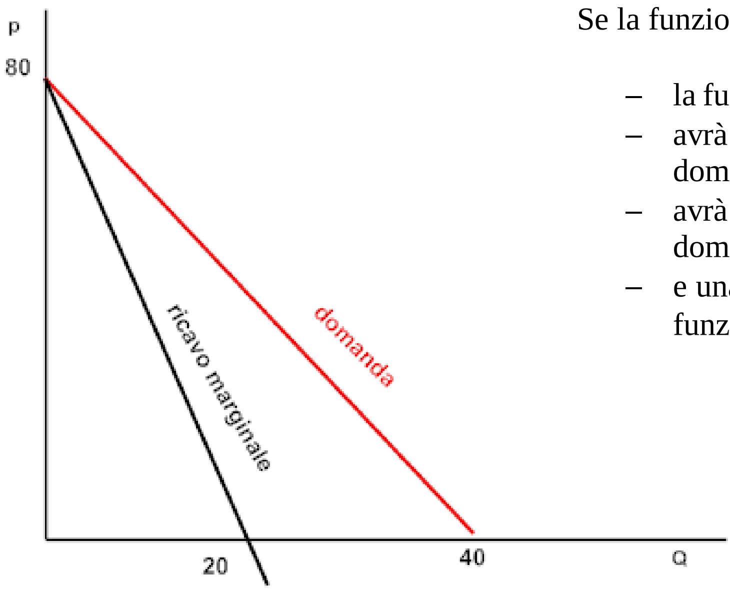
a)
Per trovare la funzione di domanda inversa è sufficiente "risolvere" la funzione di domanda per p

$$p = \frac{40}{0.5} - \frac{1}{0.5}Q = 80 - 2Q$$

b) il ricavo marginale è la derivata del ricavo totale rispetto a Q (risponde alla domanda su quale sarebbe la variazione del ricavo se l'impresa aumentasse al margine la quantità prodotta)

$$MR = \frac{d(pQ)}{dQ} = \frac{d[(80-2Q)Q]}{dQ} = \frac{d(80Q-2Q^2)}{dQ} = 80 - 4Q$$

c)



Se la funzione di domanda è lineare:

- la funzione del ricavo marginale sarà anche essa lineare
- avrà la stessa intercetta verticale della funzione di domanda inversa
- avrà un coefficiente angolare pari al doppio della domanda inversa
- e una intercetta orizzonta pari alla metà di quella della funzione di domanda inversa.

d) La funzione del costo medio è

$$AC = \frac{TC}{Q} = \frac{200}{Q} + 5 + \frac{1}{2}Q \; .$$

Se la deriviamo rispetto a Q otteniamo

$$\frac{dAC}{dQ} = -\frac{200}{Q^2} + \frac{1}{2}$$

il costo medio raggiunge il minimo quando

$$\frac{dAC}{dQ} = 0 \text{ e quindi quando } \frac{200}{Q^2} = \frac{1}{2} \rightarrow Q^2 = 400$$

quando $Q = \sqrt{400} = 20$ il costo medio è minimo,

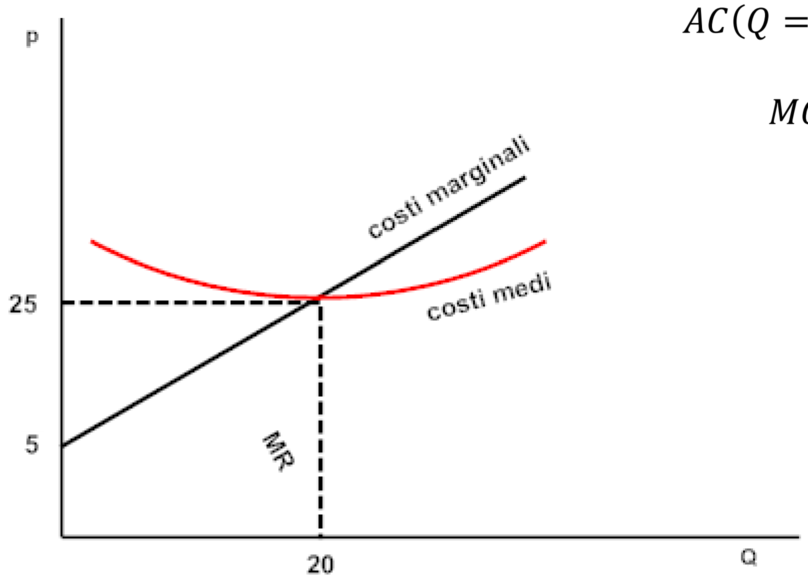
se Q < 20 il costo medio diminuisce,

se Q > 20 il costo medio aumenta.

Il costo marginale è la derivata della funzione del costo totale rispetto a Q (risponde alla domanda su quale sarebbe la variazione del costo totale se l'impresa aumentasse al margine la quantità prodotta)

$$MC = \frac{dTC}{dQ} = 5 + Q$$

La funzione del MC è una funzione lineare mentre la funzione del costo medio ha la tradizionale forma ad U



$$AC(Q = 20) = \frac{200}{20} + 5 + \frac{1}{2}20 = 25$$

$$MC(Q = 20) = 5 + 20 = 25$$

Il costo medio e il costo marginale sono uguali nel punto di minimo del costo medio

e) La condizione di equilibrio vuole che MR=MC. MR e MC sono stati calcolati in precedenza.

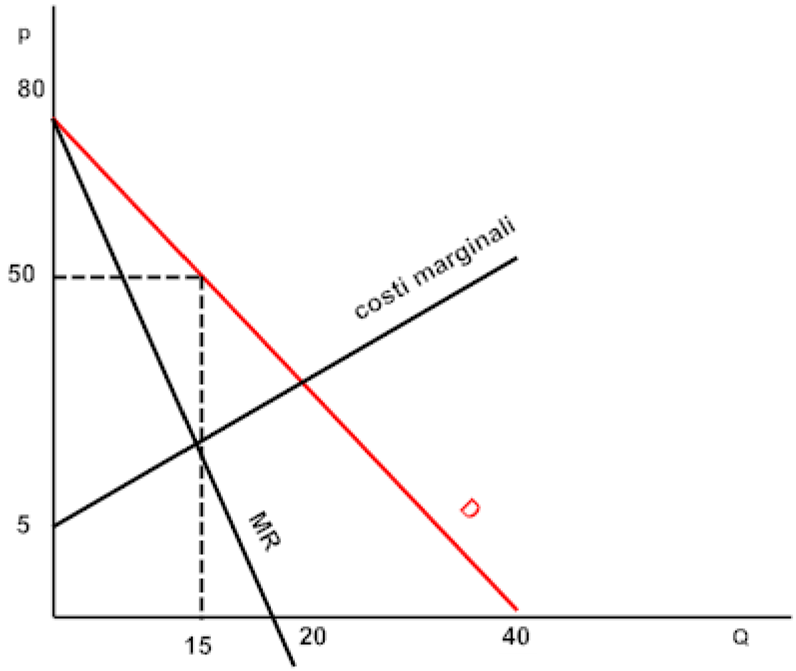
Condizione di equilibrio

$$MR = MC \rightarrow 80 - 4Q = 5 + Q$$

$5Q = 75 \rightarrow Q^* = \frac{75}{5} = 15$ ➔ quantità che massimizza il profitto

Per trovare il prezzo che massimizza il profitto basta sostituire Q* nella curva di domanda inversa

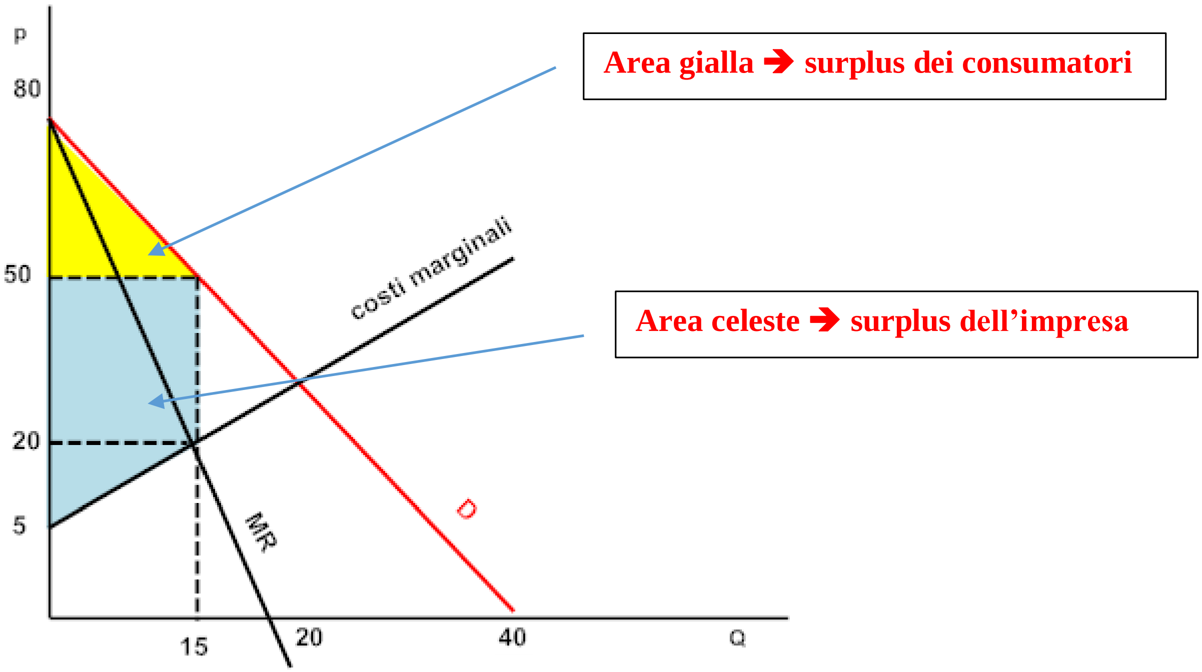
$$p^* = 80 - 2(15) = 50$$



f) Il profitto di Paperone è dato da

$$\pi = P^*Q^* - TC(Q^*) = 50 * 15 - \left(200 + 5 * 15 + \frac{1}{2}15^2\right) = 750 - 387.5 = 362.5$$

g)



Surplus dei consumatori ➔ area gialla (triangolo)

$$S_C = \frac{(80 - 50)15}{2} = 225$$

Per calcolare il surplus dell'impresa dobbiamo ricavare il valore del costo marginale (o del ricavo marginale) nel punto di ottimo

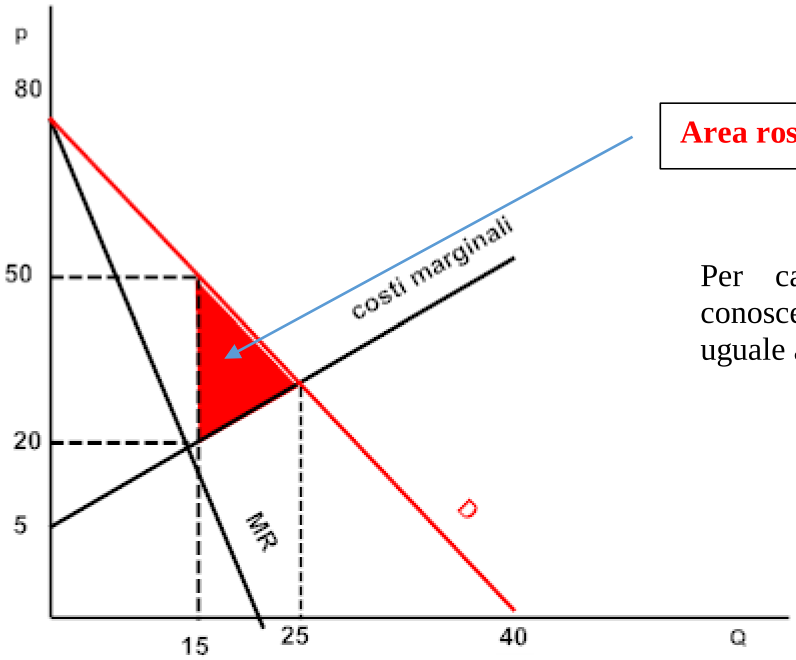
$$MC(Q^*) = 5 + 15 = 20$$

$$MR(Q^*) = 80 - 4 * 15 = 20$$

Surplus dell'impresa ➔ area celeste (trapezio)

$$S_P = \frac{\big((50 - 5) + (50 - 20)\big)15}{2} = \frac{(45 + 30)15}{2} = 562{,}5$$

h)



Area rossa ➔ perdita netta del monopolio

Per calcolare la perdita netta dobbiamo conoscere il valore di Q che rende il prezzo uguale al costo marginale

$$P = MC \rightarrow 80 - 2Q = 5 + Q$$

$$Q = \frac{80 - 5}{3} = 25$$

Perdita Netta = $PN = \frac{(50-20)(25-15)}{2} = \frac{30*10}{2} = 150$

i) L'elasticità della domanda al prezzo è definita come è uguale a $\eta = \frac{dQ}{dp}\frac{p}{Q}$

Nel nostro caso e nel punto di ottimo ➔ $\eta(Q^*) = -\frac{1}{2}\frac{50}{15} = -\frac{5}{3}\ o\ \left|\frac{5}{3}\right|$

Il mark-up è definito come $\frac{P-MC}{P} = \frac{1}{|\eta|}$ e quindi è $\frac{50-20}{50} = \frac{30}{50} \rightarrow \frac{3}{5} = \frac{1}{\frac{5}{3}}$