COMPITI DI MATEMATICA GENERALE AA. 2011/12

Prova Intermedia Anno 2011-Compito $\mathbb{A}1$

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x\to 0} \frac{\text{arcsen}\, 3x}{1-2^x}$; $\lim_{x\to +\infty} \left(\frac{2x-7}{5+2x}\right)^x$.
2) Determinare il campo d'esistenza della funzione $f(x) = \sqrt{1-\log_2(1-x)}$, calcolando poi il limite nei suoi punti di frontiera.
3) Date le funzioni $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$, $g(x) = 2^x - 1$ e $h(x) = x^3$, determinare l'espressione della funzione composta $f(g(h(x)))$ e di questa determinare poi l'espressione dell'inversa.
4) Date le tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare i casi di verità e di falsità della proposizione $(\mathbb{A} \Leftrightarrow \mathbb{B}) \Rightarrow (\mathbb{B} \Leftrightarrow \mathbb{C})$ sapendo che la proposizione $(non\, \mathbb{A}\, e\, \mathbb{B})$ è falsa.
5) Date le funzioni $f(x) = 3^{2x-1} + k$ e $g(x) = \log(x-3)$, siano A il punto in cui $f(x)$ taglia l'asse delle ordinate, B quello in cui la funzione $g(x)$ taglia l'asse delle ascisse e sia O l'origine degli assi. Determinare il valore del parametro k in modo che il triangolo AOB abbia area uguale a 5.

Prova Intermedia Anno 2011-Compito $\mathbb{B}1$

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x\to 0} \frac{\log(1-x)}{\text{arctg}\, x}$; $\lim_{x\to +\infty} \left(\frac{3x+1}{2+2x}\right)^x$.
2) Determinare il campo d'esistenza della funzione $f(x) = \frac{1}{\log_2(x-3)-2}$, calcolando poi il limite nei suoi punti di frontiera.
3) Date le funzioni $f(x) = \log_2 x$, $g(x) = \frac{x-1}{x+2}$ e $h(x) = 2x-3$, determinare l'espressione della funzione composta $f(g(h(x)))$ e di questa determinare poi l'espressione dell'inversa.
4) Date le tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare i casi di verità e di falsità della proposizione $(\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B}) \Leftrightarrow (\mathbb{C} \Rightarrow \mathbb{B})$ sapendo che la proposizione $(non\, \mathbb{B}\, e\, \mathbb{C})$ è falsa.
5) Date le funzioni $f(x) = 2^{1-2x} + 1$ e $g(x) = \log(x-k)$, siano A il punto in cui $f(x)$ taglia l'asse delle ordinate, B quello in cui la funzione $g(x)$ taglia l'asse delle ascisse e sia O l'origine degli assi. Determinare il valore del parametro k in modo che il triangolo AOB abbia area uguale a 5.

Prova Intermedia Anno 2011-Compito $\mathbb{C}1$

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x\to 0} \frac{(1+\text{sen}\, x)^2 - 1}{\text{tg}\, x}$; $\lim_{x\to -\infty} \left(\frac{x-5}{x+3}\right)^x$.
2) Determinare il campo d'esistenza della funzione $f(x) = \log(1-\log_2(1-x))$, calcolando poi il limite nei suoi punti di frontiera.
3) Date le funzioni $f(x) = x^3$, $g(x) = \frac{2x}{x+1}$ e $h(x) = 2^x$, determinare l'espressione della funzione composta $f(g(h(x)))$ e di questa determinare poi l'espressione dell'inversa.

4) Date le tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare i casi di verità e di falsità della proposizione $(\mathbb{A} \Leftrightarrow \mathbb{B}) \Leftrightarrow (\mathbb{C} \Rightarrow \mathbb{A})$ sapendo che la proposizione $(non\, \mathbb{A}\, o\, \mathbb{C})$ è vera.
5) Date le funzioni $f(x) = k \cdot 2^{1+2x}$ e $g(x) = 2\log(2x-3)$, siano A il punto in cui $f(x)$ taglia l'asse delle ordinate, B quello in cui la funzione $g(x)$ taglia l'asse delle ascisse e sia O l'origine degli assi. Determinare il valore del parametro k in modo che il triangolo AOB abbia area uguale a 5.

Prova Intermedia Anno 2011-Compito $\mathbb{D}$1

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x \to 0} \dfrac{\text{arcsen}\,(x^2)}{x\,(1-3^x)}$; $\lim_{x \to -\infty} \left(\dfrac{1+2x}{1+3x}\right)^x$.
2) Determinare il campo d'esistenza della funzione $f(x) = \dfrac{\log x}{\log(1-x^2)}$, calcolando poi il limite nei suoi punti di frontiera.
3) Date le funzioni $f(x) = \dfrac{x}{x+3}$, $g(x) = \log_2 x$ e $h(x) = 1 + \sqrt{x}$, determinare l'espressione della funzione composta $f(g(h(x)))$ e di questa determinare poi l'espressione dell'inversa.
4) Date le tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare i casi di verità e di falsità della proposizione $(\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B}) \Rightarrow (\mathbb{B} \Leftrightarrow \mathbb{C})$ sapendo che la proposizione $(non\, \mathbb{B}\, o\, \mathbb{C})$ è vera.
5) Date le funzioni $f(x) = 3^{2-x}$ e $g(x) = \log(x-2k)$, siano A il punto in cui $f(x)$ taglia l'asse delle ordinate, B quello in cui la funzione $g(x)$ taglia l'asse delle ascisse e sia O l'origine degli assi. Determinare il valore del parametro k in modo che il triangolo AOB abbia area uguale a 5.

Prova Intermedia Anno 2011-Compito $\mathbb{A}$2

1) Date le due funzioni $f(x)$ e $g(x)$, sapendo che $f(x) = \dfrac{x+1}{x-2}$ e che $f(g(x)) = \dfrac{2x}{x+4}$, determinare la funzione $g(x)$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x \to 0} \dfrac{\log(1+\text{sen}^2 x)}{x \cdot \text{tg}\, x}$; $\lim_{x \to +\infty} \left(\dfrac{2-3x}{1-x}\right)^x$.
3) Date le due funzioni $f(x) = x-1$ e $g(x) = x^2 - 5x + 6$, determinare se e dove risulta $f(x) = o(g(x))$.
4) Determinare il campo d'esistenza nonchè l'espressione dell'inversa della funzione $f(x) = \log_2(4-2^x) - 1$.
5) Date le generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$, $\mathbb{C}$ e $\mathbb{D}$, costruire le tavole di verità della proposizione $[(\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B})\, e\, (\mathbb{C} \Rightarrow \mathbb{D})] \Leftrightarrow (\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{D})$ sapendo che la proposizione $\mathbb{B}$ è sempre vera mentre la proposizione $\mathbb{D}$ è sempre falsa.

Prova Intermedia Anno 2011-Compito $\mathbb{B}$2

1) Date le due funzioni $f(x)$ e $g(x)$, sapendo che $f(x) = \dfrac{x-1}{x+2}$ e che $f(g(x)) = \dfrac{2^x-3}{2^x+4}$, determinare la funzione $g(x)$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos(x^2)}{x^2 \cdot \operatorname{sen}^2 x}$; $\lim_{x\to +\infty} \left(\frac{5+x}{6+x}\right)^x$.

3) Date le due funzioni $f(x) = x+2$ e $g(x) = x^2 - 3x + 2$, determinare se e dove risulta $f(x) = o(g(x))$.

4) Determinare il campo d'esistenza nonchè l'espressione dell'inversa della funzione $f(x) = 1 - \log_3(1 - 3^x)$.

5) Date le generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$, $\mathbb{C}$ e $\mathbb{D}$, costruire le tavole di verità della proposizione $[(\mathbb{A} \Leftrightarrow \mathbb{B})\, o\, (\mathbb{C} \Leftrightarrow \mathbb{D})] \Rightarrow (\mathbb{A} \Leftrightarrow \mathbb{D})$ sapendo che la proposizione $\mathbb{B}$ è sempre falsa mentre la proposizione $\mathbb{C}$ è sempre vera.

Prova Intermedia Anno 2011-Compito $\mathbb{C}$2

1) Date le due funzioni $f(x)$ e $g(x)$, sapendo che $f(x) = \frac{x+2}{x+1}$ e che $f(g(x)) = \frac{x^2-1}{x^2+2}$, determinare la funzione $g(x)$.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$\lim_{x\to 0} \frac{(1+x^2)^2 - 1}{\operatorname{sen}^2 x}$; $\lim_{x\to +\infty} \left(\frac{1-x}{1-2x}\right)^x$.

3) Date le due funzioni $f(x) = x+1$ e $g(x) = x^2 - x - 2$, determinare se e dove risulta $f(x) = o(g(x))$.

4) Determinare il campo d'esistenza nonchè l'espressione dell'inversa della funzione $f(x) = 1 - \log_3(3^x - 9)$.

5) Date le generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$, $\mathbb{C}$ e $\mathbb{D}$, costruire le tavole di verità della proposizione $[(\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B})\, e\, (\mathbb{C} \Leftrightarrow \mathbb{D})] \Leftrightarrow (\mathbb{C} \Rightarrow \mathbb{B})$ sapendo che la proposizione $\mathbb{A}$ è sempre vera mentre la proposizione $\mathbb{D}$ è sempre falsa.

Prova Intermedia Anno 2011-Compito $\mathbb{D}$2

1) Date le due funzioni $f(x)$ e $g(x)$, sapendo che $f(x) = \frac{x+1}{1-x}$ e che $f(g(x)) = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}$, determinare la funzione $g(x)$.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$\lim_{x\to 0} \frac{2^{\operatorname{sen} x} - 3^{\operatorname{tg} x}}{x}$; $\lim_{x\to +\infty} \left(\frac{1-x}{2-x}\right)^x$.

3) Date le due funzioni $f(x) = x-2$ e $g(x) = x^2 + x - 2$, determinare se e dove risulta $f(x) = o(g(x))$.

4) Determinare il campo d'esistenza nonchè l'espressione dell'inversa della funzione $f(x) = 2 - \log_2(2^x - 4)$.

5) Date le generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$, $\mathbb{C}$ e $\mathbb{D}$, costruire le tavole di verità della proposizione $[(\mathbb{A} \Leftrightarrow \mathbb{C})\, o\, (\mathbb{B} \Rightarrow \mathbb{D})] \Rightarrow (\mathbb{C} \Leftrightarrow \mathbb{D})$ sapendo che la proposizione $\mathbb{B}$ è sempre vera mentre la proposizione $\mathbb{A}$ è sempre falsa.

Prova Intermedia Anno 2011-Compito $\mathbb{A}$3

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$\lim_{x\to 0} \frac{3^{\operatorname{sen} x} - 1}{1 - 2^{\operatorname{tg} x}}$; $\lim_{x\to +\infty} \left(\frac{x}{3+x}\right)^x$.

2) Data la funzione $f(x)=\log_2\left(\frac{x-1}{x^2-4}\right)$ determinarne il campo d'esistenza nonchè gli eventuali asintoti al suo grafico.
3) Date le due funzioni $f(x)=3x-2$ e $g(x)=\log_2 x$, determinare l'espressione della funzione composta $f(g(f(x)))$ e di quest'ultima determinare poi l'espressione dell'inversa.
4) Date le generiche proposizioni $\mathbb{A}$ e $\mathbb{B}$, costruire le tavole di verità della proposizione $[\mathbb{A}\, e\,(non\,\mathbb{A}\Rightarrow\mathbb{B})]\Rightarrow(\mathbb{A}\, e\,\mathbb{B})$ sapendo che se la proposizione $\mathbb{A}$ è vera la proposizione $\mathbb{B}$ non può essere falsa.
5) Data $f(x)=\begin{cases}(x+1)^2-1 & : x<-1\\ mx+q & : -1\le x\le 1\\ \log_3 x & : 1<x\end{cases}$, determinare il valore dei parametri m e q in modo tale che la funzione risulti continua su tutta la retta reale, e se ne disegni poi il grafico.

Prova Intermedia Anno 2011-Compito $\mathbb{B}3$

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x\to 0}\frac{\log(1-\operatorname{sen}x)}{\operatorname{arcsen}x}$; $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1+3x}{2+x}\right)^x$.
2) Data la funzione $f(x)=\log_3\left(\frac{x}{x^2-3x+2}\right)$ determinarne il campo d'esistenza nonchè gli eventuali asintoti al suo grafico.
3) Date le due funzioni $f(x)=2^x$ e $g(x)=2x+1$, determinare l'espressione della funzione composta $g(f(g(x)))$ e di quest'ultima determinare poi l'espressione dell'inversa.
4) Date le generiche proposizioni $\mathbb{A}$ e $\mathbb{B}$, costruire le tavole di verità della proposizione $[\mathbb{A}\, o\,(non\,\mathbb{A}\Rightarrow\mathbb{B})]\Rightarrow(\mathbb{A}\Leftrightarrow\mathbb{B})$ sapendo che $\mathbb{A}$ e $\mathbb{B}$ non possono essere contemporaneamente false.
5) Data $f(x)=\begin{cases}2^x & : x<1\\ mx+q & : 1\le x\le 2\\ (x-2)^2 & : 2<x\end{cases}$, determinare il valore dei parametri m e q in modo tale che la funzione risulti continua su tutta la retta reale, e se ne disegni poi il grafico.

Prova Intermedia Anno 2011-Compito $\mathbb{C}3$

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+\operatorname{tg}x}-1}{\operatorname{sen}x}$; $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1+2x}{3+2x}\right)^x$.
2) Data la funzione $f(x)=\log_2\left(\frac{x}{x^2+x-2}\right)$ determinarne il campo d'esistenza nonchè gli eventuali asintoti al suo grafico.
3) Date le due funzioni $f(x)=4x-3$ e $g(x)=\log_3 x$, determinare l'espressione della funzione composta $f(g(f(x)))$ e di quest'ultima determinare poi l'espressione dell'inversa.
4) Date le generiche proposizioni $\mathbb{A}$ e $\mathbb{B}$, costruire le tavole di verità della proposizione $[\mathbb{A}\, e\,(\mathbb{A}\Rightarrow non\,\mathbb{B})]\Rightarrow(\mathbb{A}\Rightarrow\mathbb{B})$ sapendo che se la proposizione $\mathbb{A}$ è vera la proposizione $\mathbb{B}$ non può essere falsa.

5) Data $f(x)=\begin{cases} 3^x-1 & : x< -1 \\ mx+q & : -1\leq x\leq 2 \\ \dfrac{2}{x} & : 2<x \end{cases}$, determinare il valore dei parametri m e q in modo tale che la funzione risulti continua su tutta la retta reale, e se ne disegni poi il grafico.

Prova Intermedia Anno 2011-Compito $\mathbb{D}3$

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{\log(1+x^2)}$; $\lim_{x\to+\infty}\left(\dfrac{1+x}{1+3x}\right)^x$.
2) Data la funzione $f(x)=\log_3\left(\dfrac{x^2-4x+3}{x}\right)$ determinarne il campo d'esistenza nonchè gli eventuali asintoti al suo grafico.
3) Date le due funzioni $f(x)=3^x$ e $g(x)=2x+3$, determinare l'espressione della funzione composta $g(f(g(x)))$ e di quest'ultima determinare poi l'espressione dell'inversa.
4) Date le generiche proposizioni $\mathbb{A}$ e $\mathbb{B}$, costruire le tavole di verità della proposizione $[non\,\mathbb{A}\,o\,(\mathbb{A}\Rightarrow\mathbb{B})]\Rightarrow(\mathbb{A}\,o\,\mathbb{B})$ sapendo che $\mathbb{A}$ e $\mathbb{B}$ non possono essere contemporaneamente false.
5) Data $f(x)=\begin{cases} (x+2)^2 & : x< -2 \\ mx+q & : -2\leq x\leq 1 \\ \log_2 x+2 & : 1<x \end{cases}$, determinare il valore dei parametri m e q in modo tale che la funzione risulti continua su tutta la retta reale, e se ne disegni poi il grafico.

I Appello Sessione Invernale 2012 - Compito $\mathbb{A}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x)=2\,e^{3x}-3\,e^{2x}$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x}-\cos x}{x}$; $\lim_{x\to-\infty}\dfrac{x^4+3^x-\log(1-x)}{x^3-3x^4}$.
3) Disegnare un possibile grafico per una funzione che soddisfa le seguenti definizioni di limite:
a) $\forall\,\varepsilon\,\exists\,\delta(\varepsilon): 0<|x-e|<\delta(\varepsilon)\Rightarrow f(x)<\varepsilon$;
b) $\forall\,\varepsilon\,\exists\,\delta(\varepsilon): x<\delta(\varepsilon)\Rightarrow f(x)>\varepsilon$.
4) Data $f(x,y)=x^2y-x^2-y^2$ determinarne gli eventuali punti di massimo e/o minimo relativo.
5) Data $f(x)=\log x$ determinare dove risulta invertibile la funzione $F(x)=f(1-f(x))$ e trovare poi l'espressione dell'inversa.
6) Calcolare $\displaystyle\int_0^1\frac{x+\operatorname{arctg}x}{1+x^2}\,\mathrm{d}x$.
7) Data $\mathbb{A}=\left\|\begin{matrix}1 & 2 & -1\\ 0 & 1 & 1\end{matrix}\right\|$ determinare i vettori $\mathbb{X}$ per i quali $\mathbb{A}\cdot\mathbb{X}=\left\|\begin{matrix}0\\0\end{matrix}\right\|$ aventi modulo uguale a $\sqrt{11}$.
8) Data $f(x)=3^x$ determinare in quale punto x_0 la retta tangente al grafico della funzione passa per l'origine degli assi.
9) Data $f(x)=x^3-3kx^2$ determinare, al variare del parametro k, quando tale funzione ha in $x=0$ un punto di massimo e quando un punto di minimo.
10) Determinare i casi di verità della proposizione $[\text{non}\,\mathbb{A}\Leftrightarrow(\mathbb{A}\,o\,\mathbb{B})]\,e\,[\text{non}\,\mathbb{B}\Rightarrow(\mathbb{A}\,e\,\mathbb{B})]$.

$\boxed{\text{I Appello Sessione Invernale 2012 - Compito } \mathbb{B}}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = 4\,e^{3x} - 3\,e^{4x}$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{1+x} - e^x}{x}$; $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x^4 + 3^{-x} - \log(2-x)}{x^4 + 3x^3}$.
3) Disegnare un possibile grafico per una funzione che soddisfa le seguenti definizioni di limite:
a) $\forall\, \varepsilon > 0\, \exists\, \delta(\varepsilon) : x > \delta(\varepsilon) \Rightarrow |f(x) + 1| < \varepsilon$;
b) $\forall\, \varepsilon\, \exists\, \delta(\varepsilon) : 0 < |x| < \delta(\varepsilon) \Rightarrow f(x) < \varepsilon$.
4) Data $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy^2$ determinarne gli eventuali punti di massimo e/o minimo relativo.
5) Data $f(x) = \log x$ determinare dove risulta invertibile la funzione $F(x) = \dfrac{f(x)}{1 - f(x)}$ e trovare poi l'espressione dell'inversa.
6) Calcolare $\displaystyle\int_1^e \frac{1 - \log x + \log^2 x}{x}\, \mathrm{d}x$.
7) Data $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{Vmatrix}$ determinare i vettori $\mathbb{X}$ per i quali $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X} = \begin{Vmatrix} 0 \\ 0 \end{Vmatrix}$ aventi modulo uguale a $\sqrt{8}$.
8) Data $f(x) = \log_3 x$ determinare in quale punto x_0 la retta tangente al grafico della funzione passa per l'origine degli assi.
9) Data $f(x) = 2x^3 - kx^2$ determinare, al variare del parametro k, quando tale funzione ha in $x = 0$ un punto di massimo e quando un punto di minimo.
10) Determinare i casi di verità della proposizione $[(\mathbb{A}\, o\, \mathbb{B}) \Rightarrow \text{non}\, \mathbb{B}]\; o\; [(\mathbb{A}\, e\, \mathbb{B}) \Leftrightarrow \text{non}\, \mathbb{A}]$.

$\boxed{\text{I Appello Sessione Invernale 2012 - Compito } \mathbb{C}}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = 2\,e^{4x} - 4\,e^{2x}$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt[3]{1+x} - \cos x}{x}$; $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x^2 - 3x + 2^x + \log(1-x)}{x^3 + x^2}$.
3) Disegnare un possibile grafico per una funzione che soddisfa le seguenti definizioni di limite:
a) $\forall\, \varepsilon\, \exists\, \delta(\varepsilon) : 0 < |x - \pi| < \delta(\varepsilon) \Rightarrow f(x) < \varepsilon$;
b) $\forall\, \varepsilon > 0\, \exists\, \delta(\varepsilon) : x > \delta(\varepsilon) \Rightarrow |f(x)| > \varepsilon$.
4) Data $f(x, y) = x^2 + y^2 + xy^2 - x$ determinarne gli eventuali punti di massimo e/o minimo relativo.
5) Data $f(x) = \log x$ determinare dove risulta invertibile la funzione $F(x) = f(f(x) - 1)$ e trovare poi l'espressione dell'inversa.
6) Calcolare $\displaystyle\int_0^\pi \frac{\cos x}{1 + \operatorname{sen} x}\, \mathrm{d}x$.
7) Data $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & -1 \end{Vmatrix}$ determinare i vettori $\mathbb{X}$ per i quali $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X} = \begin{Vmatrix} 0 \\ 0 \end{Vmatrix}$ aventi modulo uguale a 6.
8) Data $f(x) = 2^x$ determinare in quale punto x_0 la retta tangente al grafico della funzione passa per l'origine degli assi.

9) Data $f(x) = 3kx^2 - x^3$ determinare, al variare del parametro k, quando tale funzione ha in $x = 0$ un punto di massimo e quando un punto di minimo.
10) Determinare i casi di verità della proposizione $[(\mathbb{A}\, e\, \mathbb{B}) \Leftrightarrow \text{non}\, \mathbb{A}]\; e\; [(\mathbb{A}\, o\, \mathbb{B}) \Rightarrow \text{non}\, \mathbb{A}]$.

I Appello Sessione Invernale 2012 - Compito $\mathbb{D}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = 4\, e^x - e^{4x}$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1+x} - \sqrt[3]{1+x}}{x}$; $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{x^3 - 2^{-x} - \log(1+x^2)}{2^x + x}$.
3) Disegnare un possibile grafico per una funzione che soddisfa le seguenti definizioni di limite:
a) $\forall \varepsilon > 0\, \exists \delta(\varepsilon) : x < \delta(\varepsilon) \Rightarrow |f(x) - e| < \varepsilon$;
b) $\forall \varepsilon\, \exists \delta(\varepsilon) : 0 < \left|x + \sqrt{2}\right| < \delta(\varepsilon) \Rightarrow f(x) < \varepsilon$.
4) Data $f(x,y) = y + x^2 y - x^2 - y^2$ determinarne gli eventuali punti di massimo e/o minimo relativo.
5) Data $f(x) = \log x$ determinare dove risulta invertibile la funzione $F(x) = \dfrac{f(x)}{f(x) - 1}$ e trovare poi l'espressione dell'inversa.
6) Calcolare $\displaystyle\int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}} - e^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\, \mathrm{d}x$.
7) Data $\mathbb{A} = \left\|\begin{matrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{matrix}\right\|$ determinare i vettori $\mathbb{X}$ per i quali $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X} = \left\|\begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix}\right\|$ aventi modulo uguale a 3.
8) Data $f(x) = \log_2 x$ determinare in quale punto x_0 la retta tangente al grafico della funzione passa per l'origine degli assi.
9) Data $f(x) = kx^2 - 2x^3$ determinare, al variare del parametro k, quando tale funzione ha in $x = 0$ un punto di massimo e quando un punto di minimo.
10) Determinare i casi di verità della proposizione $[\text{non}\, \mathbb{B} \Rightarrow (\mathbb{A}\, e\, \mathbb{B})]\; o\; [\text{non}\, \mathbb{A} \Leftrightarrow (\mathbb{A}\, o\, \mathbb{B})]$.

II Appello Sessione Invernale 2012 - Compito $\mathbb{A}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = e^{1-x} - e^{x-3}$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2^{\operatorname{sen} x} - 1}{\operatorname{arctg} x}$; $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(\dfrac{1+3x}{1+4x}\right)^x$.
3) Determinare in quale punto la tangente al grafico della funzione $f(x) = 2^x$ risulta parallela alla retta passante per i punti $(1,1)$ e $(2,3)$.
4) Date le due proposizioni:
$\mathbb{A} : \{1,2,3\} \setminus \{1\} = \{2,3\}$ ($\setminus$ è la differenza insiemistica)
$\mathbb{B} : \{1,2,3\} \cap \{2,4,6\} = \{1,2,3,4,6\}$,
dopo aver determinato la loro verità o falsità, si costruisca la tavola di verità della proposizione: $(\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B})\; e\; (non\, \mathbb{B} \Leftrightarrow \mathbb{A})$.
5) Determinare per quale valore del parametro k risulta:
$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1 - \cos 2x}{k\, x^2} = 5$.

6) Data $f(x,y) = x\left(1 - x^2 - y^2\right)$, determinare i suoi punti stazionari e analizzare la loro natura.
7) Calcolare $\displaystyle\int_0^1 x\,e^x - \sqrt{x}\,\mathrm{d}x$.
8) Data la matrice $\mathbb{A} = \left\|\begin{array}{ccc} 1 & 2 & k \\ -1 & k & 0 \\ k & 1 & 1 \end{array}\right\|$ ed il vettore $\mathbb{X} = (-1, 2, 1)$ determinare il valore del parametro k affinchè:
a) $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X}$ sia perpendicolare a $(1, 1, 1)$; oppure
b) $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X}$ abbia modulo pari a $\sqrt{19}$.
9) Data $f(x) = \log\left(\dfrac{3^x - 1}{2 - 3^x}\right)$ si determini il suo campo d'esistenza e si verifichi che in esso la funzione è strettamente monotòna, stabilendo anche se si tratta di funzione crescente o di funzione decrescente.
10) Calcolare un valore approssimato di $2^{2,1}$ con un opportuno polinomio di Taylor di II grado. Non occorre sviluppare tutti i calcoli, basta impostare la formula.

II Appello Sessione Invernale 2012 - Compito $\mathbb{B}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = e^{x-2} - e^{2-x}$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\log(1 + \operatorname{tg} x)}{\operatorname{sen} x}$; $\displaystyle\lim_{x\to -\infty} \left(\frac{1+2x}{1+x}\right)^x$.
3) Determinare in quale punto la tangente al grafico della funzione $f(x) = \log_2 x$ risulta parallela alla retta passante per i punti $(1, 2)$ e $(2, 4)$.
4) Date le due proposizioni:
$\mathbb{A}$: $\{1,2,3,4\} \cap \{2,4\} = \{1,2,3,4\}$
$\mathbb{B}$: $\{1,2,3,4\} \setminus \{1,4\} = \{2,3\}$ ($\setminus$ è la differenza insiemistica),
dopo aver determinato la loro verità o falsità, si costruisca la tavola di verità della proposizione: $(\mathbb{A} \Rightarrow non\,\mathbb{B})\ o\ (\mathbb{B}\, e\, \mathbb{A})$.
5) Determinare per quale valore del parametro k risulta:
$\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen}(x^2 - 2x)}{k\,x} = 2$.
6) Data $f(x,y) = x\left(x^2 + y^2 - 1\right)$, determinare i suoi punti stazionari e analizzare la loro natura.
7) Calcolare $\displaystyle\int_1^2 x\log x + \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x$.
8) Data la matrice $\mathbb{A} = \left\|\begin{array}{ccc} k & 1 & 1 \\ 2 & k & 0 \\ -1 & 1 & k \end{array}\right\|$ ed il vettore $\mathbb{X} = (1, 2, -1)$ determinare il valore del parametro k affinchè:
a) $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X}$ sia perpendicolare a $(1, -1, 1)$; oppure
b) $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X}$ abbia modulo pari a $\sqrt{6}$.
9) Data $f(x) = \log\left(\dfrac{3 - 2^x}{2^x - 1}\right)$ si determini il suo campo d'esistenza e si verifichi che in esso la funzione è strettamente monotòna, stabilendo anche se si tratta di funzione crescente o di funzione decrescente.

10) Calcolare un valore approssimato di $3^{1,1}$ con un opportuno polinomio di Taylor di II grado. Non occorre sviluppare tutti i calcoli, basta impostare la formula.

$\boxed{\text{II Appello Sessione Invernale 2012 - Compito } \mathbb{C}}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = e^{1-x} - e^{x-2}$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x\to 0} \dfrac{3^{\operatorname{tg} x} - 1}{1 - 2^x}$; $\lim_{x\to +\infty} \left(\dfrac{1+4x}{1+3x}\right)^x$.
3) Determinare in quale punto la tangente al grafico della funzione $f(x) = 3^x$ risulta parallela alla retta passante per i punti $(1,0)$ e $(2,2)$.
4) Date le due proposizioni:
$\mathbb{A} : \{1,2,3\} \cap \{-1,-2,-3\} = \emptyset$
$\mathbb{B} : \{1,-1,2,-2\} \setminus \{0\} = \{1,2\}$ ($\setminus$ è la differenza insiemistica),
dopo aver determinato la loro verità o falsità, si costruisca la tavola di verità della proposizione: $(non\, \mathbb{A} \Leftrightarrow non\, \mathbb{B}) \Rightarrow (\mathbb{B}\, o\, \mathbb{A})$.
5) Determinare per quale valore del parametro k risulta:
$\lim_{x\to 0} \dfrac{1 - \cos 3x}{k\, x^2} = 6$.
6) Data $f(x,y) = y\left(1 - x^2 - y^2\right)$, determinare i suoi punti stazionari e analizzare la loro natura.
7) Calcolare $\displaystyle\int_1^2 \sqrt[3]{x} - \log x \, \mathrm{d}x$.
8) Data la matrice $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} 0 & -1 & k \\ 2 & k & 1 \\ k & 2 & 1 \end{Vmatrix}$ ed il vettore $\mathbb{X} = (2,1,-1)$ determinare il valore del parametro k affinchè:
a) $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X}$ sia perpendicolare a $(1,2,1)$; oppure
b) $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X}$ abbia modulo pari a $\sqrt{11}$.
9) Data $f(x) = \log\left(\dfrac{2^x - 2}{3 - 2^x}\right)$ si determini il suo campo d'esistenza e si verifichi che in esso la funzione è strettamente monotòna, stabilendo anche se si tratta di funzione crescente o di funzione decrescente.
10) Calcolare un valore approssimato di $2^{1,2}$ con un opportuno polinomio di Taylor di II grado. Non occorre sviluppare tutti i calcoli, basta impostare la formula.

$\boxed{\text{II Appello Sessione Invernale 2012 - Compito } \mathbb{D}}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = e^{x-3} - e^{2-x}$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x\to 0} \dfrac{1 - \cos x}{\log(1+x^2)}$; $\lim_{x\to -\infty} \left(\dfrac{1+x}{1+3x}\right)^x$.
3) Determinare in quale punto la tangente al grafico della funzione $f(x) = \log_3 x$ risulta parallela alla retta passante per i punti $(2,2)$ e $(3,5)$.
4) Date le due proposizioni:
$\mathbb{A} : \{1,2,4\} \cap \{1,2,3\} = \{1,2\}$
$\mathbb{B} : \{1,2\} \setminus \{1,2,3\} = \emptyset$ ($\setminus$ è la differenza insiemistica),

dopo aver determinato la loro verità o falsità, si costruisca la tavola di verità della proposizione: $(\mathbb{A} \Rightarrow non\,\mathbb{B}) \Leftrightarrow (\mathbb{B}\,o\,non\,\mathbb{A})$.
5) Determinare per quale valore del parametro k risulta:
$\lim_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{sen}(x^2+3x)}{k\,x} = 3$.
6) Data $f(x,y) = y\left(x^2+y^2-1\right)$, determinare i suoi punti stazionari e analizzare la loro natura.
7) Calcolare $\displaystyle\int_1^2 \frac{1}{x^2} - xe^x\,\mathrm{d}x$.
8) Data la matrice $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} k & 0 & 1 \\ -1 & k & 2 \\ 2 & 1 & k \end{Vmatrix}$ ed il vettore $\mathbb{X} = (1,-1,2)$ determinare il valore del parametro k affinchè:
a) $\mathbb{A}\cdot\mathbb{X}$ sia perpendicolare a $(1,2,1)$; oppure
b) $\mathbb{A}\cdot\mathbb{X}$ abbia modulo pari a $\sqrt{14}$.
9) Data $f(x) = \log\left(\dfrac{3-3^x}{3^x-2}\right)$ si determini il suo campo d'esistenza e si verifichi che in esso la funzione è strettamente monotòna, stabilendo anche se si tratta di funzione crescente o di funzione decrescente.
10) Calcolare un valore approssimato di $3^{2,1}$ con un opportuno polinomio di Taylor di II grado. Non occorre sviluppare tutti i calcoli, basta impostare la formula.

II Appello Sessione Invernale 2012 - Compito $\mathbb{E}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = e^x - e^{2-x}$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{tg} 3x}{3^x-1}$; $\lim_{x\to+\infty} \left(\dfrac{2x-1}{3x+5}\right)^x$.
3) Determinare in quale punto la tangente al grafico della funzione $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$ risulta parallela alla retta passante per i punti $(1,1)$ e $(2,3)$.
4) Date le due proposizioni:
$\mathbb{A} : \{1,2,3\} \cup \{1,2\} = \{3\}$
$\mathbb{B} : \{1,2,3\} \setminus \{3\} = \{1,2\}$ ($\setminus$ è la differenza insiemistica),
dopo aver determinato la loro verità o falsità, si costruisca la tavola di verità della proposizione: $(\mathbb{A}\,e\,non\,\mathbb{B}) \Rightarrow (\mathbb{B} \Leftrightarrow non\,\mathbb{A})$.
5) Determinare per quale valore del parametro k risulta:
$\lim_{x\to 0} \dfrac{\log(1+kx^2)}{2x^2} = 7$.
6) Data $f(x,y) = x\left(x^2+y^2+2y\right)$, determinare i suoi punti stazionari e analizzare la loro natura.
7) Calcolare $\displaystyle\int_1^2 \frac{1}{\sqrt{x}} - \log x\,\mathrm{d}x$.
8) Data la matrice $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} 1 & 1 & k \\ -1 & k & 1 \\ k & 0 & 2 \end{Vmatrix}$ ed il vettore $\mathbb{X} = (2,1,2)$ determinare il valore del parametro k affinchè:
a) $\mathbb{A}\cdot\mathbb{X}$ sia perpendicolare a $(1,1,-1)$; oppure

b) $\mathbb{A}\cdot\mathbb{X}$ abbia modulo pari a $\sqrt{25}$.

9) Data $f(x)=\log\left(\dfrac{4-3^x}{3^x-1}\right)$ si determini il suo campo d'esistenza e si verifichi che in esso la funzione è strettamente monotòna, stabilendo anche se si tratta di funzione crescente o di funzione decrescente.

10) Calcolare un valore approssimato di $2^{1,1}$ con un opportuno polinomio di Taylor di II grado. Non occorre sviluppare tutti i calcoli, basta impostare la formula.

II Appello Sessione Invernale 2012 - Compito $\mathbb{F}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x)=e^{3-x}-e^x$.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\operatorname{arctg}3x}{\operatorname{sen}5x}$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{2x+1}{x-7}\right)^x$.

3) Determinare in quale punto la tangente al grafico della funzione $f(x)=\sqrt{x^3}$ risulta parallela alla retta passante per i punti $(1,2)$ e $(3,5)$.

4) Date le due proposizioni:

$\mathbb{A}$: $\{1\}\setminus\{2,3\}=\{1,2,3\}$ ($\setminus$ è la differenza insiemistica)

$\mathbb{B}$: $\{1,2\}\cup\{2,3\}=\{3,2,1\}$,

dopo aver determinato la loro verità o falsità, si costruisca la tavola di verità della proposizione: $(non\,\mathbb{A}\Rightarrow non\,\mathbb{B})\;o\;(\mathbb{A}\Leftrightarrow\mathbb{B})$.

5) Determinare per quale valore del parametro k risulta:

$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{kx}-2^x}{5x}=4$.

6) Data $f(x,y)=y\left(x^2+y^2+2x\right)$, determinare i suoi punti stazionari e analizzare la loro natura.

7) Calcolare $\displaystyle\int_0^1 x\,e^{x^2}-\frac{1}{1+x}\,\mathrm{d}x$.

8) Data la matrice $\mathbb{A}=\left\|\begin{matrix}k & 2 & 0\\ 0 & k & 2\\ 1 & -1 & k\end{matrix}\right\|$ ed il vettore $\mathbb{X}=(1,\,-2,1)$ determinare il valore del parametro k affinchè:

a) $\mathbb{A}\cdot\mathbb{X}$ sia perpendicolare a $(1,1,\,-1)$; oppure

b) $\mathbb{A}\cdot\mathbb{X}$ abbia modulo pari a $\sqrt{29}$.

9) Data $f(x)=\log\left(\dfrac{2^x-1}{5-2^x}\right)$ si determini il suo campo d'esistenza e si verifichi che in esso la funzione è strettamente monotòna, stabilendo anche se si tratta di funzione crescente o di funzione decrescente.

10) Calcolare un valore approssimato di $3^{1,2}$ con un opportuno polinomio di Taylor di II grado. Non occorre sviluppare tutti i calcoli, basta impostare la formula.

Appello Sessione Straordinaria I 2012

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x)=\dfrac{x^2}{x-1}$.

2) Determinare l'equazione dell'asintoto obliquo al grafico della funzione $f(x)=\dfrac{x^2}{x-1}$.

3) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{x^2-x^3}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3^x+2^{-x}}{2^x-3^{-x}}$.

4) Data $f(x)=e^{3x^2-2x^3}$ determinare i suoi valori massimi e minimi, assoluti e relativi, nell'intervallo $[-1,2]$.

5) Data $f(x)=\log_2(1-3^x)$, se ne determini il campo d'esistenza e il corrispondente codominio, si verifichi che in esso tale funzione risulta invertibile e si trovi l'espressione della sua inversa.

6) Date le due matrici $\mathbb{A}=\begin{Vmatrix}1 & 2\\ -3 & 1\end{Vmatrix}$ e $\mathbb{B}=\begin{Vmatrix}2 & 0\\ 1 & 2\end{Vmatrix}$, ed i due vettori $\mathbb{X}=\begin{Vmatrix}1\\ 2\end{Vmatrix}$ e $\mathbb{Y}=\begin{Vmatrix}m\\ k\end{Vmatrix}$, determinare i valori di m e k affinchè risulti $\mathbb{A}\cdot\mathbb{X}=\mathbb{B}\cdot\mathbb{Y}=\mathbb{V}$ e si verifichi poi se $\mathbb{V}$ è perpendicolare a $(7,10)$.

7) Calcolare $\displaystyle\int_0^1 \log(1+x)\,\mathrm{d}x$.

8) Data $f(x,y,z)=x^2\log y-\dfrac{z}{x}$, si calcoli $\nabla f(1,1,1)$.

9) Date $f(x)=e^x-x$ e $g(x)=x^2-x$, verificare dove risulta $f(x)=o(g(x))$.

10) Verificare se la proposizione $(\mathbb{A}\Rightarrow non\,\mathbb{B})\, o\,(\mathbb{B}\Rightarrow\mathbb{A})$ risulta una tautologia.

I Appello Sessione Estiva 2012

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x)=\log\left(2x-x^2\right)$.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(1+x)^{31}-(1+x)^{22}}{x}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\dfrac{1}{\log x}\right)^x$.

3) Date $f(x)=\dfrac{1-x}{1+x}$ e $g(x)=2^x$, determinare dove risulta invertibile la funzione $f(g(x))$, determinando anche dominio, codominio ed espressione della funzione inversa.

4) Data $f(x,y)=xy^2-x^2-x$, si analizzi la natura dei suoi punti stazionari.

5) Calcolare $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{e^{\operatorname{sen}x}}{e^{\operatorname{sen}x}+1}\cos x\,\mathrm{d}x$.

6) Data la matrice $\mathbb{A}=\begin{Vmatrix}1 & 1\\ 0 & -1\\ 1 & 0\end{Vmatrix}$ ed il vettore $\mathbb{X}=\begin{Vmatrix}x_1\\ x_2\end{Vmatrix}$, determinare i valori di x_1 e x_2 affinchè il vettore $\mathbb{A}\cdot\mathbb{X}$ risulti perpendicolare a $(0,1,1)$ e di modulo pari a $\sqrt{6}$.

7) Verificare se la proposizione $(\mathbb{A}\Leftrightarrow\mathbb{B})\, o\,(\mathbb{C}\Leftrightarrow\mathbb{A})$ risulta vera oppure falsa quando la proposizione $(\mathbb{A}\Rightarrow\mathbb{B})\, o\,(\mathbb{C}\Rightarrow non\,\mathbb{A})$ è falsa.

8) Data $f(x)=x^2$, si determini il punto x_0 nel quale, tracciata la retta tangente al grafico di $f(x)$, l'area del triangolo formato dalla retta tangente, dall'asse delle x e dalla retta $x=x_0$ ha area pari a 54.

9) Dopo aver determinato l'espressione del polinomio di MacLaurin di III grado della funzione $f(x)=\mathrm{e}^x-e^{-x}$, si trovino tutti i punti nei quali tale polinomio taglia la parabola di equazione $y=\dfrac{5}{3}x^2$.

10) Determinare i punti di discontinuità e la loro specie per la funzione $f(x)=\dfrac{x^2-x}{|x|}$.

II Appello Sessione Estiva 2012

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = \frac{e^x}{x}$.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x \to 0} \frac{\text{sen}\,(x^2 + x)}{\text{sen}\,(x^2 - x)}$; $\lim_{x \to +\infty} \frac{\log x - e^{-x}}{e^{\frac{1}{x}} - x}$.

3) Verificare che la funzione $f(x, y) = (x - y)\,e^x + y$ presenta solamente un punto di sella.

4) Data la funzione $f(x) = k \log^2 x - \log^3 x$, determinare il segno del parametro k affinchè il punto $x = 1$ sia di massimo o di minimo relativo.

5) Dati tre generici insiemi $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, verificare se $(\mathbb{A} \cup \mathbb{B}) \setminus (\mathbb{A} \cap \mathbb{C})$ risulta un sottoinsieme di $\mathbb{A}$.

6) Data la funzione $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$, il suo differenziale d$f(x_0)$ risulta uguale a -2 per un incremento d$x = 0,5$. In quale punto x_0 è stato calcolato il differenziale ?

7) Data $f(x) = \text{sen}\, x$, determinare un'altra funzione $g(x)$ tale che risulti $f(x) = o(g(x))$ per $x \to +\infty$ mentre risulta $g(x) = o(f(x))$ per $x \to 0$.

8) Data la matrice $\mathbb{A} = \left\| \begin{matrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{matrix} \right\|$ ed il vettore $\mathbb{X} = \left\| \begin{matrix} x \\ y \\ z \end{matrix} \right\|$, determinare i valori di x, y e z affinchè il vettore $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X}$ risulti uguale a $(1, 2)$ e il vettore $\mathbb{X}$ sia perpendicolare a $(1, 1, 1)$. Calcolare poi il modulo del vettore $\mathbb{X}$.

9) Determinare il valore del parametro k affinchè risulti $\int_0^k x\, e^{x^2}\, \mathrm{d}x = 3$.

10) Date le funzioni $f(x) = x^2$ e $g(x) = \log x$, si determini l'espressione della funzione composta $F(x) = g(f(x) \cdot g(x))$, si determini il campo d'esistenza di $F(x)$, se ne calcoli la derivata, verificando infine che la funzione $F(x)$ è strettamente monotòna.

I Appello Sessione Autunnale 2012

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = \frac{1 - x}{e^x}$.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x \to 0} \frac{\text{sen}\,(x - x^2)}{\text{tg}\,(x^3 - x)}$; $\lim_{x \to 0} \frac{\log\,(1 + x + x^3)}{x - x^3}$.

3) Trovare tutti i vettori $\mathbb{X} = (x_1, x_2, x_3)$ e $\mathbb{Y} = (y_1, y_2, y_3)$ che soddisfano alle seguenti condizioni:
a) il vettore $\mathbb{X}$ è parallelo al vettore $(1, 2, 1)$;
b) $\mathbb{X} + \mathbb{Y} = (-1, 4, 6)$;
c) $||\mathbb{Y}|| = 5$.

4) Calcolare il gradiente della funzione $f(x, y) = \left(x^2 - y\right) e^x + 3y - 1$ nel punto $(0, -1)$.

5) Determinare il valore di k per il quale $\int_0^1 x^2 - kx\, \mathrm{d}x = 0$.

6) Data la funzione $f(x) = \begin{cases} \frac{\text{sen}\, 2x}{3x} & x \neq 0 \\ k & x = 0 \end{cases}$, determinare il valore di k per il quale la funzione risulta continua nel punto $x = 0$.

7) Data $f(x) = e^{x^2 - kx}$, determinare il valore di k per il quale la funzione ha un punto di minimo in $x = 5$.

8) Disegnare un possibile grafico per una funzione che soddisfa le seguenti definizioni di limite:
a) $\forall\,\varepsilon\;\exists\,\delta(\varepsilon) : 0 < x < \delta(\varepsilon) \Rightarrow f(x) > \varepsilon$;
b) $\forall\,\varepsilon > 0\;\exists\,\delta(\varepsilon) : x < \delta(\varepsilon) \Rightarrow |f(x) + 1| < \varepsilon$.
9) Date $f(x) = x^2 - 2x$ e $g(x) = e^x$, trovata l'espressione della funzione $F(x) = f(g(x))$ si determini dove questa risulta invertibile, nonchè l'espressione della sua funzione inversa dove $F(x)$ risulta crescente.
10) Determinare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f(x) = \log x$ nel punto in cui tale retta tangente è parallela alla retta passante per i punti $(1,1)$ e $(3,6)$.

II Appello Sessione Autunnale 2012

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = x^3 - \log x$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen} x - \operatorname{sen}^3 x}{x}\;;\quad \lim_{x\to +\infty}\left(1 + \frac{1}{2x}\right)^{3x}.$$
3) Data $f(x) = x\,e^{x^2 - kx}$, determinare il valore del parametro k per il quale la funzione ha un punto di massimo in $x = \dfrac{1}{2}$. Trovare poi l'ascissa del punto di minimo.
4) Data la matrice $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} k & -3 & 1 \\ 1 & k & 0 \end{Vmatrix}$ ed il vettore $\mathbb{X} = \begin{Vmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{Vmatrix}$, determinare i due valori di k per i quali il vettore $\mathbb{A}\cdot\mathbb{X}$ ha modulo uguale a 2. Verificare che i due vettori $\mathbb{A}\cdot\mathbb{X}$ che così si ottengono sono tra loro perpendicolari.
5) Data $f(x) = \log\left(1 - x^2\right)$, determinare il suo campo d'esistenza, dove risulta invertibile, nonchè dominio, codominio ed espressione delle sue possibili funzioni inverse.
6) Dati tre generici insiemi $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare sotto quali condizioni per l'insieme $\mathbb{A}$ risulta vero che $\mathbb{A} \subset [(\mathbb{A} \cap \mathbb{C}) \cup \mathbb{B}]$.
7) Tra tutte le primitive della funzione $f(x) = x - x^2$ determinare quella che passa per il punto $(1,2)$.
8) Data la retta tangente al grafico della funzione $f(x) = x^2 - x + 1$ nel punto $x = 1$ e la retta tangente al grafico della funzione $g(x) = e^{x - x^2}$ nel punto $x = 0$, verificare se queste due rette si intersecano e, se la risposta fosse positiva, dove.
9) Analizzare la natura dei punti stazionari della funzione $f(x,y) = x^2 + 2x^2y + y^2$.
10) Presa la funzione $f(x) = x^3 - kx^2 + 3x + 1$ si determini il valore del parametro k affinchè alla funzione data sia applicabile il teorema di Rolle nell'intervallo $[0,1]$ e si determini poi il punto stazionario conseguente.

Appello Sessione Straordinaria II 2012

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = (x-1)^3 \cdot e^x$.
Si consideri che la funzione ha 3 punti di flesso.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen} 3x - \operatorname{tg} 2x}{e^x - 1}\;;\quad \lim_{x\to +\infty} \frac{e^x - 3^x + \log x}{2^x - 3^x + \operatorname{sen} x}.$$
3) Se $f(x) = x^2 - 3x + 1$ e $g(x) = x^3 - 2x^2 - x - 3$ hanno lo stesso differenziale per un incremento $\mathrm{d}x = 0{,}1$, in quale punto x_0 sono stati calcolati i due differenziali ?

4) Per quali valori di m e k la retta tangente al grafico della funzione $f(x) = e^{mx+k}$ nel punto $x = 1$ ha equazione $y = 3x - 2$?

5) Dati tre generici insiemi $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare se e quale relazione intercorre tra l'insieme $(\mathbb{A} \cup \mathbb{B}) \setminus \mathbb{C}$ e l'insieme $\mathbb{A} \cup (\mathbb{B} \setminus \mathbb{C})$.

6) Determinare l'espressione del polinomio di MacLaurin di II grado per $f(x) = \dfrac{1}{x^2 - 1}$.

7) Calcolare $\displaystyle\int_1^2 \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}\,\mathrm{d}x$.

8) Date le matrici $\mathbb{A} = \left\| \begin{matrix} 1 & k \\ k & 2 \\ 1 & 1 \end{matrix} \right\|$ e $\mathbb{B} = \left\| \begin{matrix} 1 & -1 \\ -2 & 1 \end{matrix} \right\|$, ed il vettore $\mathbb{X} = \left\| \begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix} \right\|$, determinare i valori del parametro k per i quali il modulo del vettore $\mathbb{A} \cdot \mathbb{B} \cdot \mathbb{X}$ risulta uguale a 3.

9) Data la funzione $f(x, y, z) = x^2\, e^{x-y} + y^z - xz$, si calcoli $\nabla f(1, 1, 1)$.

10) Date $f(x) = \dfrac{1}{2x - 1}$ e $g(x) = \log x$, sia $F(x) = f(g(x))$. Della funzione $F(x)$ determinare il campo d'esistenza, dove risulta invertibile, nonchè dominio, codominio ed espressione della sua funzione inversa.