COMPITI DI MATEMATICA GENERALE AA. 2013/14

$\boxed{\text{Prova Intermedia Anno 2013-Compito } \mathbb{A}1}$

1) Date le due funzioni $f(x) = 2^x$ e $g(x)$, sapendo che $F(x) = \dfrac{2x-1}{3x+3}$ è la funzione inversa di $f(g(x))$, si determini l'espressione di $g(x)$.

2) Data $f(x) = \begin{cases} 2 - x - x^2 & : x < 0 \\ mx + q & : 0 \le x \le 2 \\ \log_3(x+1) & : 2 < x \end{cases}$, determinare il valore dei parametri m e q in modo tale che la funzione risulti continua in tutto il suo Campo d'esistenza, e se ne disegni poi il grafico.

3) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos 3x}{x \cdot (2^x - 1)} \; ; \quad \lim_{x \to -\infty} \left(\frac{1 + x^2}{2 + x^4} \right)^{\frac{1+x^2}{1-x}} .$$

4) Data $\log\left(\dfrac{x-3}{x+1}\right)$, dopo averne determinato il Campo d'esistenza si determini dove tale funzione assume valori positivi.

5) Date le tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare i casi di verità e di falsità della proposizione $[\mathbb{A} \Rightarrow (\mathbb{B}\, o\, \mathbb{C})]\, o\, [\mathbb{B} \Leftrightarrow (\mathbb{A}\, e\, \mathbb{C})]$ nell'ipotesi che le proposizioni $\mathbb{A}$ e $\mathbb{C}$ siano logicamente equivalenti.

$\boxed{\text{Prova Intermedia Anno 2013-Compito } \mathbb{B}1}$

1) Date le due funzioni $f(x) = 3^x$ e $g(x)$, sapendo che $F(x) = \dfrac{x+2}{3x+4}$ è la funzione inversa di $f(g(x))$, si determini l'espressione di $g(x)$.

2) Data $f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{3}\right)^x - 1 & : x < -1 \\ mx + q & : -1 \le x \le 1 \\ 2 + 2x - x^2 & : 1 < x \end{cases}$, determinare il valore dei parametri m e q in modo tale che la funzione risulti continua in tutto il suo Campo d'esistenza, e se ne disegni poi il grafico.

3) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} x \cdot (e^x - 1)}{1 - \cos 2x} \; ; \quad \lim_{x \to -\infty} \left(\frac{1 + x + x^3}{1 + x} \right)^{\frac{1+x}{1-x}} .$$

4) Data $\log\left(\dfrac{x-2}{1-x}\right)$, dopo averne determinato il Campo d'esistenza si determini dove tale funzione assume valori positivi.

5) Date le tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare i casi di verità e di falsità della proposizione $[\mathbb{A} \Rightarrow (\mathbb{B}\, e\, \mathbb{C})]\, e\, [\mathbb{B} \Leftrightarrow (\mathbb{A}\, o\, \mathbb{C})]$ nell'ipotesi che le proposizioni $\mathbb{A}$ e $\mathbb{B}$ siano logicamente equivalenti.

$\boxed{\text{Prova Intermedia Anno 2013-Compito } \mathbb{C}1}$

1) Date le due funzioni $f(x)=2^x$ e $g(x)$, sapendo che $F(x)=\dfrac{3x+2}{2x-2}$ è la funzione inversa di $f(g(x))$, si determini l'espressione di $g(x)$.

2) Data $f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x}+3 & : x<-1 \\ mx+q & : -1\le x\le 3 \\ 2^{x-1}-3 & : 3<x \end{cases}$, determinare il valore dei parametri m e q in modo tale che la funzione risulti continua in tutto il suo Campo d'esistenza, e se ne disegni poi il grafico.

3) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x\cdot\log(1+2x)}\ ;\quad \lim_{x\to-\infty}\left(\frac{x+x^2}{1-x^3}\right)^{\frac{x^2}{1+x}}\ .$$

4) Data $\log\left(\dfrac{2x}{x+2}\right)$, dopo averne determinato il Campo d'esistenza si determini dove tale funzione assume valori positivi.

5) Date le tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare i casi di verità e di falsità della proposizione $[(\mathbb{A}\,o\,\mathbb{B})\Rightarrow\mathbb{C}]\,o\,[(\mathbb{B}\,e\,\mathbb{A})\Leftrightarrow\mathbb{C}]$ nell'ipotesi che le proposizioni $\mathbb{A}$ e $\mathbb{C}$ siano logicamente equivalenti.

Prova Intermedia Anno 2013-Compito $\mathbb{D}1$

1) Date le due funzioni $f(x)=3^x$ e $g(x)$, sapendo che $F(x)=\dfrac{2x-5}{3x+1}$ è la funzione inversa di $f(g(x))$, si determini l'espressione di $g(x)$.

2) Data $f(x)=\begin{cases} \log_3(x+2) & : -2<x<1 \\ mx+q & : 1\le x\le 3 \\ \dfrac{6}{x}+1 & : 3<x \end{cases}$, determinare il valore dei parametri m e q in modo tale che la funzione risulti continua in tutto il suo Campo d'esistenza, e se ne disegni poi il grafico.

3) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen}x\cdot\operatorname{arctg}x}{1-\cos 2x}\ ;\quad \lim_{x\to-\infty}\left(\frac{1+3x-x^2}{1+x}\right)^{\frac{2x}{1+x}}\ .$$

4) Data $\log\left(\dfrac{2-x}{2x}\right)$, dopo averne determinato il Campo d'esistenza si determini dove tale funzione assume valori positivi.

5) Date le tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare i casi di verità e di falsità della proposizione $[(\mathbb{A}\,e\,\mathbb{C})\Rightarrow\mathbb{B}]\,e\,[(\mathbb{B}\,o\,\mathbb{C})\Leftrightarrow\mathbb{A}]$ nell'ipotesi che le proposizioni $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$ siano logicamente equivalenti.

Prova Intermedia Anno 2013-Compito $\mathbb{A}2$

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x}-2^x}{x}\ ;\quad \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1+x^2}{1+2x}\right)^{\frac{1+x}{1-x}}\ .$$

2) Date le tre funzioni $f(x)=\log_2 x$, $g(x)=3+2x$ e $h(x)=3^x$, determinare l'espressione della funzione inversa di $f(g(h(x)))$.

3) Data la funzione $f(x)=3^{2x-1}-2^{3x+1}$ si determini dove risulta $f(x)>0$.
4) Risolvere la disequazione $(3-x)\cdot\log\left(x^2-6x+9\right)>0$.
5) Date tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare i casi di verità e di falsità della proposizione $\mathbb{P}\,o\,\mathbb{Q}$ con $\mathbb{P}:\mathbb{A}\Rightarrow(\mathbb{B}\Leftrightarrow\mathbb{C})$ e $\mathbb{Q}:non\,\mathbb{A}\,e\,\mathbb{B}\,e\,\mathbb{C}$, nell'ipotesi che le proposizioni $\mathbb{A}$ e $\mathbb{B}$ non siano logicamente equivalenti.

Prova Intermedia Anno 2013-Compito $\mathbb{B}$2

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x}-\cos x}{x}\ ;\quad \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{2x+x^2}{1+x}\right)^{\frac{1+x^2}{1-x}}\ .$$

2) Date le tre funzioni $f(x)=2^x$, $g(x)=2+3x$ e $h(x)=\log_3 x$, determinare l'espressione della funzione inversa di $f(g(h(x)))$.
3) Data la funzione $f(x)=4^{x-2}-3^{2x+1}$ si determini dove risulta $f(x)>0$.
4) Risolvere la disequazione $(x-2)\cdot\log\left(x^2-4x+4\right)>0$.
5) Date tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare i casi di verità e di falsità della proposizione $\mathbb{P}\,o\,\mathbb{Q}$ con $\mathbb{P}:\mathbb{A}\,e\,non\,\mathbb{B}\,e\,\mathbb{C}$ e $\mathbb{Q}:\mathbb{A}\Leftrightarrow(\mathbb{B}\Rightarrow\mathbb{C})$, nell'ipotesi che le proposizioni $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$ non siano logicamente equivalenti.

Prova Intermedia Anno 2013-Compito $\mathbb{C}$2

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\dfrac{1}{1+x}-e^x}{x}\ ;\quad \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2-2x+3}{x^3+1}\right)^{\frac{1+x}{1-x}}\ .$$

2) Date le tre funzioni $f(x)=\log_2 x$, $g(x)=1+3^x$ e $h(x)=2x+1$, determinare l'espressione della funzione inversa di $f(g(h(x)))$.
3) Data la funzione $f(x)=2^{3x-1}-3^{2x+2}$ si determini dove risulta $f(x)>0$.
4) Risolvere la disequazione $(x-3)\cdot\log\left(x^2-6x+9\right)>0$.
5) Date tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare i casi di verità e di falsità della proposizione $\mathbb{P}\,e\,\mathbb{Q}$ con $\mathbb{P}:\mathbb{A}\Leftrightarrow(\mathbb{B}\Rightarrow\mathbb{C})$ e $\mathbb{Q}:\mathbb{A}\,o\,non\,\mathbb{B}\,o\,\mathbb{C}$, nell'ipotesi che le proposizioni $\mathbb{A}$ e $\mathbb{B}$ non siano logicamente equivalenti.

Prova Intermedia Anno 2013-Compito $\mathbb{D}$2

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\dfrac{1}{1+x}-\cos x}{x}\ ;\quad \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x+x^2}{x^3+1}\right)^{\frac{1+x^2}{1+x}}\ .$$

2) Date le tre funzioni $f(x)=3^x$, $g(x)=1-\log_2 x$ e $h(x)=2x-3$, determinare l'espressione della funzione inversa di $f(g(h(x)))$.
3) Data la funzione $f(x)=8^{x-1}-3^{2x+1}$ si determini dove risulta $f(x)>0$.
4) Risolvere la disequazione $(2-x)\cdot\log\left(x^2-4x+4\right)>0$.
5) Date tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare i casi di verità e di falsità della proposizione $\mathbb{P}\,e\,\mathbb{Q}$ con $\mathbb{P}:\mathbb{A}\,o\,\mathbb{B}\,o\,non\,\mathbb{C}$ e $\mathbb{Q}:\mathbb{A}\Rightarrow(\mathbb{B}\Leftrightarrow\mathbb{C})$, nell'ipotesi che le proposizioni $\mathbb{A}$ e $\mathbb{C}$ non siano logicamente equivalenti.

I Appello Sessione Invernale 2014 - Compito $\mathbb{A}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = \log(x+2) + \log(4-x)$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x\to 0} \dfrac{1-\cos 3x}{\operatorname{sen} 4x^2}$; $\lim_{x\to+\infty} \left(\dfrac{1+x-\operatorname{sen} x}{3+2x}\right)^{1-x}$.
3) Date le due funzioni $f(x) = 2x^3 - x^2$ e $g(x) = 3x^2 + 2x - 2$ determinare tutti i punti x_0 nei quali le rette tangenti ai grafici delle due funzioni risultano parallele.
4) Determinare il valore del parametro k per il quale risulta $\lim_{x\to 0} \dfrac{k^{2x}-1}{3x} = 5$.
5) Date la funzione $f(x) = e^{3x} - ke^{2x}$, determinare il valore del parametro k per il quale la funzione presenta un punto di minimo assoluto in $x_0 = 1$.
6) Costruire le tavole di verità della proposizione $\{[non\mathbb{A} \Rightarrow (\mathbb{B}\, e\, \mathbb{C})]\, e\, non\mathbb{B}\} \Rightarrow \mathbb{A}$ nell'ipotesi che la proposizione $(\mathbb{A}\, o\, \mathbb{B})$ sia vera.
7) Data la matrice $\mathbb{A} = \left\|\begin{matrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{matrix}\right\|$ ed il vettore $\mathbb{X} = \left\|\begin{matrix} 1 \\ x \end{matrix}\right\|$, sia $\mathbb{Y} = \mathbb{A}\cdot\mathbb{X}$. Determinare, se esistono, i valori di x per i quali:
a) $\mathbb{Y}$ risulta parallelo al vettore $(2,3)$;
b) $\mathbb{Y}$ risulta perpendicolare al vettore $(3,2)$;
c) $\mathbb{Y}$ forma un angolo di $45°$ con il vettore $(1,1)$.
8) Calcolare $\displaystyle\int_0^1 (x-2)\cdot e^x + \sqrt{x+1}\,\mathrm{d}x$.
9) Data $f(x,y) = 3x^2 - x^3 + 3xy + y^2 - y$, determinare la natura dei suoi punti stazionari.
10) Data $f(x,y) = x^2\cdot 2^y - 3x\cdot\operatorname{sen} 2y + x$, determinare il gradiente e la matrice Hessiana della funzione nel punto $(0,0)$.

I Appello Sessione Invernale 2014 - Compito $\mathbb{B}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = \log(x+1) + \log(3-x)$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x\to 0} \dfrac{\log(1+3x^2)}{1-\cos 3x}$; $\lim_{x\to+\infty} \left(\dfrac{1+2x-\log x}{2+x}\right)^{x-5}$.
3) Date le due funzioni $f(x) = x^3 - 3x^2 - 1$ e $g(x) = 2x^2 + 3x + 2$ determinare tutti i punti x_0 nei quali le rette tangenti ai grafici delle due funzioni risultano parallele.
4) Determinare il valore del parametro k per il quale risulta $\lim_{x\to 0} \dfrac{k^{3x}-1}{2x} = 3$.
5) Date la funzione $f(x) = e^{x} - ke^{3x}$, determinare il valore del parametro k per il quale la funzione presenta un punto di massimo assoluto in $x_0 = -1$.
6) Costruire le tavole di verità della proposizione $\{[non\mathbb{B} \Rightarrow (\mathbb{A}\, e\, \mathbb{C})]\, e\, non\mathbb{C}\} \Rightarrow \mathbb{B}$ nell'ipotesi che la proposizione $(\mathbb{B}\, e\, \mathbb{C})$ sia falsa.
7) Data la matrice $\mathbb{A} = \left\|\begin{matrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{matrix}\right\|$ ed il vettore $\mathbb{X} = \left\|\begin{matrix} 1 \\ x \end{matrix}\right\|$, sia $\mathbb{Y} = \mathbb{A}\cdot\mathbb{X}$. Determinare, se esistono, i valori di x per i quali:
a) $\mathbb{Y}$ risulta parallelo al vettore $(1,3)$;
b) $\mathbb{Y}$ risulta perpendicolare al vettore $(2,2)$;
c) $\mathbb{Y}$ forma un angolo di $45°$ con il vettore $(1,1)$.

8) Calcolare $\displaystyle\int_0^1 (x+2)\cdot e^x - \frac{1}{x+1}\,\mathrm{d}x$.
9) Data $f(x,y) = 3y^2 - y^3 + 3xy + x^2 - x$, determinare la natura dei suoi punti stazionari.
10) Data $f(x,y) = 2y \cdot \cos 3x + 3^x \cdot y^3 - y$, determinare il gradiente e la matrice Hessiana della funzione nel punto $(0,0)$.

I Appello Sessione Invernale 2014 - Compito $\mathbb{C}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = \log(x+3) + \log(2-x)$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos 4x}{\mathrm{tg}^2\, 2x}$; $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x-5+\cos x}{1+3x}\right)^{1+x}$.
3) Date le due funzioni $f(x) = x^2 + 5x - 2$ e $g(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$ determinare tutti i punti x_0 nei quali le rette tangenti ai grafici delle due funzioni risultano parallele.
4) Determinare il valore del parametro k per il quale risulta $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{k^{2x}-1}{x} = \frac{1}{3}$.
5) Date la funzione $f(x) = e^{2x} - ke^x$, determinare il valore del parametro k per il quale la funzione presenta un punto di minimo assoluto in $x_0 = -\dfrac{1}{2}$.
6) Costruire le tavole di verità della proposizione $\{[non\mathbb{C} \Rightarrow (\mathbb{B}\, e\, \mathbb{A})]\, e\, non\mathbb{A}\} \Rightarrow \mathbb{C}$ nell'ipotesi che la proposizione $(\mathbb{A}\, o\, \mathbb{C})$ sia vera.
7) Data la matrice $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{Vmatrix}$ ed il vettore $\mathbb{X} = \begin{Vmatrix} x \\ 1 \end{Vmatrix}$, sia $\mathbb{Y} = \mathbb{A}\cdot\mathbb{X}$. Determinare, se esistono, i valori di x per i quali:
a) $\mathbb{Y}$ risulta parallelo al vettore $(2, -1)$;
b) $\mathbb{Y}$ risulta perpendicolare al vettore $(2,2)$;
c) $\mathbb{Y}$ forma un angolo di 45° con il vettore $(1,1)$.
8) Calcolare $\displaystyle\int_0^1 (x-1)\cdot e^x + \sqrt{x+2}\,\mathrm{d}x$.
9) Data $f(x,y) = x^3 - 3x^2 - 3xy - y^2 + y$, determinare la natura dei suoi punti stazionari.
10) Data $f(x,y) = x^3 \cdot 3^y - 2y \cdot \mathrm{sen}\, 3x + y$, determinare il gradiente e la matrice Hessiana della funzione nel punto $(0,0)$.

I Appello Sessione Invernale 2014 - Compito $\mathbb{D}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = \log(x+4) + \log(1-x)$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\log(1+4x^2)}{1-\cos 5x}$; $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{\log x + 2x + 1}{x-2}\right)^{5-x}$.
3) Date le due funzioni $f(x) = 3x^2 + x - 5$ e $g(x) = x^3 + 2x^2 + 1$ determinare tutti i punti x_0 nei quali le rette tangenti ai grafici delle due funzioni risultano parallele.
4) Determinare il valore del parametro k per il quale risulta $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{k^{3x}-1}{4x} = \frac{1}{3}$.
5) Date la funzione $f(x) = ke^x - e^{3x}$, determinare il valore del parametro k per il quale la funzione presenta un punto di massimo assoluto in $x_0 = 2$.
6) Costruire le tavole di verità della proposizione $\{[\mathbb{A} \Rightarrow (non\mathbb{C}\, e\, \mathbb{B})]\, e\, \mathbb{C}\} \Rightarrow non\mathbb{A}$ nell'ipotesi che la proposizione $(\mathbb{A}\, e\, \mathbb{C})$ sia falsa.

7) Data la matrice $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{Vmatrix}$ ed il vettore $\mathbb{X} = \begin{Vmatrix} x \\ 1 \end{Vmatrix}$, sia $\mathbb{Y} = \mathbb{A} \cdot \mathbb{X}$. Determinare, se esistono, i valori di x per i quali:
a) $\mathbb{Y}$ risulta parallelo al vettore $(-2, 3)$;
b) $\mathbb{Y}$ risulta perpendicolare al vettore $(1, -2)$;
c) $\mathbb{Y}$ forma un angolo di $45°$ con il vettore $(1, 1)$.
8) Calcolare $\displaystyle\int_0^1 (x+1) \cdot e^x + \frac{1}{x+2}\, \mathrm{d}x$.
9) Data $f(x,y) = y^3 - 3y^2 - 3xy - x^2 + x$, determinare la natura dei suoi punti stazionari.
10) Data $f(x,y) = 3x \cdot \cos 2y + 2^x \cdot y^2 - x$, determinare il gradiente e la matrice Hessiana della funzione nel punto $(0,0)$.

II Appello Sessione Invernale 2014 - Compito $\mathbb{A}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = \dfrac{x^2+5}{x+2}$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{(1+x)^3} - 1}{\operatorname{sen} x}$; $\displaystyle\lim_{x\to -\infty} \frac{3^x - \log(1-x) + x}{3x - \operatorname{sen} x}$.
3) Data la funzione $f(x) = 3^{1-x}$ determinare il punto x_0 nel quale la retta tangente al grafico della funzione risulta perpendicolare alla retta di equazione $y = 2x + 1$.
4) Determinare il valore del parametro k per il quale risulta $\displaystyle\int_0^1 e^{2x} - ke^{3x}\, \mathrm{d}x = 1$.
5) Data la funzione $f(x) = x^3 - kx^2 + 3x - 2$, determinare per quali valori del parametro k la funzione risulta strettamente monotòna.
6) Data la funzione $f(x) = e^{3-x} - e^x$, determinare dove essa risulta invertibile nonchè l'espressione della sua funzione inversa.
7) Determinare dove risulta vero che $x - 1 = o(e^x - x)$.
8) Data $f(x,y) = xy^2 - 2xy - x^2 - x$, determinare la natura dei suoi punti stazionari.
9) Data la funzione $f(x,y) = x^2 - 2xy$, determinare i punti (x_0, y_0) nei quali il gradiente della funzione risulta parallelo al vettore $(2,1)$ e quelli poi nei quali il gradiente risulta invece perpendicolare al vettore $(2,1)$.
10) Determinare il campo di esistenza della funzione $f(x) = \log(2 - \log_2(5-x))$.

II Appello Sessione Invernale 2014 - Compito $\mathbb{B}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = \dfrac{x^2+3}{x-1}$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[4]{(1+x)^3} - 1}{\log(1+x)}$; $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{2^{1-x} - \log x + 2x}{x^2 - 2x + \operatorname{sen} x}$.
3) Data la funzione $f(x) = 2^{x-2}$ determinare il punto x_0 nel quale la retta tangente al grafico della funzione risulta perpendicolare alla retta di equazione $y = -3x + 3$.
4) Determinare il valore del parametro k per il quale risulta $\displaystyle\int_0^1 ke^x - 2e^{3x}\, \mathrm{d}x = 1$.

5) Data la funzione $f(x) = x^3 - 2x^2 + k^2 x - 1$, determinare per quali valori del parametro k la funzione risulta strettamente monotòna.
6) Data la funzione $f(x) = e^{2+x} - e^{-x}$, determinare dove essa risulta invertibile nonchè l'espressione della sua funzione inversa.
7) Determinare dove risulta vero che $\log x = o(x + \log x)$.
8) Data $f(x,y) = y^2 - y + 2xy + x^2 y$, determinare la natura dei suoi punti stazionari.
9) Data la funzione $f(x,y) = xy - 3y^2$, determinare i punti (x_0, y_0) nei quali il gradiente della funzione risulta parallelo al vettore $(-1,3)$ e quelli poi nei quali il gradiente risulta invece perpendicolare al vettore $(-1,3)$.
10) Determinare il campo di esistenza della funzione $f(x) = \log(2 - \log_3(10 - x))$.

II Appello Sessione Invernale 2014 - Compito $\mathbb{C}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = \dfrac{x^2 - 5}{x - 3}$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[3]{(1+x)^2} - 1}{\operatorname{tg} x} \; ; \quad \lim_{x\to -\infty} \frac{\cos x - \log(1-x) + 3x}{2^x - x} .$$
3) Data la funzione $f(x) = 3^{2-x}$ determinare il punto x_0 nel quale la retta tangente al grafico della funzione risulta perpendicolare alla retta di equazione $y = 2x - 5$.
4) Determinare il valore del parametro k per il quale risulta $\displaystyle\int_0^1 e^{3x} - k e^x \, \mathrm{d}x = 1$.
5) Data la funzione $f(x) = x^3 - 2kx^2 + 4x - 5$, determinare per quali valori del parametro k la funzione risulta strettamente monotòna.
6) Data la funzione $f(x) = e^x - e^{2-x}$, determinare dove essa risulta invertibile nonchè l'espressione della sua funzione inversa.
7) Determinare dove risulta vero che $e^x - 1 = o(x + 1)$.
8) Data $f(x,y) = xy^2 - 2xy + x^2 - x$, determinare la natura dei suoi punti stazionari.
9) Data la funzione $f(x,y) = x^2 - 3xy$, determinare i punti (x_0, y_0) nei quali il gradiente della funzione risulta parallelo al vettore $(-1,2)$ e quelli poi nei quali il gradiente risulta invece perpendicolare al vettore $(-1,2)$.
10) Determinare il campo di esistenza della funzione $f(x) = \log(1 - \log_2(3 - x))$.

II Appello Sessione Invernale 2014 - Compito $\mathbb{D}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = \dfrac{x^2 - 3}{x - 2}$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[5]{(1+x)^4} - 1}{e^x - 1} \; ; \quad \lim_{x\to +\infty} \frac{\log x - \cos x + x^2}{x - x^2 + 3^{1-x}} .$$
3) Data la funzione $f(x) = 2^{x-1}$ determinare il punto x_0 nel quale la retta tangente al grafico della funzione risulta perpendicolare alla retta di equazione $y = -3x + 1$.
4) Determinare il valore del parametro k per il quale risulta $\displaystyle\int_0^1 k e^{2x} - e^{3x} \, \mathrm{d}x = 1$.
5) Data la funzione $f(x) = x^3 + 3x^2 + k^2 x + 2$, determinare per quali valori del parametro k la funzione risulta strettamente monotòna.

6) Data la funzione $f(x) = e^{-x} - e^{3+x}$, determinare dove essa risulta invertibile nonchè l'espressione della sua funzione inversa.
7) Determinare dove risulta vero che $\log x - 1 = o(e^x + 1)$.
8) Data $f(x, y) = x^2 y - y^2 - y + 2xy$, determinare la natura dei suoi punti stazionari.
9) Data la funzione $f(x, y) = 2xy - y^2$, determinare i punti (x_0, y_0) nei quali il gradiente della funzione risulta parallelo al vettore $(1, 2)$ e quelli poi nei quali il gradiente risulta invece perpendicolare al vettore $(1, 2)$.
10) Determinare il campo di esistenza della funzione $f(x) = \log(1 - \log_3(3 - x))$.

Appello Sessione Straordinaria I 2014

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = \dfrac{e^{1+3x}}{x}$, sapendo che la funzione è concava per $x < 0$ e convessa per $x > 0$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x \to 0} \dfrac{\operatorname{sen}(\operatorname{sen} x)}{e^x - 1}$; $\lim_{x \to +\infty} \dfrac{x - \log(1 + x^2)}{3^{1-x} + 2x}$.
3) Date le funzioni $f(x) = \log(1 + x)$ e $g(x) = e^{2x-1}$, determinare l'espressione della funzione $f(g(x))$, il suo dominio ed il suo codominio, dove risulta invertibile, nonchè dominio, codominio ed espressione della sua funzione inversa.
4) Data la funzione $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 4$, si applichi ad essa il Teorema di Lagrange nell'intervallo $[0, 3]$ determinando i punti nei quali tale Teorema risulta soddisfatto.
5) Determinare i primi due termini non nulli del polinomio di MacLaurin della funzione $f(x) = e^{x^2} - \cos x$.
6) Data $f(x, y) = x^2 e^y - 3 \operatorname{sen} x + 5 \log(y + 1)$, se ne calcoli il gradiente nel punto $(0, 0)$.
7) Calcolare $\displaystyle\int_0^1 5x - \frac{1}{x+1} + e^{3x}\, \mathrm{d}x$.
8) Dati $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{Vmatrix}$, $\mathbb{B} = \begin{Vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{Vmatrix}$ e $\mathbb{X} = \begin{Vmatrix} k \\ k \end{Vmatrix}$, determinare per quali valori del parametro k il vettore $\mathbb{A} \cdot \mathbb{B} \cdot \mathbb{X}$ risulta parallelo al vettore $(3, 6)$.
9) Date le proposizioni $\mathbb{P}_1 : \mathbb{A}\, e\, \mathbb{B}$ e $\mathbb{P}_2 : \mathbb{A} \Rightarrow non \mathbb{B}$, determinare quale sia la relazione logica che intercorre tra loro.
10) Data $f(x) = x^3 - 3kx^2 + 5x - 2$, si determini il valore del parametro k per il quale la funzione risulta convessa per $x \geq -1$.

I Appello Sessione Estiva 2014

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = x\, e^{x-1} - 3e^x$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x \to 0} \dfrac{(1 + \operatorname{tg} x)^2 - 1}{\operatorname{sen} x}$; $\lim_{x \to +\infty} \left(\dfrac{1 - 3x + x^2}{2x + 1} \right)^{\frac{1-x}{1+x}}$.
3) Determinare quale retta passante per l'origine $(0, 0)$ risulta tangente al grafico della funzione $f(x) = \log x$.
4) Calcolare $\displaystyle\int_0^1 x\, e^{2x} - \frac{1}{2x+1}\, \mathrm{d}x$.
5) Data $f(x, y) = x^3 - 3xy + y^3$, determinare la natura dei suoi punti stazionari.

6) Dati i vettori $\mathbb{X} = \left\|\begin{matrix}1\\0\end{matrix}\right\|$ e $\mathbb{Y} = \left\|\begin{matrix}1\\1\end{matrix}\right\|$, determinare quella matrice quadrata $\mathbb{A}_{2,2}$ per la quale risulta vero che $\mathbb{A}\cdot\mathbb{X} = 2\mathbb{X}$ e $\mathbb{A}\cdot\mathbb{Y} = \mathbb{Y}$.
7) Determinare l'ascissa del punto di minimo della funzione $f(x) = \log x \cdot \log 2x$, stabilendo anche se si tratti di minimo relativo o assoluto.
8) Determinare l'espressione del polinomio di Taylor di terzo grado nel punto $x = 1$ per la funzione $f(x) = e^{x-1} - \log x$.
9) Determinare se le proposizioni $\mathbb{P}_1 : (\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B})\, e\, (\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{C})$, $\mathbb{P}_2 : \mathbb{B}\, e\, \mathbb{C}$ sono o no logicamente equivalenti.
10) Determinare se e dove è possibile che risulti $1 + x^2 = o(x)$.

II Appello Sessione Estiva 2014

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = e^{2x} - 2e^{x-1}$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos 2x}{\operatorname{sen}^2 x}\,;\ \lim_{x\to-\infty}\frac{e^{3x}-e^x+x^2}{e^{2x}+x^3}\,.$$
3) Determinare se e quali rette passanti per il punto $(0,2)$ risultano tangenti al grafico della funzione $f(x) = 2x - x^2$.
4) Data la funzione $f(x) = \log\left(kx - x^2\right)$, si determini il valore del parametro k in modo tale che la funzione presenti un punto di massimo assoluto per $x = 3$.
5) Calcolare $\displaystyle\int_1^e x\log x - \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x$.
6) Date le matrici $\mathbb{A} = \left\|\begin{matrix}1 & -1 & 2\\ 1 & 0 & 1\end{matrix}\right\|$, $\mathbb{B} = \left\|\begin{matrix}2 & 1\\ 1 & 0\\ 1 & -1\end{matrix}\right\|$ ed il vettore $\mathbb{X} = \left\|\begin{matrix}x\\y\end{matrix}\right\|$, determinare la relazione che deve intercorrere tra x e y affinchè il vettore $\mathbb{A}\cdot\mathbb{B}\cdot\mathbb{X}$ risulti parallelo al vettore $(1,2)$ e poi la relazione che deve intercorrere tra x e y affinchè il vettore $\mathbb{A}\cdot\mathbb{B}\cdot\mathbb{X}$ risulti invece perpendicolare al vettore $(1,2)$.
7) Determinare il valore del parametro k per il quale la funzione $y = x^3 - 3x^2 + 3$ soddisfa, nell'intervallo $[0,k]$, al Teorema di Rolle e determinare poi l'ascissa del punto stazionario.
8) Data $f(x,y) = x^2\log(x - y + 1) - xy\,e^y$, si calcoli $\nabla f(0,0)$.
9) Date $f(x) = 3x - 1$, $g(x) = \log_2 x$ e $h(x) = 2 - 3x$, determinare le espressioni delle due funzioni composte $f(g(h(x)))$ e $h(g(f(x)))$, determinando poi anche le espressioni delle loro funzioni inverse.
10) Data $\begin{cases} e^{-x} & : x \le 0\\ mx + q & : x > 0\end{cases}$, determinare il valore di m e q in modo tale che la funzione risulti continua e derivabile $\forall x \in \mathbb{R}$.

I Appello Sessione Autunnale 2014

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = \log x - \log(3 - x)$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$$\lim_{x\to+\infty} x\operatorname{sen}\frac{1}{x}\,;\ \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x}{2+x}\right)^x\,.$$
3) Sapendo che $f(x) \sim g(x)$ per $x \to x_0$, determinare sotto quali condizioni può risultare che $f(x) = o\big(g^2(x)\big)$ per $x \to x_0$.

4) Data la funzione $f(x) = 1 - \log_3\left(1 - \sqrt{x}\right)$, si determini dove essa risulti invertibile nonchè l'espressione della sua funzione inversa.
5) Data $f(x) = e^{3x} - 1$ determinare il valore del parametro k per il quale la retta di equazione $y = 2x + k$ risulta tangente al grafico della funzione data, trovando anzitutto l'ascissa del punto di tangenza.
6) Data la matrice $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} 1 & k & m \\ 2 & -1 & k \\ 1 & m & 2 \end{Vmatrix}$ ed i vettori $\mathbb{X} = \begin{Vmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{Vmatrix}$ e $\mathbb{Y} = \begin{Vmatrix} 3 \\ 7 \\ 1 \end{Vmatrix}$, determinare per quale valore dei parametri m e k risulta $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X} = \mathbb{Y}$.
7) Calcolare $\displaystyle\int_0^1 \sqrt{x} - e^{1-x}\,\mathrm{d}x$.
8) Data $f(x,y) = x^3 + 3x^2 + y^2 - xy$, determinare i suoi punti stazionari e verificare la loro natura.
9) Data $f(x) = x^{10} \cdot e^{-x^2}$, determinare i primi quattro termini del suo polinomio di Mac Laurin.
10) Date le due proposizioni $\mathbb{P} : non\,((\mathbb{A}\,o\,\mathbb{B})\,e\,\mathbb{C})$; $\mathbb{Q} : non\,(\mathbb{B}\,e\,\mathbb{C})$, determinare la relazione che intercorre tra di esse se, per ipotesi, la proposizione $\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B}$ risulta vera.

II Appello Sessione Autunnale 2014

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = 2e^x + e^{-x}$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\log(1+2x)}{\log(1+3x)}$; $\displaystyle\lim_{x\to -\infty} \frac{3^x - 2^{-x}}{2^x + 3^{-x}}$.
3) Determinare se, per $x \to 0$, i due infinitesimi $f(x) = \operatorname{sen}^2 x - 1 + \cos x$ e $g(x) = \operatorname{tg}^2 x$ sono o no asintoticamente equivalenti.
4) Data la funzione $f(x) = x^2$, si considerino la retta tangente al suo grafico nel punto $x = 1$ e la retta perpendicolare a questa nel punto di tangenza. Calcolare l'area del triangolo che queste due rette e l'asse delle ascisse formano nel primo quadrante.
5) Data $f(x) = e^{2x - x^2}$, verificare che tale funzione presenta due punti di flesso.
6) Data la matrice $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & k & 1 \\ k & 2 & 0 \end{Vmatrix}$ ed il vettore $\mathbb{X} = \begin{Vmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{Vmatrix}$, determinare per quale valore del parametro k il vettore $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X}$ ha modulo pari a 3 e per quale valore del parametro k il vettore $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X}$ risulta perpendicolare al vettore $(-1, 1, 1)$.
7) Determinare per quale valore del parametro k risulta $\displaystyle\int_0^1 e^x - kx\,\mathrm{d}x = 1$.
8) Data $f(x,y,z) = \log(x-y) - e^{z^2 - x} + 3xyz$, calcolare $\nabla f(1,0,1)$.
9) Determinare i punti di massimo e/o minimo della funzione $f(x) = e^x \cdot (e^x - 1)^5$, stabilendo anche se si tratti di relativi o assoluti.
10) Data la funzione $f(x) = k\,e^{3x-m}$, con m e k parametri reali, sapendo che $f\left(\dfrac{1}{3}\right) = 1$, si calcoli $f'(0)$.

Appello Sessione Straordinaria II 2014

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = x^2\,e^{1-x}$.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{sen} 2x - \operatorname{sen} 3x}{x}$; $\lim_{x\to +\infty} \dfrac{e^x - 3^x + \log x}{e^x - 2^x + \operatorname{sen} x}$.

3) Determinare il valore del parametro k per cui risulta $\lim_{x\to 0} \dfrac{\log(1+kx)}{3x} = 5$.

4) Date la funzione $f(x) = \log x$ e la retta di equazione $y = 3x + k$, si determini il valore del parametro k per il quale tale retta risulta tangente al grafico della funzione, trovando anche l'ascissa del punto di tangenza.

5) Calcolare $\int_0^1 x - \sqrt{x} - e^{-x}\,\mathrm{d}x$.

6) Data $f(x,y) = x^2 - xy^2 + xy$, determinare i suoi punti stazionari e verificare la loro natura.

7) Date le matrici $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{Vmatrix}$ e $\mathbb{B} = \begin{Vmatrix} 1 & k \\ k & 1 \end{Vmatrix}$ ed il vettore $\mathbb{X} = \begin{Vmatrix} 1 \\ 1 \end{Vmatrix}$, determinare il valore del parametro k per il quale il vettore $\mathbb{A}\cdot\mathbb{B}\cdot\mathbb{A}\cdot\mathbb{X}$ risulta perpendicolare al vettore $(1,2)$.

8) Date le funzioni $f(x) = x^2$, $g(x) = \operatorname{sen} x$ e $h(x) = 2x - 1$, si calcolino la derivata della funzione $f(g(h(x)))$ e della funzione $h(g(f(x)))$.

9) Si verifichi se la proposizione $[non\,(\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B})] \Rightarrow (non\,\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B})$, dove $\mathbb{A}$ e $\mathbb{B}$ sono due generiche proposizioni, risulti o meno una tautologia.

10) Data la funzione $f(x) = x^3 - 3x^2$, determinare per quale valore del parametro k la funzione data soddisfa alle ipotesi del Teorema di Rolle nell'intervallo $[0,k]$, determinando poi il conseguente punto stazionario e la sua natura.