COMPITI DI MATEMATICA GENERALE AA. 2015/16

$\boxed{\text{Prova Intermedia Anno 2015-Compito } \mathbb{A}1}$

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 0}\frac{(1+x)^{\pi}-1}{\operatorname{sen} 2x}\ ;\quad \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1-3x}{2-x}\right)^{1-x}\ .$$

2) Date le quattro generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$, $\mathbb{C}$ e $\mathbb{D}$, determinare i casi di verità e di falsità della proposizione $(\mathbb{A}\Rightarrow\mathbb{B})\Leftrightarrow(\mathbb{C}\Rightarrow non\,\mathbb{D})$, nell'ipotesi che la proposizione $\mathbb{B}$ sia vera e la proposizione $\mathbb{D}$ sia falsa.

3) Date le funzioni $f(x)=3x-2$ e $g(x)=3^{1-x}$, si determini l'espressione della funzione composta $F(x)=f(g(f(x)))$ e si determini poi l'espressione dell'inversa di $F(x)$.

4) Disegnare un possibile grafico per una funzione che soddisfa alle seguenti due definizioni di limite:

a) $\forall\,\varepsilon\ \exists\,\delta(\varepsilon): x<\delta(\varepsilon)\Rightarrow f(x)>\varepsilon$;

b) $\forall\,\varepsilon>0\ \exists\,\delta(\varepsilon): x>\delta(\varepsilon)\Rightarrow 1<f(x)<1+\varepsilon$;

e presenta un punto di discontinuità di I specie in $x=0$.

5) Determinare il Campo di esistenza della funzione $f(x)=\dfrac{\log(3^x-2)}{\sqrt{1-x^2}}$.

$\boxed{\text{Prova Intermedia Anno 2015-Compito } \mathbb{B}1}$

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cos 3x-1}{e^{x^2}-1}\ ;\quad \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{2+2x}{3+2x}\right)^{x+1}\ .$$

2) Date le quattro generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$, $\mathbb{C}$ e $\mathbb{D}$, determinare i casi di verità e di falsità della proposizione $(non\,\mathbb{A}\Rightarrow\mathbb{C})\Rightarrow(\mathbb{B}\Leftrightarrow\mathbb{D})$, nell'ipotesi che la proposizione $\mathbb{C}$ sia vera e la proposizione $\mathbb{D}$ sia falsa.

3) Date le funzioni $f(x)=2x+3$ e $g(x)=\log_2(x+1)$, si determini l'espressione della funzione composta $F(x)=f(g(f(x)))$ e si determini poi l'espressione dell'inversa di $F(x)$.

4) Disegnare un possibile grafico per una funzione che soddisfa alle seguenti due definizioni di limite:

a) $\forall\,\varepsilon>0\ \exists\,\delta(\varepsilon): x<\delta(\varepsilon)\Rightarrow |f(x)+1|<\varepsilon$;

b) $\forall\,\varepsilon\ \exists\,\delta(\varepsilon): x>\delta(\varepsilon)\Rightarrow f(x)<\varepsilon$;

e presenta un punto di discontinuità di II specie infinita in $x=1$.

5) Determinare il Campo di esistenza della funzione $f(x)=\dfrac{\sqrt{2+x-x^2}}{\log(1+x^2)}$.

$\boxed{\text{Prova Intermedia Anno 2015-Compito } \mathbb{C}1}$

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen}(\operatorname{sen} x)-\operatorname{tg}^2 x}{e^x-1}\ ;\quad \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{2x-5}{1+4x}\right)^{x-1}\ .$$

2) Date le quattro generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$, $\mathbb{C}$ e $\mathbb{D}$, determinare i casi di verità e di falsità della proposizione $(\mathbb{A} \Rightarrow non\, \mathbb{B})\, e\, (\mathbb{C} \Leftrightarrow \mathbb{D})$, nell'ipotesi che la proposizione $\mathbb{A}$ sia vera e la proposizione $\mathbb{D}$ sia vera.

3) Date le funzioni $f(x) = 3x + 4$ e $g(x) = \sqrt{2x - 1}$, si determini l'espressione della funzione composta $F(x) = f(g(f(x)))$ e si determini poi l'espressione dell'inversa di $F(x)$.

4) Disegnare un possibile grafico per una funzione che soddisfa alle seguenti due definizioni di limite:

a) $\forall\, \varepsilon\; \exists\, \delta(\varepsilon) : x < \delta(\varepsilon) \Rightarrow\; -1 - \varepsilon < f(x) <\; -1$;

b) $\forall\, \varepsilon\; \exists\, \delta(\varepsilon) : x > \delta(\varepsilon) \Rightarrow f(x) > \varepsilon$;

e presenta un punto di discontinuità di I specie in $x = 0$.

5) Determinare il Campo di esistenza della funzione $f(x) = \dfrac{\log\,(2 - x - x^2)}{\sqrt{x}}$.

Prova Intermedia Anno 2015-Compito $\mathbb{D}$1

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\log\,(1 + \operatorname{sen}^2 x)}{1 - \cos x}\;; \quad \lim_{x \to +\infty} \left(\frac{3x + 7}{3x + 5} \right)^{2x}.$$

2) Date le quattro generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$, $\mathbb{C}$ e $\mathbb{D}$, determinare i casi di verità e di falsità della proposizione $(\mathbb{A} \Leftrightarrow \mathbb{B})\, o\, (non\, \mathbb{C} \Rightarrow \mathbb{D})$, nell'ipotesi che la proposizione $\mathbb{B}$ sia falsa e la proposizione $\mathbb{D}$ sia vera.

3) Date le funzioni $f(x) = 2x - 3$ e $g(x) = \dfrac{1}{3^x + 1}$, si determini l'espressione della funzione composta $F(x) = f(g(f(x)))$ e si determini poi l'espressione dell'inversa di $F(x)$.

4) Disegnare un possibile grafico per una funzione che soddisfa alle seguenti due definizioni di limite:

a) $\forall\, \varepsilon\; \exists\, \delta(\varepsilon) : x < \delta(\varepsilon) \Rightarrow f(x) < \varepsilon$;

b) $\forall\, \varepsilon > 0\; \exists\, \delta(\varepsilon) : x > \delta(\varepsilon) \Rightarrow |f(x)| < \varepsilon$;

e presenta un punto di discontinuità di II specie infinita in $x = 1$.

5) Determinare il Campo di esistenza della funzione $f(x) = \dfrac{\sqrt{2^x - 3}}{\log\,(x - 1)^2}$.

Prova Intermedia Anno 2015-Compito $\mathbb{A}$2

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \to 0} \frac{(1 - x)^e - 1}{\operatorname{tg} 3x}\;; \quad \lim_{x \to -\infty} \frac{1 - 3^{-x} + 3^x + \operatorname{sen} x}{2 - 2^x}.$$

2) Date le tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare i casi di verità e di falsità della proposizione $(\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B}) \Leftrightarrow (\mathbb{C}\, o\, non\, \mathbb{A})$, nell'ipotesi che la proposizione $\mathbb{B} \Leftrightarrow \mathbb{C}$ sia vera.

3) Date le funzioni $f(x) = 3x - 2$ e $g(x) = 3^{1-x}$, si determini l'espressione della funzione composta $F(x) = f\left(\dfrac{3}{g(x) - 1} \right)$ e si determini poi l'espressione dell'inversa di $F(x)$.

4) Disegnare un possibile grafico per una funzione che soddisfa alle seguenti due definizioni di limite:

a) $\forall\, \varepsilon\; \exists\, \delta(\varepsilon) : 0 < |x - 1| < \delta(\varepsilon) \Rightarrow f(x) > \varepsilon$;

b) $\forall\, \varepsilon > 0\; \exists\, \delta(\varepsilon) : x > \delta(\varepsilon) \Rightarrow 1 < f(x) < 1 + \varepsilon$;

e presenta un asintoto obliquo sulla sinistra di equazione $y = -\dfrac{1}{2}x$.

5) Determinare il Campo di esistenza della funzione $f(x) = \dfrac{\log(9-3^x)}{\log(9-x^2)}$.

$\boxed{\text{Prova Intermedia Anno 2015-Compito } \mathbb{B}2}$

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\log(1-x^2)}{1-\cos 2x}$; $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[5]{x}+\sqrt[3]{x}+\operatorname{sen} x}{2x-\sqrt[3]{x}}$.
2) Date le tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare i casi di verità e di falsità della proposizione $(\mathbb{A} \Leftrightarrow \mathbb{B}) \Rightarrow (non\, \mathbb{C}\, e\, \mathbb{A})$, nell'ipotesi che la proposizione $\mathbb{A} \Leftrightarrow \mathbb{C}$ sia falsa.
3) Date le funzioni $f(x) = x-3$ e $g(x) = \log_3(x-1)$, si determini l'espressione della funzione composta $F(x) = f\left(\dfrac{2}{g(x)+1}\right)$ e si determini poi l'espressione dell'inversa di $F(x)$.
4) Disegnare un possibile grafico per una funzione che soddisfa alle seguenti due definizioni di limite:
a) $\forall\, \varepsilon > 0\; \exists\, \delta(\varepsilon) : x < \delta(\varepsilon) \Rightarrow 1-\varepsilon < f(x) < 1$;
b) $\forall\, \varepsilon\; \exists\, \delta(\varepsilon) : 0 < |x| < \delta(\varepsilon) \Rightarrow f(x) < \varepsilon$;
e presenta un asintoto obliquo sulla destra di equazione $y = 1-2x$.
5) Determinare il Campo di esistenza della funzione $f(x) = \dfrac{\log(16-x^2)}{\log(9-2^x)}$.

$\boxed{\text{Prova Intermedia Anno 2015-Compito } \mathbb{C}2}$

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3^{-x}-3^x+\operatorname{sen} x}{3x}$; $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{10x-2^{-x}+4^x}{2+\operatorname{sen} x+2^x}$.
2) Date le tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare i casi di verità e di falsità della proposizione $(\mathbb{A}\, e\, non\, \mathbb{B}) \Leftrightarrow (\mathbb{C} \Rightarrow \mathbb{A})$, nell'ipotesi che la proposizione $\mathbb{B} \Leftrightarrow \mathbb{A}$ sia vera.
3) Date le funzioni $f(x) = 3x+3$ e $g(x) = 2^{x-2}$, si determini l'espressione della funzione composta $F(x) = f\left(\dfrac{2}{1-g(x)}\right)$ e si determini poi l'espressione dell'inversa di $F(x)$.
4) Disegnare un possibile grafico per una funzione che soddisfa alle seguenti due definizioni di limite:
a) $\forall\, \varepsilon\; \exists\, \delta(\varepsilon) : 0 < |x+1| < \delta(\varepsilon) \Rightarrow f(x) > \varepsilon$;
b) $\forall\, \varepsilon > 0\; \exists\, \delta(\varepsilon) : x > \delta(\varepsilon) \Rightarrow |f(x)| < \varepsilon$;
e presenta un asintoto obliquo sulla sinistra di equazione $y = x-3$.
5) Determinare il Campo di esistenza della funzione $f(x) = \dfrac{\log(4-2^x)}{\log(5-x^2)}$.

$\boxed{\text{Prova Intermedia Anno 2015-Compito } \mathbb{D}2}$

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 2x-\cos 3x}{3x^2}$; $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2+\sqrt[7]{x}+\operatorname{sen}^2 x}{2-\sqrt[7]{x}}$.
2) Date le tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare i casi di verità e di falsità della proposizione $(\mathbb{A}\, o\, \mathbb{B}) \Leftrightarrow (\mathbb{A} \Rightarrow non\, \mathbb{C})$, nell'ipotesi che la proposizione $\mathbb{B} \Leftrightarrow \mathbb{C}$ sia falsa.

3) Date le funzioni $f(x)=1-2x$ e $g(x)=1+\log_3 x$, si determini l'espressione della funzione composta $F(x)=f\left(\dfrac{-1}{1+g(x)}\right)$ e si determini poi l'espressione dell'inversa di $F(x)$.
4) Disegnare un possibile grafico per una funzione che soddisfa alle seguenti due definizioni di limite:
a) $\forall \varepsilon > 0 \, \exists \, \delta(\varepsilon) : x < \delta(\varepsilon) \Rightarrow 0 < f(x) < \varepsilon$;
b) $\forall \varepsilon \, \exists \, \delta(\varepsilon) : 0 < |x+1| < \delta(\varepsilon) \Rightarrow f(x) > \varepsilon$;
e presenta un asintoto obliquo sulla destra di equazione $y=2x-3$.
5) Determinare il Campo di esistenza della funzione $f(x)=\dfrac{\log(9-x^2)}{\log(10-3^x)}$.

I Appello Sessione Invernale 2016 - Compito $\mathbb{A}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x)=\left(x^2-1\right)\cdot e^{2-x}$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\log(1+x^2)-\sqrt[5]{x^3}+\operatorname{sen} x}{1-\cos x+\sqrt{x}}$; $\lim\limits_{x\to+\infty} x\cdot\log\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.
3) Determinare per quale valore del parametro k risulta $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x^3-3x^2+5x-5}{x^2-x-k}=+\infty$.
4) Dato $n\in\mathbb{N}, n>3$ determinare massimi e minimi per la funzione $f(x)=(x-2)^n\cdot x^3$, esaminando sia il caso n pari che quello n dispari.
5) Analizzare la natura dei punti stazionari della funzione $f(x,y)=e^{x^2+3y-y^3}$.
6) Calcolare $\displaystyle\int_0^1 e^{2-3x}-\frac{1}{(x-2)^3}\,\mathrm{d}x$.
7) Data $f(x,y)=x\,e^{3y-x}+3y$, se ne calcoli il gradiente nel punto $(3,1)$ e si trovino poi tutti i vettori perpendicolari a $\nabla f(3,1)$ e di modulo pari a $\sqrt{37}$.
8) Date $f(x)=\dfrac{2^x+k}{2^x-1}$ e $g(x)=1-x$, determinare il valore del parametro k sapendo che $f(g(0))=5$ e determinare poi l'espressione dell'inversa della funzione $f(g(x))$.
9) Data $f(x)=e^{1-kx}$ determinare il valore del parametro k in modo tale che la retta tangente al grafico della funzione nel punto $x=0$ risulti parallela alla bisettrice del I e del III quadrante e si determini poi l'equazione di tale retta tangente.
10) Siano date le tre proposizioni:
$\mathbb{A}$: Ho il giorno libero;
$\mathbb{B}$: Io studio;
$\mathbb{C}$: Io lavoro.
Costruire le tavole di verità della proposizione:
$\mathbb{P}$: Se non ho il giorno libero allora o studio o lavoro.

I Appello Sessione Invernale 2016 - Compito $\mathbb{B}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x)=\left(4-x^2\right)\cdot e^{1-x}$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^3-\log(1+x^3)-\sqrt[3]{x^4}}{\operatorname{sen}^2 x+x^3}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}(x+1)\cdot\operatorname{sen}\dfrac{1}{x}$.
3) Determinare per quale valore del parametro k risulta $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x^5+3x^2-2x}{x^2-4x-k}=+\infty$.

4) Dato $n \in \mathbb{N}$ determinare massimi e minimi per la funzione $f(x) = x^n \cdot (x+1)^3$, esaminando sia il caso n pari che quello n dispari.
5) Analizzare la natura dei punti stazionari della funzione $f(x,y) = e^{y^3-3y-x^2}$.
6) Calcolare $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{(x+1)^2} + e^{1-2x}\,\mathrm{d}x$.
7) Data $f(x,y) = y\,e^{2y-x} - 3x$, se ne calcoli il gradiente nel punto $(2,1)$ e si trovino poi tutti i vettori perpendicolari a $\nabla f(2,1)$ e di modulo pari a 5.
8) Date $f(x) = \dfrac{3^x+2}{3^x-k}$ e $g(x) = x+2$, determinare il valore del parametro k sapendo che $f(g(-1)) = 5$ e determinare poi l'espressione dell'inversa della funzione $f(g(x))$.
9) Data $f(x) = e^{kx+2}$ determinare il valore del parametro k in modo tale che la retta tangente al grafico della funzione nel punto $x=0$ risulti parallela alla bisettrice del I e del III quadrante e si determini poi l'equazione di tale retta tangente.
10) Siano date le tre proposizioni:
$\mathbb{A}$: Ho il giorno libero;
$\mathbb{B}$: Io studio;
$\mathbb{C}$: Io lavoro.
Costruire le tavole di verità della proposizione:
$\mathbb{P}$: Se oggi studio allora ho il giorno libero e non lavoro.

I Appello Sessione Invernale 2016 - Compito $\mathbb{C}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = \left(x^2-4\right) \cdot e^{x-1}$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[3]{x^4} - \log(1+x) + x^2}{\operatorname{sen}^2 x + x}$; $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} x \cdot \left(2^{\frac{1}{x}} - 1\right)$.
3) Determinare per quale valore del parametro k risulta $\displaystyle\lim_{x\to 2^-} \frac{x^2+3x-5}{x^2-3x-k} = -\infty$.
4) Dato $n \in \mathbb{N}$ determinare massimi e minimi per la funzione $f(x) = x^3 \cdot (x-1)^n$, esaminando sia il caso n pari che quello n dispari.
5) Analizzare la natura dei punti stazionari della funzione $f(x,y) = e^{x^3-3x+y^2}$.
6) Calcolare $\displaystyle\int_0^1 e^{3x-1} - \frac{1}{(x+2)^3}\,\mathrm{d}x$.
7) Data $f(x,y) = 2y + x\,e^{y-2x}$, se ne calcoli il gradiente nel punto $(1,2)$ e si trovino poi tutti i vettori perpendicolari a $\nabla f(1,2)$ e di modulo pari a $\sqrt{20}$.
8) Date $f(x) = \dfrac{2^x-k}{2^x+4}$ e $g(x) = 2-x$, determinare il valore del parametro k sapendo che $f(g(1)) = -1$ e determinare poi l'espressione dell'inversa della funzione $f(g(x))$.
9) Data $f(x) = e^{kx-1}$ determinare il valore del parametro k in modo tale che la retta tangente al grafico della funzione nel punto $x=0$ risulti parallela alla bisettrice del I e del III quadrante e si determini poi l'equazione di tale retta tangente.
10) Siano date le tre proposizioni:
$\mathbb{A}$: Ho il giorno libero;
$\mathbb{B}$: Io studio;
$\mathbb{C}$: Io lavoro.
Costruire le tavole di verità della proposizione:
$\mathbb{P}$: Se studio e non lavoro allora ho il giorno libero.

I Appello Sessione Invernale 2016 - Compito $\mathbb{D}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = \left(1 - x^2\right) \cdot e^{x-2}$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{3^x - 1 + \sqrt[3]{x} - x^2}{\operatorname{sen} x + x^3}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 \cdot \left(1 - \cos \dfrac{1}{x}\right)$.
3) Determinare per quale valore del parametro k risulta $\lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{x^3 - 3x + 3}{x^2 - 5x - k} = -\infty$.
4) Dato $n \in \mathbb{N}$ determinare massimi e minimi per la funzione $f(x) = x^n \cdot (x+2)^3$, esaminando sia il caso n pari che quello n dispari.
5) Analizzare la natura dei punti stazionari della funzione $f(x, y) = e^{3x - x^3 - y^2}$.
6) Calcolare $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{(x-3)^2} + e^{2x-3}\, \mathrm{d}x$.
7) Data $f(x, y) = 3x + y\, e^{y - 3x}$, se ne calcoli il gradiente nel punto $(1, 3)$ e si trovino poi tutti i vettori perpendicolari a $\nabla f(1, 3)$ e di modulo pari a $\sqrt{13}$.
8) Date $f(x) = \dfrac{3^x - 1}{3^x + k}$ e $g(x) = x - 1$, determinare il valore del parametro k sapendo che $f(g(2)) = 2$ e determinare poi l'espressione dell'inversa della funzione $f(g(x))$.
9) Data $f(x) = e^{2 - kx}$ determinare il valore del parametro k in modo tale che la retta tangente al grafico della funzione nel punto $x = 0$ risulti parallela alla bisettrice del I e del III quadrante e si determini poi l'equazione di tale retta tangente.
10) Siano date le tre proposizioni:
$\mathbb{A}$: Ho il giorno libero;
$\mathbb{B}$: Io studio;
$\mathbb{C}$: Io lavoro.
Costruire le tavole di verità della proposizione:
$\mathbb{P}$: Se lavoro allora non ho il giorno libero e non studio.

II Appello Sessione Invernale 2016 - Compito $\mathbb{A}$

1) Dopo aver determinato l'andamento del grafico della funzione $f(x) = (x-1) \cdot e^{2-x}$ si determini quello della funzione $g(x) = |x - 1| \cdot e^{2-x}$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x \to +\infty} \left(1 - \dfrac{1}{3x - 1}\right)^{2x+1}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\sqrt[3]{x^4} - x^2 + e^{1-x}}{x^2 + \operatorname{sen} x}$.
3) La funzione $f(x) = \log(3x - 2)$ ha un differenziale $\mathrm{d}f(x_0) = \dfrac{3}{8}$ per un incremento $\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2}$. Determinare il punto x_0.
4) Determinare il valore del parametro k per il quale $\displaystyle\int_0^k e^{3x+4}\, \mathrm{d}x = 2$.
5) Date la funzione $f(x)$ e la sua funzione derivata $f'(x)$, definite, derivabili e diverse da 0 $\forall\, x \in \mathbb{R}$, determinare l'espressione della funzione derivata della funzione $F(x) = \dfrac{x \cdot f(x)}{f'(x)}$.
6) Data la funzione $f(x) = x^3 \cdot \log^3 x$, determinare i punti nei quali la retta tangente al grafico della funzione risulta orizzontale, stabilendo poi la natura di tali punti.

7) Data $f(x,y) = x^2 - ax + y^2 - by - xy$, si determinino i valori di a e b per i quali la funzione ha in $(1,\,-1)$ un punto stazionario e si determini poi la natura di tale punto.

8) Determinare per quale valore di k risulta $\left\|\begin{matrix}1 & -1\end{matrix}\right\| \cdot \left\|\begin{matrix}1 & k \\ -k & 1\end{matrix}\right\| \cdot \left\|\begin{matrix}1 \\ 1\end{matrix}\right\| = 4$.

9) Data $f(x,y,z) = x^y - y^{3z} + \log(x+2y)$, calcolare $\nabla f(1,1,1)$.

10) Siano date le due proposizioni:

$\mathbb{A}$: La funzione $f(x) = (2x-3)^4$ risulta crescente $\forall\, x \in \mathbb{R}$;

$\mathbb{B}$: La funzione $g(x) = e^{1-2x}$ risulta convessa $\forall\, x \in \mathbb{R}$.

Dopo aver determinato verità o falsità di $\mathbb{A}$ e di $\mathbb{B}$, costruire le tavole di verità della proposizione $\mathbb{P} : \mathbb{A} \Rightarrow non\,\mathbb{B}$.

II Appello Sessione Invernale 2016 - Compito $\mathbb{B}$

1) Dopo aver determinato l'andamento del grafico della funzione $f(x) = (2-x)\cdot e^{x-1}$ si determini quello della funzione $g(x) = |2-x|\cdot e^{x-1}$.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{1}{1-2x}\right)^{3x+2} \quad ; \quad \lim_{x\to+\infty}\frac{x^2-\sqrt[3]{x^{10}}+\log x}{3^{-x}-3x}.$$

3) La funzione $f(x) = \log(2x+3)$ ha un differenziale $\mathrm{d}f(x_0) = \dfrac{2}{15}$ per un incremento $\mathrm{d}x = \dfrac{1}{3}$. Determinare il punto x_0.

4) Determinare il valore del parametro k per il quale $\displaystyle\int_0^k e^{2x+5}\,\mathrm{d}x = 1$.

5) Date la funzione $f(x)$ e la sua funzione derivata $f'(x)$, definite, derivabili e diverse da 0 $\forall\, x \in \mathbb{R}$, determinare l'espressione della funzione derivata della funzione $F(x) = \dfrac{f'(x)}{x\cdot f(x)}$.

6) Data la funzione $f(x) = x^2 \cdot \log^5 x$, determinare i punti nei quali la retta tangente al grafico della funzione risulta orizzontale, stabilendo poi la natura di tali punti.

7) Data $f(x,y) = ax - x^2 + by - y^2 - xy$, si determinino i valori di a e b per i quali la funzione ha in $(1,1)$ un punto stazionario e si determini poi la natura di tale punto.

8) Determinare per quale valore di k risulta $\left\|\begin{matrix}-1 & 1\end{matrix}\right\| \cdot \left\|\begin{matrix}k & 1 \\ 1 & -k\end{matrix}\right\| \cdot \left\|\begin{matrix}1 \\ 1\end{matrix}\right\| = 6$.

9) Data $f(x,y,z) = x^z - z^{3y} + \log(z+3y)$, calcolare $\nabla f(1,1,1)$.

10) Siano date le due proposizioni:

$\mathbb{A}$: La funzione $f(x) = e^{2x-3}$ risulta crescente solo per $x \geq 0$;

$\mathbb{B}$: La funzione $g(x) = (x+1)^3$ risulta convessa solo per $x \geq -1$.

Dopo aver determinato verità o falsità di $\mathbb{A}$ e di $\mathbb{B}$, costruire le tavole di verità della proposizione $\mathbb{P} : non\,\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B}$.

II Appello Sessione Invernale 2016 - Compito $\mathbb{C}$

1) Dopo aver determinato l'andamento del grafico della funzione $f(x) = (x-1)\cdot e^{x-2}$ si determini quello della funzione $g(x) = |x-1|\cdot e^{x-2}$.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x\to+\infty}\left(1-\frac{1}{2x+1}\right)^{3x-1} \quad ; \quad \lim_{x\to+\infty}\frac{x^5+3^{-x}-\sqrt{x^5}}{\log x - x^6}.$$

3) La funzione $f(x) = \log(3x+2)$ ha un differenziale $\mathrm{d}f(x_0) = \dfrac{3}{4}$ per un incremento $\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2}$. Determinare il punto x_0.

4) Determinare il valore del parametro k per il quale $\displaystyle\int_0^k e^{3x+2}\,\mathrm{d}x = 2$.

5) Date la funzione $f(x)$ e la sua funzione derivata $f'(x)$, definite, derivabili e diverse da 0 $\forall\, x \in \mathbb{R}$, determinare l'espressione della funzione derivata della funzione $F(x) = \dfrac{x \cdot f'(x)}{f(x)}$.

6) Data la funzione $f(x) = x^4 \cdot \log^2 x$, determinare i punti nei quali la retta tangente al grafico della funzione risulta orizzontale, stabilendo poi la natura di tali punti.

7) Data $f(x,y) = x^2 - ax + y^2 - by + xy$, si determinino i valori di a e b per i quali la funzione ha in $(-1,1)$ un punto stazionario e si determini poi la natura di tale punto.

8) Determinare per quale valore di k risulta $\left\| 1 \quad 1 \right\| \cdot \left\| \begin{matrix} 1 & -k \\ k & 1 \end{matrix} \right\| \cdot \left\| \begin{matrix} 1 \\ -1 \end{matrix} \right\| = 4$.

9) Data $f(x,y,z) = x^{2z} - z^{3y} + \log(2x+3z)$, calcolare $\nabla f(1,1,1)$.

10) Siano date le due proposizioni:

$\mathbb{A}$: La funzione $f(x) = (3x-3)^4$ risulta crescente solo per $x \geq 1$;

$\mathbb{B}$: La funzione $g(x) = e^{2x-3}$ risulta convessa solo per $x \geq \dfrac{3}{2}$.

Dopo aver determinato verità o falsità di $\mathbb{A}$ e di $\mathbb{B}$, costruire le tavole di verità della proposizione $\mathbb{P} : \mathbb{B} \Rightarrow non\, \mathbb{A}$.

II Appello Sessione Invernale 2016 - Compito $\mathbb{D}$

1) Dopo aver determinato l'andamento del grafico della funzione $f(x) = (2-x) \cdot e^{1-x}$ si determini quello della funzione $g(x) = |2-x| \cdot e^{1-x}$.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x\to+\infty} \left(1 + \frac{1}{2-3x}\right)^{2x+1} \quad ; \quad \lim_{x\to+\infty} \frac{\operatorname{sen} x + \sqrt[3]{x} + x}{3^{1-x} - 5x}.$$

3) La funzione $f(x) = \log(2x-3)$ ha un differenziale $\mathrm{d}f(x_0) = \dfrac{2}{9}$ per un incremento $\mathrm{d}x = \dfrac{1}{3}$. Determinare il punto x_0.

4) Determinare il valore del parametro k per il quale $\displaystyle\int_0^k e^{2x+3}\,\mathrm{d}x = 3$.

5) Date la funzione $f(x)$ e la sua funzione derivata $f'(x)$, definite, derivabili e diverse da 0 $\forall\, x \in \mathbb{R}$, determinare l'espressione della funzione derivata della funzione $F(x) = \dfrac{f(x)}{x \cdot f'(x)}$.

6) Data la funzione $f(x) = x^3 \cdot \log^2 x$, determinare i punti nei quali la retta tangente al grafico della funzione risulta orizzontale, stabilendo poi la natura di tali punti.

7) Data $f(x,y) = ax - x^2 + by - y^2 + xy$, si determinino i valori di a e b per i quali la funzione ha in $(0,-1)$ un punto stazionario e si determini poi la natura di tale punto.

8) Determinare per quale valore di k risulta $\left\| 1 \quad 1 \right\| \cdot \left\| \begin{matrix} k & 1 \\ 1 & -k \end{matrix} \right\| \cdot \left\| \begin{matrix} -1 \\ 1 \end{matrix} \right\| = 2$.

9) Data $f(x,y,z) = y^{2z} - z^{3x} + \log(2y+z)$, calcolare $\nabla f(1,1,1)$.

10) Siano date le due proposizioni:
$\mathbb{A}$: La funzione $f(x) = e^{2x-3}$ risulta crescente $\forall\, x \in \mathbb{R}$;
$\mathbb{B}$: La funzione $g(x) = (x-1)^3$ risulta convessa $\forall\, x \in \mathbb{R}$.
Dopo aver determinato verità o falsità di $\mathbb{A}$ e di $\mathbb{B}$, costruire le tavole di verità della proposizione $\mathbb{P} : non\, \mathbb{B} \Rightarrow \mathbb{A}$.

Appello Sessione Straordinaria I 2016

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = \log\left(2x - x^2\right)$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1+\operatorname{sen} x} - 1}{e^x - 1}$; $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt[3]{x^2} - \operatorname{sen} x + x^2}{x - 3\sqrt[3]{x^2}}$.
3) Data la funzione $f(x) = \dfrac{1}{(e)^{\frac{1}{x}} - 1}$, determinare il suo Campo di esistenza e la specie dei suoi punti di discontinuità.
4) Date le funzioni $f(x) = x^2 - 3x + 1$ e $g(x) = kx - x^2$, determinare il valore del parametro k per il quale, nel punto $x = 1$, le rette tangenti al grafico delle due funzioni risultano parallele e determinare le loro equazioni.
5) Siano date le tre proposizioni:
$\mathbb{A}$: La funzione $f(x) = \log(2-3x)$ ha per Campo di esistenza l'insieme $\left\{x : x > \dfrac{2}{3}\right\}$;
$\mathbb{B}$: La funzione $g(x) = e^{x^2-2x}$ risulta crescente $\forall\, x \in \mathbb{R}$;
$\mathbb{C}$: Una generica proposizione che può essere sia vera che falsa.
Dopo aver determinato verità o falsità di $\mathbb{A}$ e di $\mathbb{B}$, costruire le tavole di verità della proposizione $\mathbb{P} : (\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B})\, e\, (non\, \mathbb{B} \Rightarrow \mathbb{C})$.
6) Date le matrici $\mathbb{A} = \left\|\begin{matrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{matrix}\right\|$, $\mathbb{B} = \left\|\begin{matrix} 1 & k \\ k & -1 \end{matrix}\right\|$ ed il vettore $\mathbb{X} = \left\|\begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix}\right\|$, si verifichi che il risultato del prodotto $\mathbb{A} \cdot \mathbb{B} \cdot \mathbb{X}$ non dipende dal valore di k.
7) Determinare il valore del parametro k per il quale $\displaystyle\int_0^1 e^{2x} + e^{k-x}\, \mathrm{d}x = \frac{e^2}{2}$.
8) Data $f(x,y) = x^2y - xy^2 + 2xy$, si determini la natura dei suoi punti stazionari.
9) Disegnare un possibile grafico per una funzione che soddisfa alle seguenti due definizioni di limite:
a) $\forall\, \varepsilon > 0\; \exists\, \delta(\varepsilon) : x < \delta(\varepsilon) \Rightarrow 1 < f(x) < 1 + \varepsilon$;
b) $\forall\, \varepsilon\; \exists\, \delta(\varepsilon) : 0 < x < \delta(\varepsilon) \Rightarrow f(x) < \varepsilon$;
ed ha un asintoto obliquo sulla destra di equazione $y = 2x - 4$.
10) Date le funzioni $f(x) = \dfrac{x-1}{x+2}$ e $g(x) = \dfrac{1}{x}$ si verifichi che:
a) detta $K(x) = f(g(f(x)))$, risulta $K(x) = g(x)$;
b) detta $H(x) = g(f(g(x)))$, risulta $H^{-1}(x) = f(x)$. ($H^{-1}(x)$ è la funzione inversa)

I Appello Sessione Estiva 2016

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = \log(e^x + 1) - \log(e^x - 1)$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1+x} - \sqrt[3]{1+x}}{x}$; $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(\dfrac{1+x}{3+2x}\right)^{\frac{1-x^2}{x}}$.

3) Data la funzione $f(x)=\log\left(x-x^3\right)$, si determini il suo Campo di esistenza ed il valore del limite nei punti di frontiera di questo.
4) Determinare il valore del parametro k per il quale $\displaystyle\int_0^1 e^{2x-k}-3x\,\mathrm{d}x=\frac{1}{2}$.
5) Siano date due proposizioni $\mathbb{A}$ e $\mathbb{B}$. Sapendo che la proposizione $\mathbb{A}\Rightarrow(\mathbb{B}\Rightarrow non\,\mathbb{A})$ è falsa, si determini verità o falsità della proposizione $(\mathbb{A}\,e\,\mathbb{B})\Leftrightarrow(\mathbb{A}\Rightarrow non\,\mathbb{B})$.
6) Dati i due vettori $\mathbb{X}=(1,1,1)$ e $\mathbb{Y}=(1,0,k)$, si determini se esistono valori del parametro k per i quali l'angolo compreso tra i due vettori è pari a 45°.
7) Data $f(x,y)=ye^y+3x^2-2x^3$, si determini la natura dei suoi punti stazionari.
8) Data la funzione $f(x)=\dfrac{e^{2x}+1}{e^x}$, si determini il punto x_0 nel quale la derivata della funzione coincide con quella della funzione $g(x)=2x-1$.
9) Data $f(x,y,z)=e^{2x-y}-\log\left(x^2+y^2+1\right)-3z$, calcolare $\nabla f(0,0,0)$.
10) Determinare tutti i valori (x,y) per i quali il prodotto $\left\| x \quad y \right\|\cdot\left\|\begin{matrix}1 & -1\\ -1 & 1\end{matrix}\right\|\cdot\left\|\begin{matrix}x\\ y\end{matrix}\right\|$ risulta minimo.

II Appello Sessione Estiva 2016

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x)=e^{1+x-x^2}$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{e^{2x}-\cos x}{x}$; $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{x^2-\operatorname{sen}^3 x+x}{x-\sqrt[3]{x^4}}$.
3) Data la funzione $f(x)=\log\left(e^{2x}+e^x\right)$, si determini il suo Campo di esistenza, dove risulta invertibile nonchè dominio, codominio ed espressione della sua funzione inversa.
4) Date le funzioni $f(x)=e^x$ e $g(x)=x^2$, si determini il punto x_0 nel quale si annulla la derivata della funzione $h(x)=\dfrac{f(g(x))}{g(f(x))}$.
5) Data $f(x,y)=x^2\,y-xy+x\,y^2$, si determini la natura dei suoi quattro punti stazionari.
6) Data la matrice $\mathbb{A}=\left\|\begin{matrix}1 & 0 & 1\\ 0 & -1 & 1\\ 1 & -1 & 0\end{matrix}\right\|$ ed il vettore $\mathbb{X}=\left\|\begin{matrix}1\\ k\\ -1\end{matrix}\right\|$, si determinino i valori del parametro k per i quali il vettore $\mathbb{Y}=\mathbb{A}\cdot\mathbb{X}$ ha modulo uguale a $\sqrt{10}$.
7) Determinare il segno del valore dell'integrale $\displaystyle\int_0^1 e^{2x-1}-e^{1-x}\,\mathrm{d}x$.
8) Dati tre generici insiemi $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$ si determini se, sotto opportune condizioni, $\mathbb{A}\cap\mathbb{C}$ può essere un sottoinsieme di $(\mathbb{A}\cup\mathbb{C})\setminus\mathbb{B}$.
9) Data la funzione $f(x)=\dfrac{x^3}{x^2-1}$, se ne determinino gli asintoti al grafico.
10) Data $f(x)=e^{2x}-xe^x$, determinare il suo polinomio di MacLaurin di terzo grado.

I Appello Sessione Autunnale 2016

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x)=x\,e^{x^2}$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{1-\cos x-x^2}{\operatorname{sen}^2 x}$; $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{x^2-x^3+2\operatorname{sen} x-\operatorname{sen}^2 x}{3x}$.

3) Determinare il valore del parametro k per il quale $\lim_{x \to 0} \dfrac{3^x - 2^x}{kx} = 1$.
4) Date le due funzioni $f(x) = e^{3x-1}$ e $g(x) = 2e^{1-x}$, si determini il punto x_0 nel quale risulta $f'(x_0) = g''(x_0)$.
5) Determinare il valore del parametro k per il quale risulta $\int_0^1 e^x - x \, \mathrm{d}x = \int_0^k e^{x+1} \, \mathrm{d}x$.
6) Determinare il valore del parametro k per il quale i vettori $(1, 1)$ e $(1, k)$ formano un angolo di 45°.
7) Data $f(x, y, z) = e^{x-y} + e^{y-z} - x + z$, determinare i punti P in cui $\nabla f(P) = (0, 0, 0)$.
8) Data la proposizione $(\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B}) * (\mathbb{A} \, e \, non \mathbb{B})$, determinare almeno un connettivo logico $*$ in modo tale che la proposizione risulti sempre falsa.
9) Data la funzione $f(x) = \operatorname{sen} x - 2 \operatorname{sen} 2x + \operatorname{sen} 3x$, se determini l'espressione del suo polinomio di MacLaurin di terzo grado.
10) Data $f(x, y) = x^2 + ky^2 - 2xy$ analizzare, al variare del parametro k, la natura dei suoi punti stazionari.

II Appello Sessione Autunnale 2016

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = x^2 \cdot e^x$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x \to 0} \dfrac{\cos 2x - \cos 3x}{x^2}$; $\lim_{x \to +\infty} \left(\dfrac{1 + 3x + x^2}{3x^2} \right)^{1-x}$.
3) Determinare il valore del parametro k per il quale $\lim_{x \to +\infty} \left(1 + \dfrac{k}{x} \right)^{x-1} = 5$.
4) Date le tre funzioni $f(x) = e^{2x}$, $g(x) = 3x - 1$ e $h(x)$, sapendo che $f(g(h(x))) = x^3$, si determini l'espressione della funzione $h(x)$.
5) Calcolare $\int_1^e \dfrac{x^2 - 2x + 1}{x} \, \mathrm{d}x$.
6) Determinare per quale valore di k risulta $\left\| \begin{matrix} 1 & k \\ k & 1 \end{matrix} \right\| \cdot \left\| \begin{matrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{matrix} \right\| \cdot \left\| \begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix} \right\| = \left\| \begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix} \right\|$.
7) Per quale valore del parametro k la funzione $f(x) = e^{k-3x}$ ha nel punto $x_0 = -1$ la retta tangente al suo grafico parallela alla bisettrice del II e IV quadrante ?
8) Approssimare la funzione $f(x) = e^{x-1}$ con un opportuno polinomio di III grado in un intorno del punto $x_0 = 1$.
9) Data $f(x, y) = xy - x^2 + xy^2$, analizzare la natura dei suoi punti stazionari.
10) Verificare se la proposizione $P_1 : (\mathbb{A} \Rightarrow non \, \mathbb{B})$ e la proposizione $P_2 : non \, (\mathbb{A} \, e \, \mathbb{B})$ sono o no proposizioni logicamente equivalenti.

Appello Sessione Straordinaria II 2016

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = \dfrac{1}{e^x + 1}$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x \to 0} \dfrac{\operatorname{sen} 5x - \operatorname{sen} 3x}{x}$; $\lim_{x \to +\infty} \dfrac{3x^2 - x^3 + 2 \log x}{x^3 + 3x^2 - x + 10}$.
3) Determinare il valore del parametro k per il quale $\lim_{x \to +\infty} \dfrac{1 - 3x + 5x^2}{2 + x + kx^2} = -1$.

4) Date le due funzioni $f(x) = \log x$ e $g(x) = 2x + 3$, si calcoli la funzione derivata della funzione $F(x) = f(g(x)) - g(f(x))$.

5) Determinare il valore $k \neq 0$ per il quale $\displaystyle\int_0^k 3e^x - 2e^{2x}\,\mathrm{d}x = 0$.

6) Determinare i valori della variabile x per i quali il vettore $\mathbb{X} = \left\| \begin{matrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{matrix} \right\| \cdot \left\| \begin{matrix} 1 \\ -1 \\ x \end{matrix} \right\|$ ha modulo pari a $\sqrt{6}$.

7) Determinare il punto x_0 nel quale risultano parallele le rette tangenti ai grafici delle due funzioni $f(x) = 15x^2 - 36x + 10$ e $g(x) = 2x^3 + 9x^2 - 30x + 12$.

8) Analizzare la natura dei punti stazionari della funzione $f(x, y) = x^2 - xy^2 + y^2$.

9) Determinare dominio, codominio ed espressione dell'inversa di $f(x) = \log_3\left(1 - 2^{x-1}\right)$.

10) Determinare verità o falsità della proposizione $P_1 : (\mathbb{A} \Leftrightarrow non\,\mathbb{C})$ supponendo che la proposizione $P_2 : (\mathbb{A}\, o\, \mathbb{B}) \Rightarrow \mathbb{C}$ sia falsa.