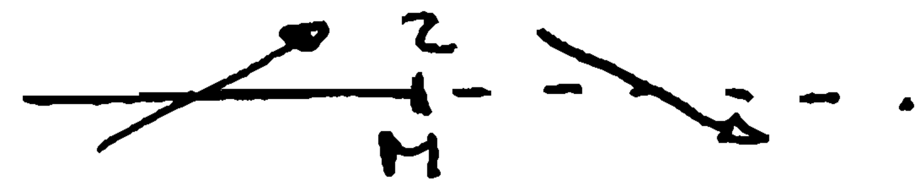
Compito di Matematica Generale del 23/12/2016 Compito A $\boxed{MGA1}$

1) $f(x)=(x-1)\cdot e^{2-x}$. C.E.: $\mathbb{R}$. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0^+$. $f(x)\geq 0$ per $x\geq 1$.

$f'(x)=e^{2-x}-(x-1)e^{2-x}=e^{2-x}\cdot(2-x)\geq 0$ per $x\leq 2$: 

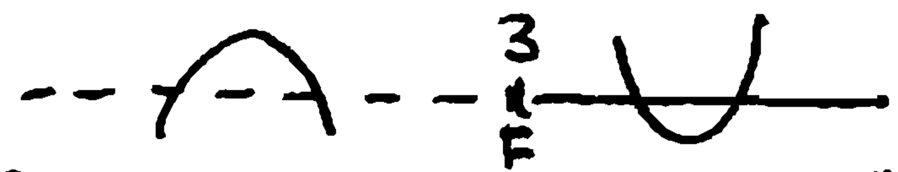
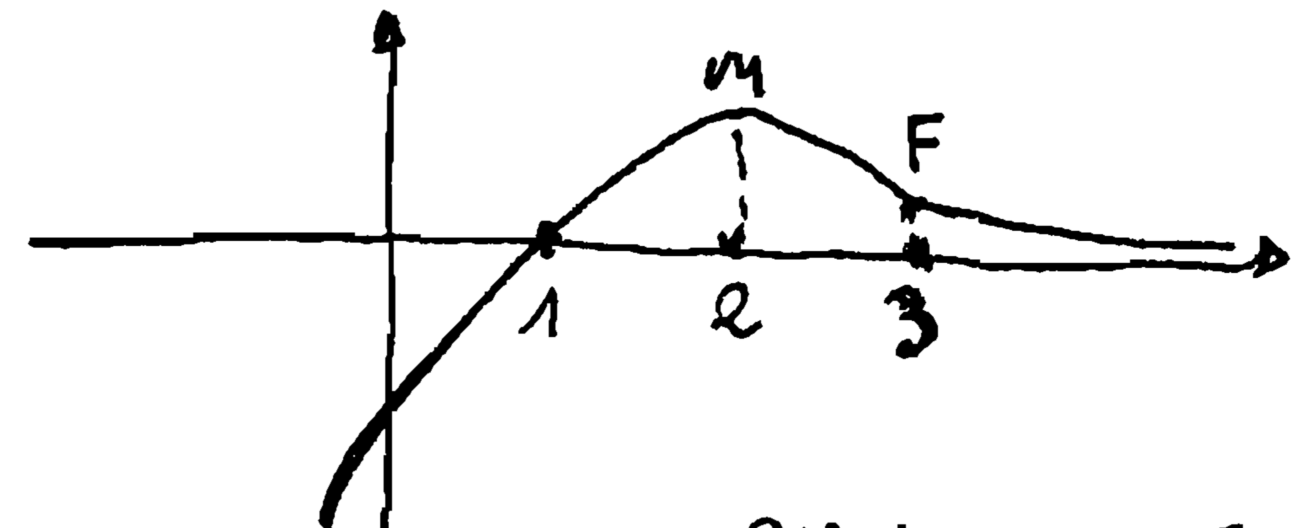
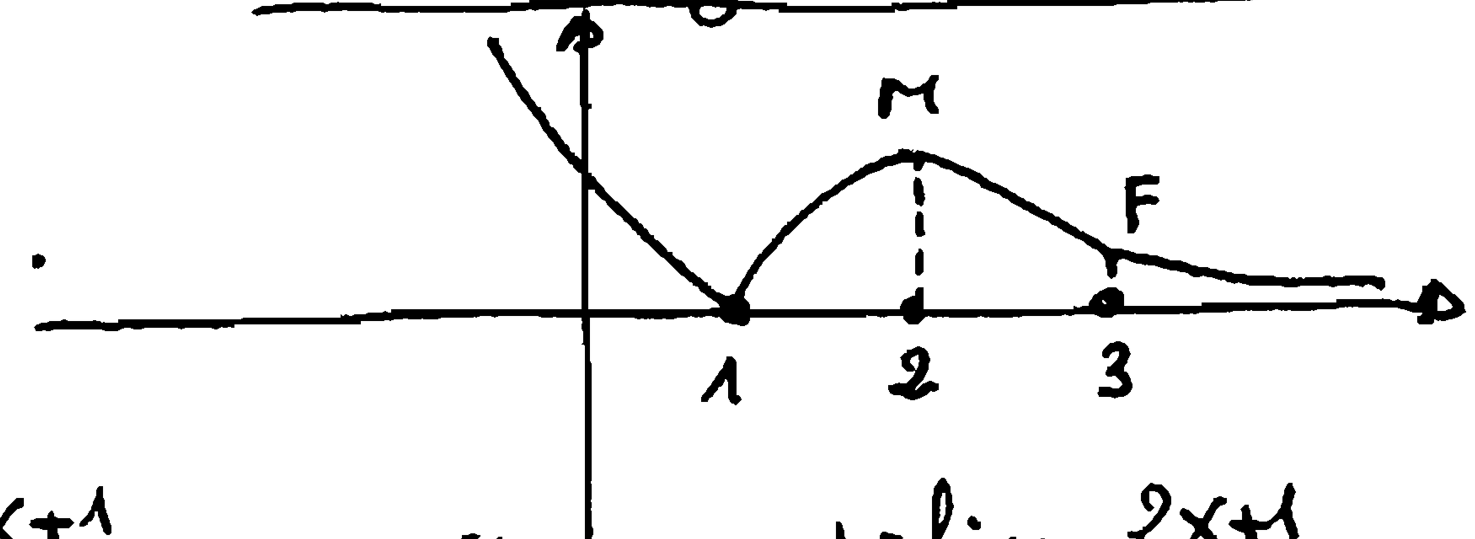
$f''(x)=-e^{2-x}(2-x)-e^{2-x}=e^{2-x}\cdot(x-3)\geq 0$ per $x\geq 3$: 

Grafico di $f(x)=(x-1)e^{2-x}$



$g(x)=\begin{cases} f(x): x\geq 1 \\ -f(x): x<1. \end{cases}$

Grafico di $g(x)=|x-1|\cdot e^{2-x}$



2) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1-\frac{1}{3x-1}\right)^{2x+1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\left(1+\frac{(-1)}{3x-1}\right)^{3x-1}\right]^{\frac{2x+1}{3x-1}}=\lim\limits_{t\to+\infty}\left[\left(1+\frac{(-1)}{t}\right)^{t}\right]^{\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x+1}{3x-1}}=\left(e^{-1}\right)^{\frac{2}{3}}=\frac{1}{\sqrt[3]{e^2}}$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\sqrt[3]{x^4}-x^2+e^{1-x}}{x^2+\operatorname{sen}x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-x^2}{x^2}=-1.$ $\left(e^{1-x}\to 0;\ x^{\frac{4}{3}}=o(x^2);\ \operatorname{sen}x=o(x^2)\right)$.

3) $f(x)=\log(3x-2)$. C.E.: $x>\frac{2}{3}$. $df(x_0)=f'(x_0)\cdot dx \Rightarrow \frac{3}{8}=\frac{3}{3x_0-2}\cdot\frac{1}{2}\Rightarrow 3x_0-2=\frac{3}{2}\cdot\frac{8}{3}\Rightarrow$

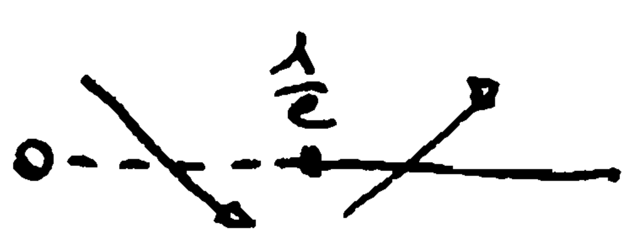
$\Rightarrow 3x_0=4+2\Rightarrow x_0=2$.

4) $\int_0^k e^{3x+4}dx=\left(\frac{1}{3}e^{3x+4}\right|_0^k=\frac{1}{3}\cdot\left(e^{3k+4}-e^4\right)=2\Rightarrow e^{3k+4}=6+e^4\Rightarrow 3k+4=\log(6+e^4)\Rightarrow$

$\Rightarrow k=\frac{1}{3}\left(\log(6+e^4)-4\right)$.

5) $F(x)=\frac{x\cdot f(x)}{f'(x)}$. $\mathcal{D}(F(x))=\frac{(1\cdot f(x)+x\cdot f'(x))\cdot f'(x)-(x\cdot f(x))\cdot f''(x)}{[f'(x)]^2}$.

6) $f(x)=x^3\cdot\log^3 x$. C.E.: $x>0$. $f'(x)=3x^2\cdot\log^3 x+3x^3\cdot\log^2 x\cdot\frac{1}{x}=3x^2\cdot\log^2 x\cdot(\log x+1)\geq 0\Rightarrow$

$\Rightarrow \log x\geq -1\Rightarrow x\geq\frac{1}{e}$. 

$f'(x)=0$ per $x=\frac{1}{e}$ e per $\log^2 x=0\Rightarrow x=1$.

In $x=\frac{1}{e}$ c'è un punto di minimo mentre $x=1$ è un punto di flesso dato che nel suo intorno $f'(x)$ non cambia di segno.

7) $f(x;y)=x^2-ax+y^2-by-xy$.

$\begin{cases} f'_x=2x-a-y=0 \\ f'_y=2y-b-x=0 \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} y=2x-a \\ 4x-2a-b-x=0 \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} x=\frac{2a+b}{3} \\ y=\frac{4a+2b}{3}-a=\frac{a+2b}{3} \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} \frac{2a+b}{3}=1 \\ \frac{a+2b}{3}=-1 \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} 2a+b=3 \\ a+2b=-3 \end{cases}\Rightarrow$

MGA2

$$\Rightarrow \begin{cases} b = 3-2a \\ a+6-4a = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a = 9 \\ b = 3-2a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -3 \end{cases}. \quad H(x;y) = H(1;-1) = \begin{Vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{Vmatrix} \Rightarrow \begin{cases} |H_1| = 2 > 0 \\ |H_2| = 4-1 > 0 \end{cases} : \text{P. di Minimo.}$$

8) $$\begin{Vmatrix} 1 & -1 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} 1 & K \\ -K & 1 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} 1 \\ 1 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 & -1 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} 1+K \\ -K+1 \end{Vmatrix} = 1\cdot(1+K) + (-1)(-K+1) = 1+K+K-1 = 2K = 4 \Rightarrow K = 2.$$

9) $f(x;y;z) = x^y - y^{3z} + \log(x+2y)$.

$f'_x = y \cdot x^{y-1} - 0 + \frac{1}{x+2y}$; $f'_x(1;1;1) = 1\cdot 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$.

$f'_y = x^y \cdot \log x - 3z\, y^{3z-1} + 2\cdot\frac{1}{x+2y}$; $f'_y(1;1;1) = 1\cdot 0 - 3\cdot 1 + \frac{2}{3} = -\frac{7}{3}$.

$f'_z = 0 - y^{3z}\cdot \log y \cdot 3 + 0$; $f'_z(1;1;1) = -1\cdot 0\cdot 3 = 0$.

$\nabla f(1;1;1) = \left(\frac{4}{3}; -\frac{7}{3}; 0\right)$.

10) A : $f(x) = (2x-3)^4 \Rightarrow f'(x) = 4\cdot(2x-3)^3\cdot 2 \geq 0$ per $2x-3 \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{3}{2}$.

Quindi la funzione è crescente per $x \geq \frac{3}{2}$ $\Rightarrow$ la proposizione A è FALSA.

B: $g(x) = e^{1-2x} \Rightarrow g'(x) = -2\cdot e^{1-2x} \Rightarrow g''(x) = (-2)\cdot(-2)\cdot e^{1-2x} \geq 0 \ \forall x \in \mathbb{R}$.

Quindi la funzione è convessa $\forall x \in \mathbb{R}$ $\Rightarrow$ la proposizione B è VERA.

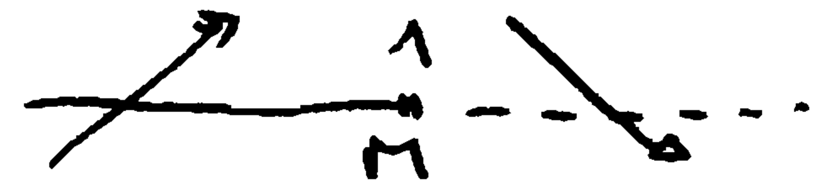
A	B	non B	A $\Rightarrow$ non B
0	1	0	1

: la proposizione A $\Rightarrow$ non B è VERA.

Compito di Matematica Generale del 23/2/2016 Compito B $\boxed{MGB1}$

1) $f(x)=(2-x)\cdot e^{x-1}$. C.E.: $\mathbb{R}$. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0^+$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$. $f(x)\geq 0$ per $x\leq 2$.

$f'(x)=(-1)e^{x-1}+(2-x)e^{x-1}=e^{x-1}\cdot(1-x)\geq 0$ per $x\leq 1$:



$f''(x)=e^{x-1}\cdot(1-x)+(-1)\cdot e^{x-1}=-x\cdot e^{x-1}\geq 0$ per $x\leq 0$:

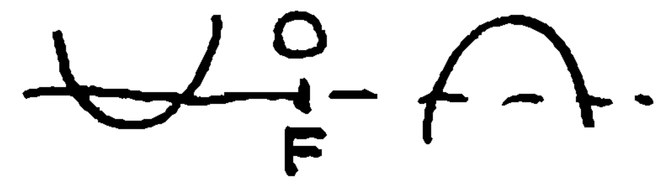
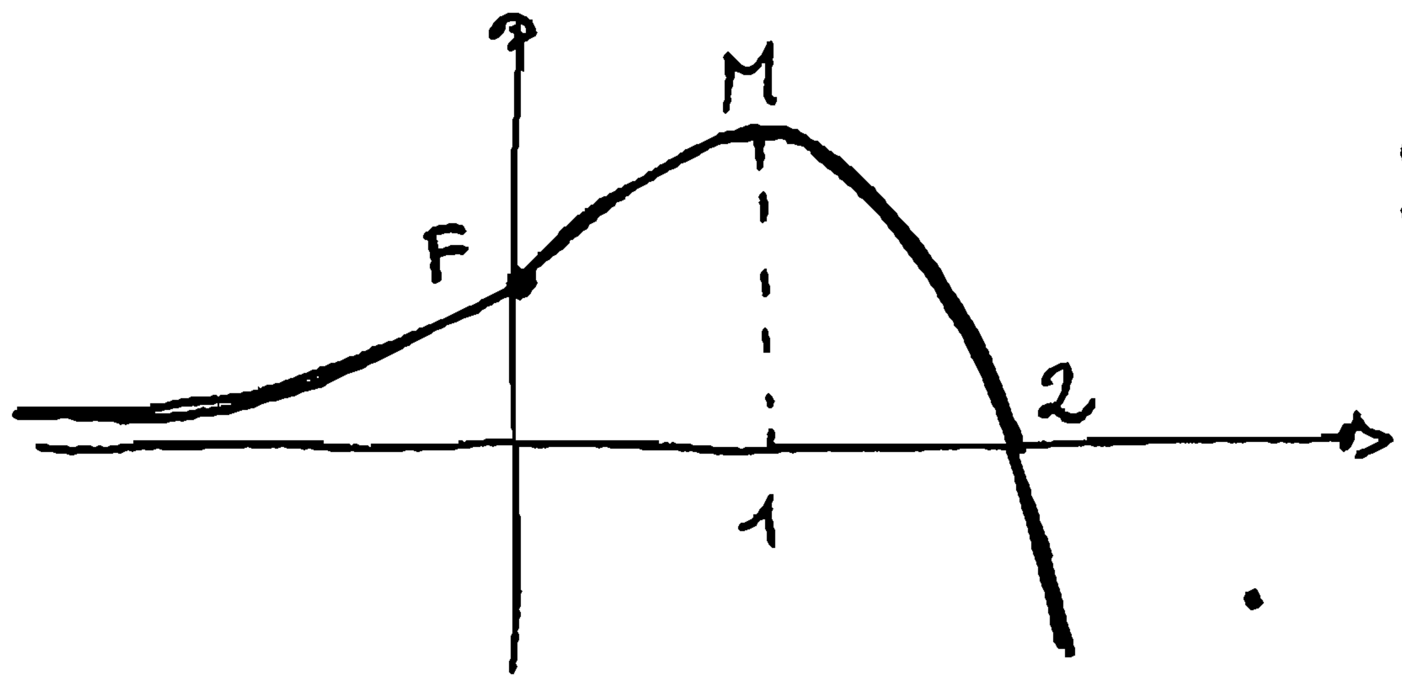
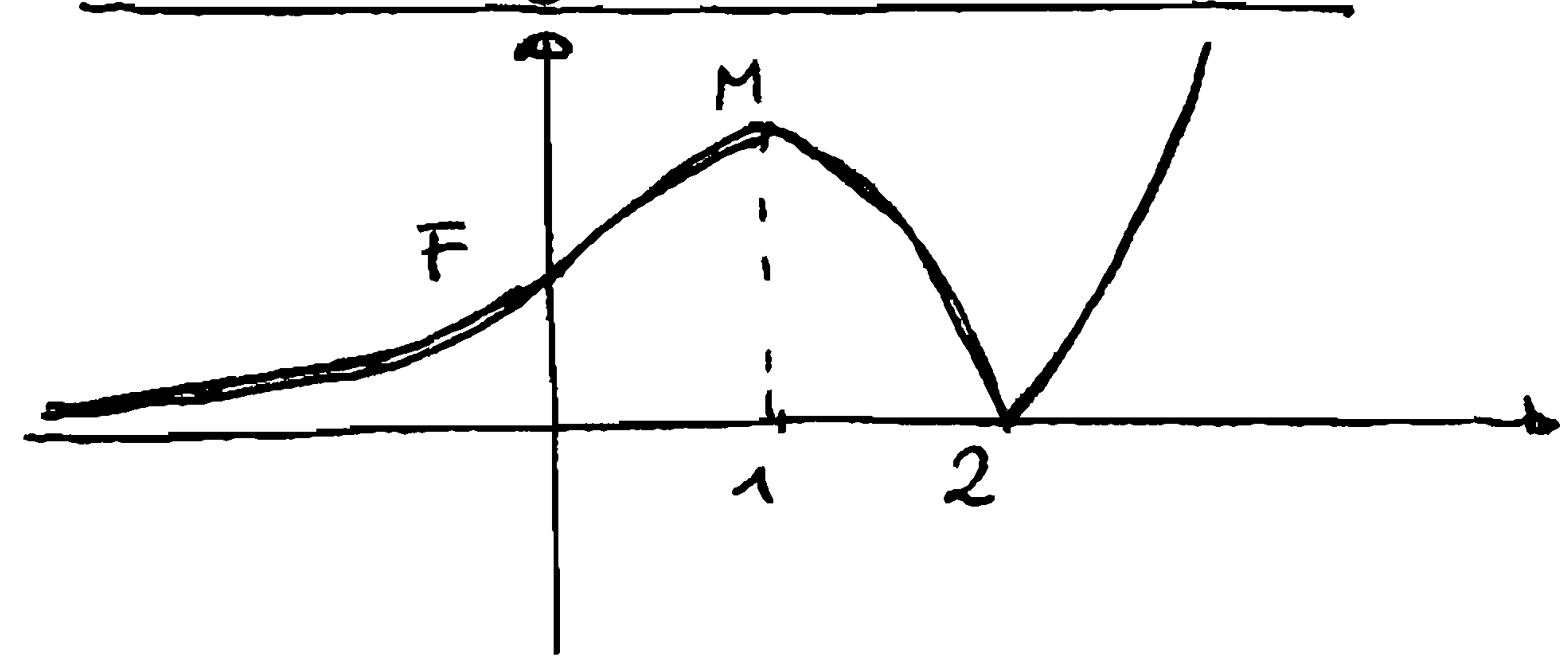


Grafico di $f(x)=(2-x)\cdot e^{x-1}$



$$g(x)=\begin{cases} f(x): x\leq 2 \\ -f(x): x>2 \end{cases}$$

Grafico di $g(x)=|2-x|\cdot e^{x-1}$



2) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\frac{1}{1-2x}\right)^{3x+2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\left(1+\frac{1}{1-2x}\right)^{1-2x}\right]^{\frac{3x+2}{1-2x}}=\lim\limits_{t\to-\infty}\left[\left(1+\frac{1}{t}\right)^{t}\right]^{\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{3x+2}{1-2x}}=e^{-\frac{3}{2}}=\frac{1}{e\sqrt{e}}$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2-\sqrt[3]{x^{10}}+\log x}{3^{-x}-3x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-x^{\frac{10}{3}}}{-3x}=+\infty$. $\left(x^2=o(x^{\frac{10}{3}});\ \log x=o(x^{\frac{10}{3}});\ 3^{-x}\to 0;\ 3x=o(x^{\frac{10}{3}})\right)$.

3) $f(x)=\log(2x+3)$. C.E.: $x>-\frac{3}{2}$. $df(x_0)=f'(x_0)\cdot dx \Rightarrow \frac{2}{15}=\frac{2}{2x_0+3}\cdot\frac{1}{3}\Rightarrow 2x_0+3=\frac{2}{3}\cdot\frac{15}{2}\Rightarrow$
$\Rightarrow 2x_0+3=5\Rightarrow x_0=1$.

4) $\int_0^k e^{2x+5}dx=\left(\frac{1}{2}e^{2x+5}\right|_0^k=\frac{1}{2}\left(e^{2k+5}-e^5\right)=1\Rightarrow e^{2k+5}=2+e^5\Rightarrow 2k+5=\log(2+e^5)\Rightarrow$
$\Rightarrow k=\frac{1}{2}\left(\log(2+e^5)-5\right)$.

5) $F(x)=\frac{f'(x)}{x\cdot f(x)}$. $\mathcal{D}(F(x))=\frac{f''(x)\cdot(x\cdot f(x))-f'(x)\cdot(1\cdot f(x)+x\cdot f'(x))}{[x\cdot f(x)]^2}$.

6) $f(x)=x^2\cdot\log^5 x$. C.E.: $x>0$. $f'(x)=2x\cdot\log^5 x+x^2\cdot 5\log^4 x\cdot\frac{1}{x}=x\cdot\log^4 x\cdot(2\log x+5)\geq 0\Rightarrow$
$\Rightarrow \log x\geq-\frac{5}{2}\Rightarrow x\geq\frac{1}{e^2\sqrt{e}}$.

$f'(x)=0$ per $x=\frac{1}{e^2\sqrt{e}}$ e per $\log^4 x=0\Rightarrow x=1$.

In $x=\frac{1}{e^2\sqrt{e}}$ c'è un punto di minimo mentre $x=1$ è un punto di flesso dato che nel suo intorno $f'(x)$ non cambia di segno.

MGB2

7) $f(x;y) = ax - x^2 + by - y^2 - xy.$

$$\begin{cases} f'_x = a - 2x - y = 0 \\ f'_y = b - 2y - x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = a - 2x \\ b - 2a + 4x - x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2a-b}{3} \\ y = a - \frac{4a-2b}{3} = \frac{2b-a}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2a-b}{3} = 1 \\ \frac{2b-a}{3} = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a - b = 3 \\ 2b - a = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 2a - 3 \\ 4a - 6 - a = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a = 9 \\ b = 2a - 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 3 \end{cases}. \quad H(x;y) = H(1;1) = \begin{Vmatrix} -2 & -1 \\ -1 & -2 \end{Vmatrix} \Rightarrow \begin{cases} |H_1| = -2 < 0 \\ |H_2| = 4 - 1 > 0 \end{cases} \Rightarrow \text{Punto di Massimo.}$$

8) $$\begin{Vmatrix} -1 & 1 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} K & 1 \\ 1 & -K \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} 1 \\ 1 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} -1 & 1 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} K+1 \\ 1-K \end{Vmatrix} = (-1)(K+1) + 1(1-K) = -K - 1 + 1 - K = -2K = 6 \Rightarrow K = -3.$$

9) $f(x;y;z) = x^z - z^{3y} + \log(z + 3y).$

$f'_x = z \cdot x^{z-1} - 0 + 0 \quad ; \quad f'_x(1;1;1) = 1.$

$f'_y = 0 - z^{3y} \cdot \log z \cdot 3 + 3 \cdot \frac{1}{z+3y} \quad ; \quad f'_y(1;1;1) = -1 \cdot 0 \cdot 3 + 3 \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{4}.$

$f'_z = x^z \cdot \log x - 3y \cdot z^{3y-1} + \frac{1}{z+3y} \quad ; \quad f'_z(1;1;1) = 1 \cdot 0 - 3 \cdot 1 \cdot 1 + \frac{1}{4} = -\frac{11}{4}.$

$\nabla f(1;1;1) = \left(1; \frac{3}{4}; -\frac{11}{4}\right).$

10) A: $f(x) = e^{2x-3} \Rightarrow f'(x) = 2e^{2x-3} \geq 0 \ \forall x \in \mathbb{R}$.

Quindi la funzione è crescente su tutto $\mathbb{R}$ ⇒ la proposizione A è FALSA.

B: $g(x) = (x+1)^3 \Rightarrow g'(x) = 3(x+1)^2 \Rightarrow g''(x) = 6(x+1) \geq 0$ per $x \geq -1$.

Quindi la funzione è convessa per $x \geq -1$ ⇒ la proposizione B è VERA.

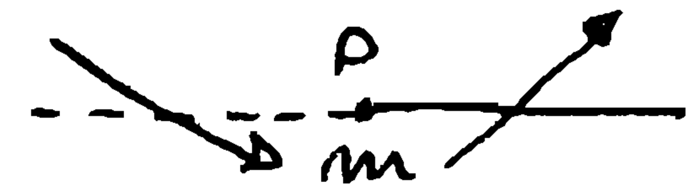
A	B	non A	non A ⇒ B
0	1	1	1

La proposizione non A ⇒ B è VERA.

Compito di Matematica Generale del 23/2/2016 Compito C $\boxed{MGC1}$

1) $f(x)=(x-1)\cdot e^{x-2}$. C.E.: $\mathbb{R}$. $\lim_{x\to-\infty} f(x)=0^-$; $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$. $f(x)\geq 0$ per $x\geq 1$.

$f'(x)=1\cdot e^{x-2}+(x-1)\cdot e^{x-2}=x\cdot e^{x-2}\geq 0$ per $x\geq 0$



$f''(x)=1\cdot e^{x-2}+x e^{x-2}=(x+1)e^{x-2}\geq 0$ per $x\geq -1$

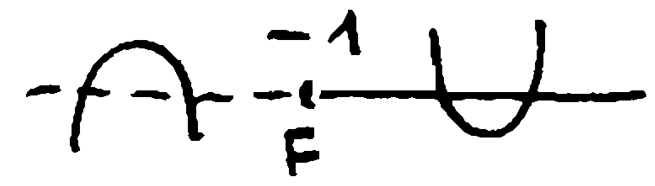
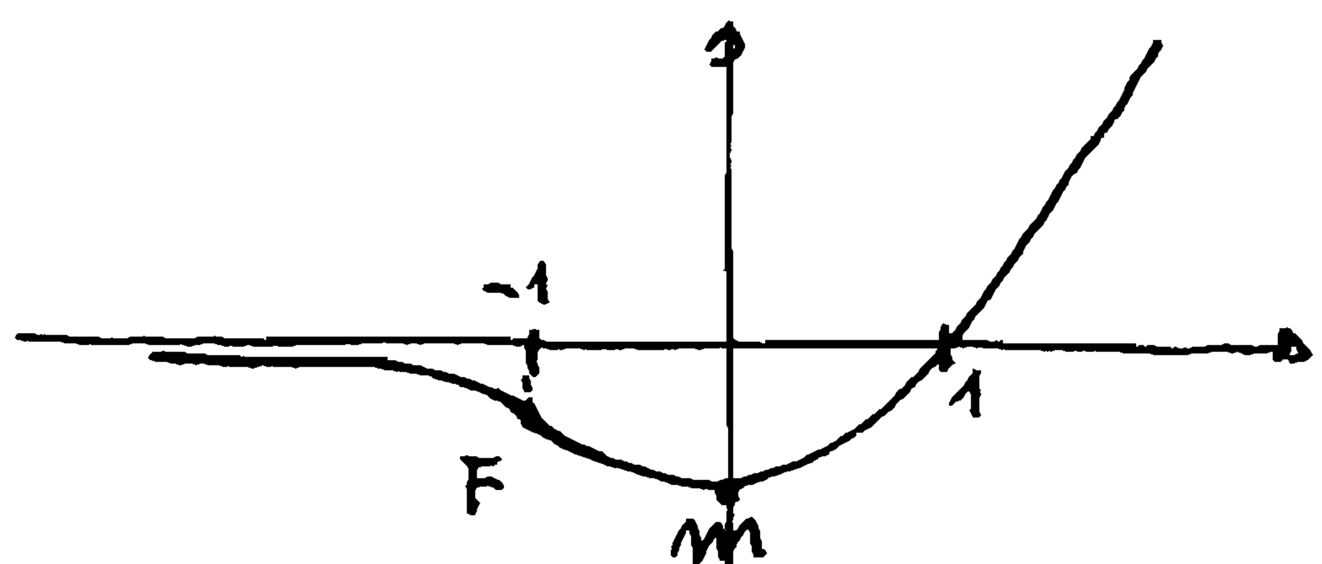
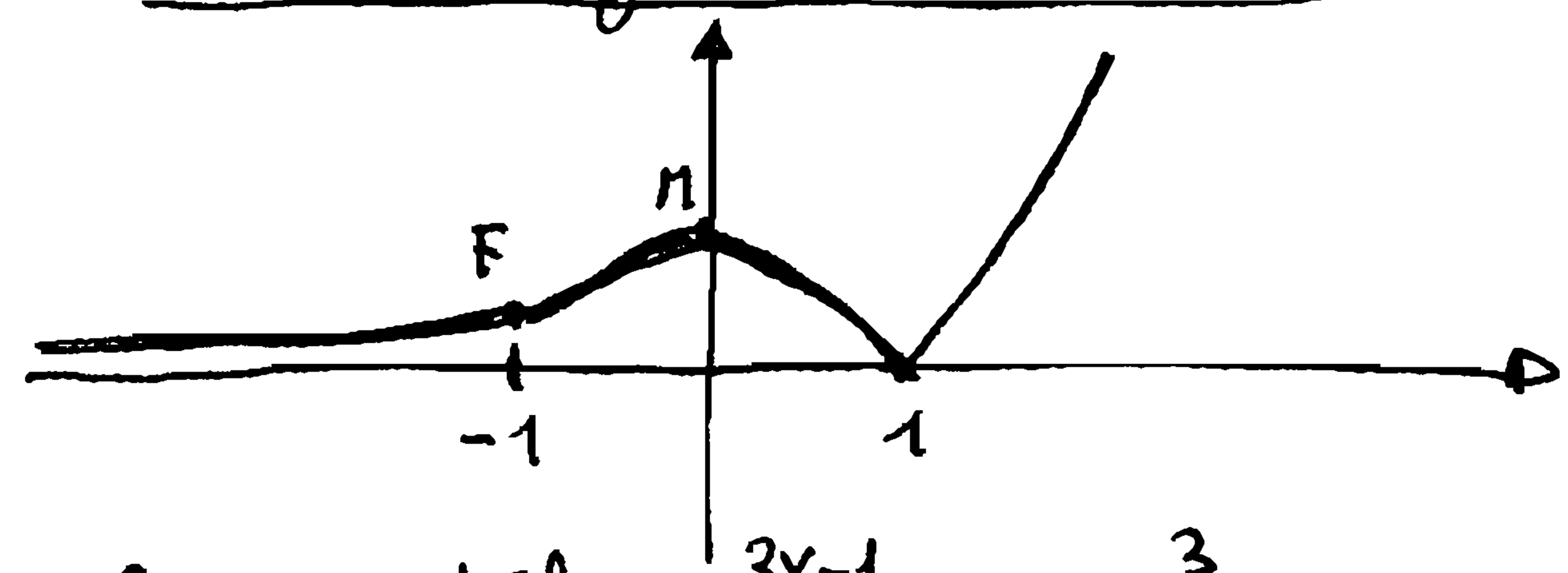


Grafico di $f(x)=(x-1)e^{x-2}$



$g(x)=\begin{cases} f(x): x\geq 1 \\ -f(x): x<1 \end{cases}$

Grafico di $g(x)=|x-1|\cdot e^{x-2}$



2) $\lim_{x\to+\infty}\left(1-\frac{1}{2x+1}\right)^{3x-1}=\lim_{x\to+\infty}\left[\left(1+\frac{(-1)}{2x+1}\right)^{2x+1}\right]^{\frac{3x-1}{2x+1}}=\lim_{t\to+\infty}\left[\left(1+\frac{(-1)}{t}\right)^{t}\right]^{\lim_{x\to+\infty}\frac{3x-1}{2x+1}}=\left(e^{-1}\right)^{\frac{3}{2}}=\frac{1}{e\sqrt{e}}$.

$\lim_{x\to+\infty}\frac{x^5+3^{-x}-\sqrt{x^5}}{\log x-x^6}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^5}{-x^6}=0^-$. $\left(3^{-x}\to 0;\ x^{\frac{5}{2}}=o(x^5);\ \log x=o(x^6)\right)$.

3) $f(x)=\log(3x+2)$. C.E.: $x>-\frac{2}{3}$. $df(x_0)=f'(x_0)\cdot dx \Rightarrow \frac{3}{4}=\frac{3}{3x_0+2}\cdot\frac{1}{2}\Rightarrow 3x_0+2=\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{3}\Rightarrow$

$\Rightarrow 3x_0+2=2\Rightarrow 3x_0=0\Rightarrow x_0=0$.

4) $\int_0^K e^{3x+2}dx=\left(\frac{1}{3}e^{3x+2}\right|_0^K=\frac{1}{3}\left(e^{3K+2}-e^2\right)=2\Rightarrow e^{3K+2}=6+e^2\Rightarrow 3K+2=\log(6+e^2)\Rightarrow$

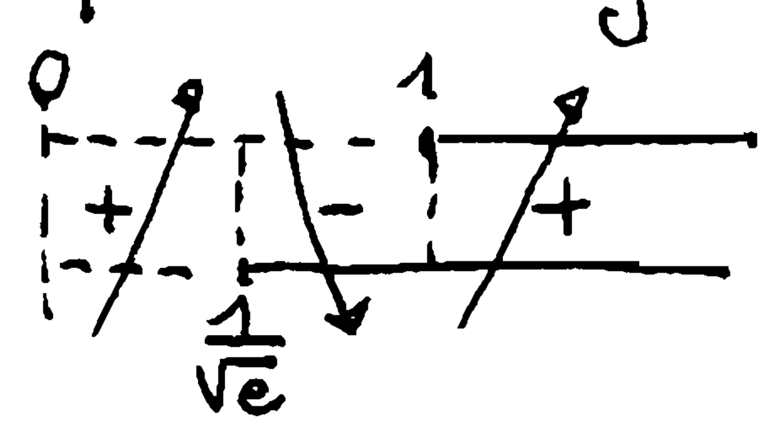
$\Rightarrow K=\frac{1}{3}\left(\log(6+e^2)-2\right)$.

5) $F(x)=\frac{x\cdot f'(x)}{f(x)}$. $\mathcal{D}(F(x))=\frac{(1\cdot f'(x)+x\cdot f''(x))\cdot f(x)-(x\cdot f'(x))\cdot f'(x)}{[f(x)]^2}$.

6) $f(x)=x^4\cdot\log^2 x$. C.E.: $x>0$. $f'(x)=4x^3\cdot\log^2 x+x^4\cdot 2\log x\cdot\frac{1}{x}=2x^3\cdot\log x\cdot(2\log x+1)\geq 0\Rightarrow$

$\log x\geq 0:\ x\geq 1$

$2\log x+1\geq 0:\ x\geq e^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{\sqrt{e}}$



. $f'(x)=0$ per $x=1$ e per $x=\frac{1}{\sqrt{e}}$.

Nel punto $x=\frac{1}{\sqrt{e}}$ c'è un punto di massimo, nel punto $x=1$ c'è un punto di minimo.

MGC2

7) $f(x;y) = x^2 - ax + y^2 - by + xy$

$$\begin{cases} f'_x = 2x - a + y = 0 \\ f'_y = 2y - b + x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = a - 2x \\ 2a - 4x - b + x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2a-b}{3} \\ y = a - \frac{4a-2b}{3} = \frac{2b-a}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2a-b}{3} = -1 \\ \frac{2b-a}{3} = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a-b=-3 \\ 2b-a=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=2a+3 \\ 4a+6-a=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a=-3 \\ b=2a+3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=1 \end{cases}. \ H(x;y) = H(-1;1) = \begin{Vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{Vmatrix} \Rightarrow \begin{cases} |H_1| = 2 > 0 \\ |H_2| = 4-1 > 0 \end{cases}: \text{Punto di minimo.}$$

8) $$\begin{Vmatrix} 1 & 1 \end{Vmatrix} \circ \begin{Vmatrix} 1 & -k \\ k & 1 \end{Vmatrix} \circ \begin{Vmatrix} 1 \\ -1 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 & 1 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} 1+k \\ k-1 \end{Vmatrix} = 1 + k + k - 1 = 2k = 4 \Rightarrow k = 2.$$

9) $f(x;y;z) = x^{2z} - z^{3y} + \log(2x+3z)$.

$f'_x = 2z \cdot x^{2z-1} - 0 + \frac{2}{2x+3z}$; $f'_x(1;1;1) = 2 \cdot 1 + \frac{2}{5} = \frac{12}{5}$.

$f'_y = 0 - z^{3y} \cdot \log z \cdot 3 + 0$; $f'_y(1;1;1) = -1 \cdot 0 \cdot 3 = 0$.

$f'_z = x^{2z} \cdot \log x \cdot 2 - 3y \cdot z^{3y-1} + \frac{3}{2x+3z}$; $f'_z(1;1;1) = 1 \cdot 0 \cdot 2 - 3 \cdot 1 + \frac{3}{5} = -\frac{12}{5}$.

$\nabla f(1;1;1) = \left(\frac{12}{5}; 0; -\frac{12}{5}\right)$.

10) A: $f(x) = (3x-3)^4 \Rightarrow f'(x) = 4(3x-3)^3 \cdot 3 \geq 0$ per $3x - 3 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$.

Quindi la funzione è crescente per $x \geq 1 \Rightarrow$ la proposizione A è VERA.

B: $g(x) = e^{2x-3} \Rightarrow g'(x) = 2e^{2x-3} \Rightarrow g''(x) = 4 \cdot e^{2x-3} \geq 0 \ \forall x \in \mathbb{R}$.

Quindi la funzione è convessa su tutto $\mathbb{R} \Rightarrow$ la proposizione B è FALSA.

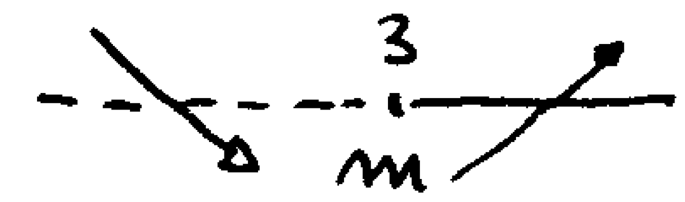
A	B	non A	B ⇒ non A
1	0	0	1

. La proposizione B ⇒ non A è VERA.

Compito di Matematica Generale del 23/2/2016 Compito D $\boxed{MGD1}$

1) $f(x)=(2-x)\cdot e^{1-x}$. C.E.: $\mathbb{R}$. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0^-$. $f(x)\geq 0$ per $x\leq 2$.

$f'(x)=(-1)e^{1-x}+(2-x)(-1)e^{1-x}=e^{1-x}\cdot(x-3)\geq 0$ per $x\geq 3$:



$f''(x)=-e^{1-x}\cdot(x-3)+e^{1-x}=e^{1-x}\cdot(-x+4)\geq 0$ per $x\leq 4$:

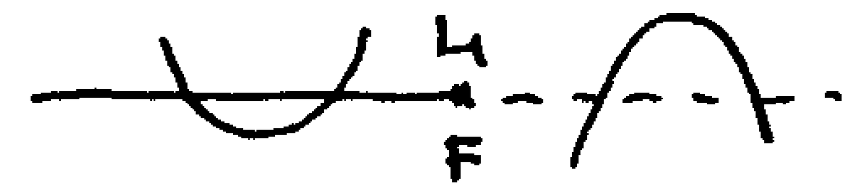
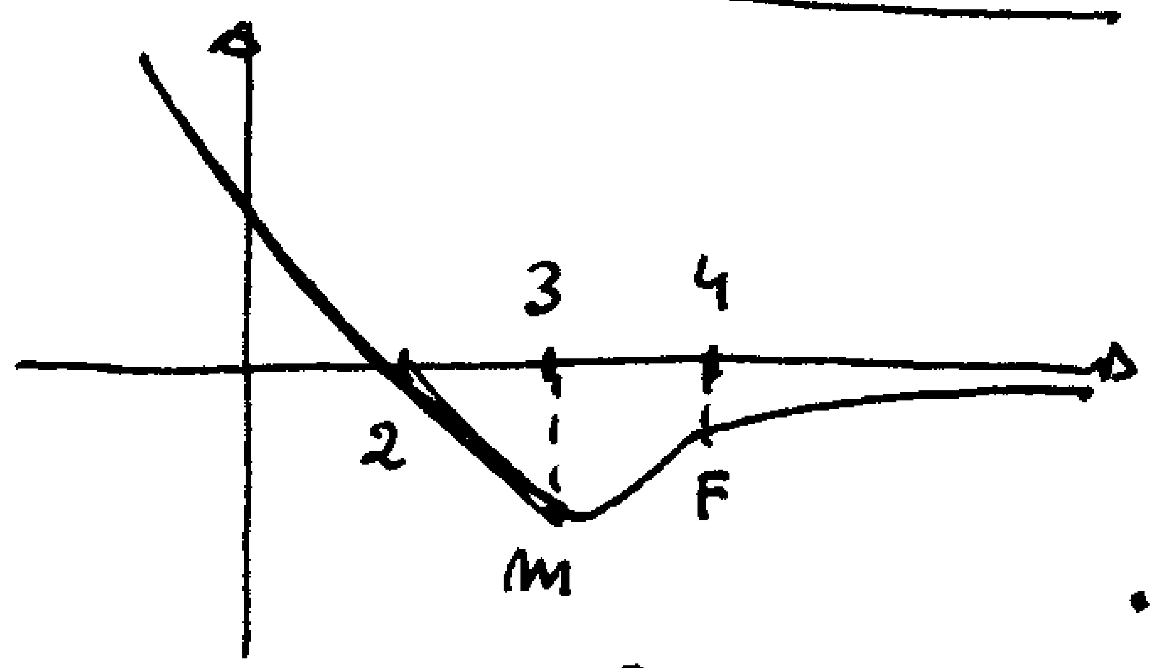
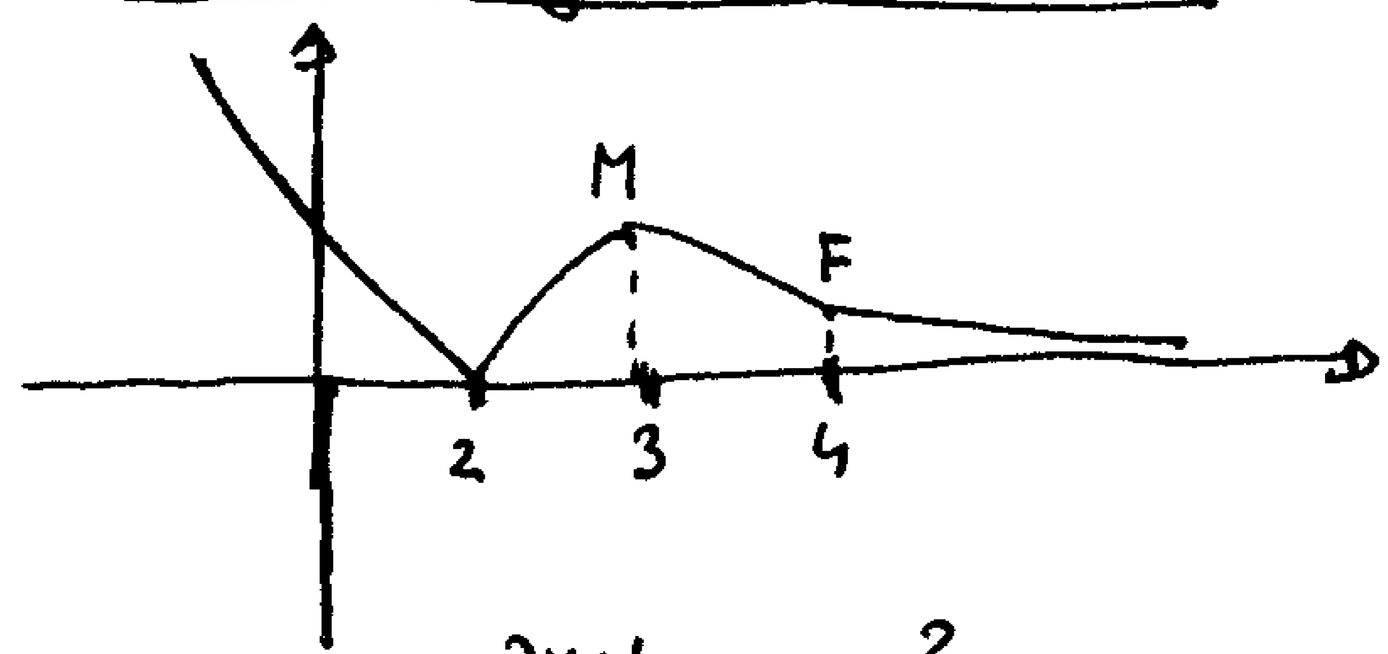


Grafico di $f(x)=(2-x)\cdot e^{1-x}$



$$g(x)=\begin{cases} f(x): & x\leq 2\\ -f(x): & x>2\end{cases}$$

Grafico di $g(x)=|2-x|\cdot e^{1-x}$



2) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\frac{1}{2-3x}\right)^{2x+1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\left(1+\frac{1}{2-3x}\right)^{2-3x}\right]^{\frac{2x+1}{2-3x}}=\lim\limits_{t\to-\infty}\left[\left(1+\frac{1}{t}\right)^{t}\right]^{\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x+1}{2-3x}}=e^{-\frac{2}{3}}=\frac{1}{\sqrt[3]{e^2}}$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\operatorname{sen}x+\sqrt[3]{x}+x}{3^{1-x}-5x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x}{-5x}=-\frac{1}{5}$. $\left(\operatorname{sen}x=o(x);\ x^{\frac{1}{3}}=o(x)\ ;\ 3^{1-x}\to 0\right)$.

3) $f(x)=\log(2x-3)$. C.E.: $x>\frac{3}{2}$. $df(x_0)=f'(x_0)\cdot dx \Rightarrow \frac{2}{9}=\frac{2}{2x_0-3}\cdot\frac{1}{3}\Rightarrow 2x_0-3=\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{2}\Rightarrow$

$\Rightarrow 2x_0-3=3 \Rightarrow 2x_0=6\Rightarrow x_0=3$.

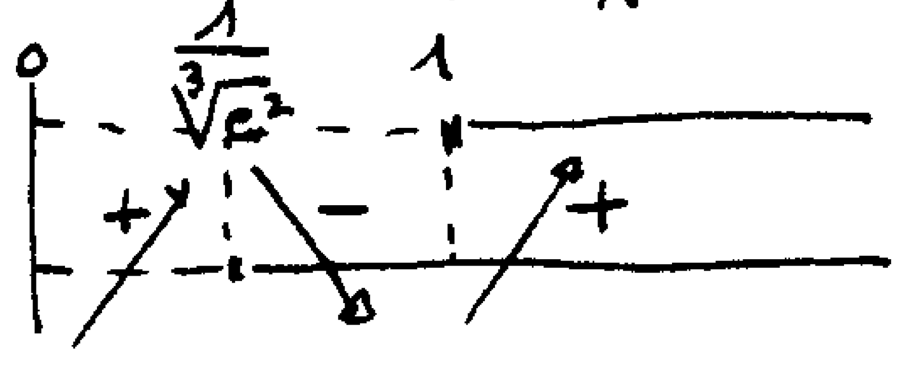
4) $\int_0^k e^{2x+3}\,dx=\left(\frac{1}{2}e^{2x+3}\right|_0^k=\frac{1}{2}\left(e^{2k+3}-e^3\right)=3\Rightarrow e^{2k+3}=6+e^3\Rightarrow 2k+3=\log\left(6+e^3\right)\Rightarrow$

$\Rightarrow k=\frac{1}{2}\left(\log\left(6+e^3\right)-3\right)$.

5) $F(x)=\frac{f(x)}{x\cdot f'(x)}$. $\mathcal{D}(F(x))=\frac{f'(x)\cdot(x\cdot f'(x))-f(x)\cdot(1\cdot f'(x)+x\cdot f''(x))}{[x\cdot f'(x)]^2}$.

6) $f(x)=x^3\cdot\log^2 x$. C.E.: $x>0$. $f'(x)=3x^2\cdot\log^2x+x^3\cdot 2\cdot\log x\cdot\frac{1}{x}=x^2\cdot\log x\cdot(3\log x+2)\geq 0\Rightarrow$

$\Rightarrow\begin{cases}\log x\geq 0: x\geq 1\\ 3\log x+2\geq 0: \log x\geq -\frac{2}{3}\Rightarrow x\geq e^{-\frac{2}{3}}=\frac{1}{\sqrt[3]{e^2}}\end{cases}$



$f'(x)=0$ per $x=\frac{1}{\sqrt[3]{e^2}}$ e $x=1$.

In $x=\frac{1}{\sqrt[3]{e^2}}$ c'è un punto di massimo, in $x=1$ c'è un punto di minimo.

MGD2

7) $f(x;y) = ax - x^2 + by - y^2 + xy.$

$$\begin{cases} f'_x = a - 2x + y = 0 \\ f'_y = b - 2y + x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2x - a \\ b - 4x + 2a + x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2a+b}{3} \\ y = \frac{4a+2b}{3} - a = \frac{a+2b}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2a+b}{3} = 0 \\ \frac{a+2b}{3} = -1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 0 \\ a + 2b = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -2a \\ a - 4a = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3a = -3 \\ b = -2a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases} \cdot H(x;y) = H(0;-1) = \begin{Vmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{Vmatrix} \Rightarrow \begin{cases} |H_1| = -2 < 0 \\ |H_2| = 4 - 1 > 0 \end{cases}, \text{ Punto di Massimo.}$$

8) $$\begin{Vmatrix} 1 & 1 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} K & 1 \\ 1 & -K \end{Vmatrix} \circ \begin{Vmatrix} -1 \\ 1 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 & 1 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} -K+1 \\ -1-K \end{Vmatrix} = -K + 1 - 1 - K = -2K = 2 \Rightarrow K = -1.$$

9) $f(x;y;z) = y^{2z} - z^{3x} + \log(2y + z).$

$f'_x = 0 - z^{3x} \cdot \log z \cdot 3 + 0 \; ; \; f'_x(1;1;1) = -1 \cdot 0 \cdot 3 = 0.$

$f'_y = 2z \cdot y^{2z-1} - 0 + \frac{2}{2y+z} \; ; \; f'_y(1;1;1) = 2 \cdot 1 + \frac{2}{3} = \frac{8}{3}.$

$f'_z = y^{2z} \cdot \log y \cdot 2 - 3x \cdot z^{3x-1} + \frac{1}{2y+z} \; ; \; f'_z(1;1;1) = 1 \cdot 0 \cdot 2 - 3 \cdot 1 + \frac{1}{3} = -\frac{8}{3}.$

$\nabla f(1;1;1) = \left(0; \frac{8}{3}; -\frac{8}{3}\right).$

10) A: $f(x) = e^{2x-3} \Rightarrow f'(x) = 2 \cdot e^{2x-3} \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}.$

Quindi la funzione è crescente su tutto $\mathbb{R} \Rightarrow$ la proposizione A è VERA.

B: $g(x) = (x-1)^3 \Rightarrow g'(x) = 3(x-1)^2 \Rightarrow g''(x) = 6(x-1) \geq 0$ per $x \geq 1$.

Quindi la funzione $g(x)$ è convessa per $x \geq 1 \Rightarrow$ la proposizione B è FALSA.

A	B	non B	non B ⇒ A
1	0	1	1

. La proposizione non B ⇒ A è VERA.