COMPITI DI MATEMATICA GENERALE AA. 2017/18

Prova Intermedia Anno 2017-Compito $\mathbb{A}1$

1) Data la funzione $f(x)=\begin{cases} x+\frac{3}{2} & : x<-1 \\ k\,a^x & : -1\le x\le 1 \\ 6-3x & : 1<x \end{cases}$ determinare il valore dei parametri k ed a in modo che la funzione sia continua su tutto $\mathbb{R}$ e se ne disegni poi il grafico.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\left(1+x^2\right)^3-\cos 2x}{2x^2}\ ;\ \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1+x+x^3}{\operatorname{sen}x+x^2}\right)^{\frac{x-1}{1-2x}}\ .$$

3) Date le funzioni $f(x)=3^{1-2x}$ e $g(x)=\dfrac{x+1}{2x-1}$ determinare l'espressione della funzione $g^{-1}\left(f^{-1}(x)\right)$.
4) Si considerino le seguenti due proposizioni:
P_1 : Il Campo di esistenza della funzione $f(x)=\log\dfrac{1+x}{1-x}$ è l'intervallo $0\le x<1$;
P_2 : La funzione $f(x)=2^{-\frac{1}{|x|}}$ ha in $x=0$ una discontinuità di Terza specie.
Dopo aver valutato verità o falsità delle due proposizioni, si determini se risulta vera o falsa la proposizione $P:(P_2\Rightarrow P_1)\,o\,(P_1\Rightarrow non\,P_2)$.
5) Determinare il valore dei parametri k e α affinchè risulti $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\log\left(1-\operatorname{sen}^2 3x\right)}{kx^\alpha}=2$.

Prova Intermedia Novembre 2017-Compito $\mathbb{B}1$

1) Data la funzione $f(x)=\begin{cases} 5+x & : x<-1 \\ k\,a^x & : -1\le x\le 1 \\ 3-2x & : 1<x \end{cases}$ determinare il valore dei parametri k ed a in modo che la funzione sia continua su tutto $\mathbb{R}$ e se ne disegni poi il grafico.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 0}\frac{3^{x^2}-\cos 3x}{2x^2}\ ;\ \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1+x+2x^2}{\cos x+x^3}\right)^{\frac{1-x}{1+x}}\ .$$

3) Date le funzioni $f(x)=3^{2x-1}$ e $g(x)=\dfrac{2-x}{2x+1}$ determinare l'espressione della funzione $f^{-1}\left(g^{-1}(x)\right)$.
4) Si considerino le seguenti due proposizioni:
P_1 : Il Campo di esistenza della funzione $f(x)=\log\dfrac{1}{1-e^{1-x}}$ è l'intervallo $1<x$;
P_2 : La funzione $f(x)=3^{1-\frac{1}{|x|}}$ ha in $x=0$ una discontinuità di Terza specie.
Dopo aver valutato verità o falsità delle due proposizioni, si determini se risulta vera o falsa la proposizione $P:(P_1\Rightarrow non\,P_2)\,o\,(P_2\Rightarrow P_1)$.
5) Determinare il valore dei parametri k e α affinchè risulti $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{sen}^2\left(\operatorname{sen}^2 2x\right)}{kx^\alpha}=1$.

Prova Intermedia Novembre 2017-Compito $\mathbb{C}1$

1) Data la funzione $f(x)=\begin{cases} 2x+3 & : x<-1 \\ k\,a^x & : -1\le x\le 1 \\ 3-x & : 1<x \end{cases}$ determinare il valore dei parametri k ed a in modo che la funzione sia continua su tutto $\mathbb{R}$ e se ne disegni poi il grafico.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cos 3x-\cos 2x}{x^2}\ ;\quad \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1+2x+x^2}{\cos x+x}\right)^{\frac{1-x^2}{2+x}}.$$

3) Date le funzioni $f(x)=\dfrac{x-1}{2x+1}$ e $g(x)=2^{1-3x}$ determinare l'espressione della funzione $g^{-1}\left(f^{-1}(x)\right)$.

4) Si considerino le seguenti due proposizioni:

P_1 : Il Campo di esistenza della funzione $f(x)=\log\dfrac{1-x}{1+x}$ è l'intervallo $-1<x<1$;

P_2 : La funzione $f(x)=\log\left(1+\dfrac{1}{x^2}\right)$ ha in $x=0$ una discontinuità di Seconda specie.

Dopo aver valutato verità o falsità delle due proposizioni, si determini se risulta vera o falsa la proposizione $P:(P_1\Rightarrow P_2)\,e\,(non\,P_2\Rightarrow P_1)$.

5) Determinare il valore dei parametri k e α affinchè risulti $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\log\left(1+\mathrm{tg}^3\,2x\right)}{kx^\alpha}=3$.

$\boxed{\text{Prova Intermedia Novembre 2017-Compito } \mathbb{D}1}$

1) Data la funzione $f(x)=\begin{cases} x+4 & : x<-1 \\ k\,a^x & : -1\le x\le 1 \\ 3-2x & : 1<x \end{cases}$ determinare il valore dei parametri k ed a in modo che la funzione sia continua su tutto $\mathbb{R}$ e se ne disegni poi il grafico.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 0}\frac{(1+x)^{10}-2^x}{\operatorname{sen} x}\ ;\quad \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{\operatorname{sen}^2 x+x^2}{\operatorname{sen} x+2x^2}\right)^{\frac{\operatorname{sen} x-x}{\operatorname{sen} x+x}}.$$

3) Date le funzioni $f(x)=\dfrac{x+2}{1-2x}$ e $g(x)=2^{3x-2}$ determinare l'espressione della funzione $f^{-1}\left(g^{-1}(x)\right)$.

4) Si considerino le seguenti due proposizioni:

P_1 : Il Campo di esistenza della funzione $f(x)=\log\left(x-x^2\right)$ è l'intervallo $0<x\le 1$;

P_2 : La funzione $f(x)=\dfrac{x^3-1}{x-1}$ ha in $x=1$ una discontinuità di Seconda specie.

Dopo aver valutato verità o falsità delle due proposizioni, si determini se risulta vera o falsa la proposizione $P:(P_2\Rightarrow non\,P_1)\,e\,(P_1\Rightarrow P_2)$.

5) Determinare il valore dei parametri k e α affinchè risulti $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{3^{1-\cos 2x}-1}{kx^\alpha}=5$.

$\boxed{\text{Prova Intermedia Anno 2017-Compito } \mathbb{A}2}$

1) Data la funzione $f(x)=\begin{cases} 2+x & : x<0 \\ a^x-k & : 0\le x\le 1 \\ 5-2x & : 1<x \end{cases}$ determinare il valore dei parametri k ed a in modo che la funzione sia continua su tutto $\mathbb{R}$ e se ne disegni poi il grafico.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\left(1+x^2\right)^2+\cos x-2}{3x^2}\ ;\quad \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1+x+x^2}{\operatorname{sen} x+2x^2}\right)^{\frac{x^2-1}{1-2x}}\ .$$

3) Sapendo che $f^{-1}(x)=3^{2x+1}$ e $g(x)=\dfrac{1-x}{3x-1}$ determinare l'espressione della funzione $g^{-1}(f(x))$.

4) Date tre generiche proposizioni, $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, sapendo che quando $\mathbb{A}$ è vera $\mathbb{B}$ è falsa e $\mathbb{C}$ è vera, si costruiscano le tavole di verità della proposizione $\mathbb{P}:(\mathbb{A}\Rightarrow\mathbb{B})\,e\,(\mathbb{A}\Leftrightarrow non\,\mathbb{C})$.

5) Determinare il valore dei parametri k e α affinchè risulti $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\log\left(1-\operatorname{sen}\left(2x^3\right)\right)}{kx^\alpha}=3$.

$\boxed{\text{Prova Intermedia Novembre 2017-Compito } \mathbb{B}2}$

1) Data la funzione $f(x)=\begin{cases} 3-x & : x<0 \\ a^x+k & : 0\le x\le 1 \\ 4+x & : 1<x \end{cases}$ determinare il valore dei parametri k ed a in modo che la funzione sia continua su tutto $\mathbb{R}$ e se ne disegni poi il grafico.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 0}\frac{3^{x^2}+\cos 2x-2}{3x^2}\ ;\quad \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{2+x}{1+x}\right)^{\frac{1-2x^2}{1+x}}\ .$$

3) Sapendo che $f(x)=3^{2x+1}$ e $g^{-1}(x)=\dfrac{3-x}{2x-1}$ determinare l'espressione della funzione $f^{-1}(g(x))$.

4) Date tre generiche proposizioni, $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, sapendo che quando $\mathbb{A}$ è falsa $\mathbb{B}$ è falsa e $\mathbb{C}$ è vera, si costruiscano le tavole di verità della proposizione $\mathbb{P}:(\mathbb{A}\Rightarrow non\,\mathbb{B})\,o\,(\mathbb{A}\Leftrightarrow\mathbb{C})$.

5) Determinare il valore dei parametri k e α affinchè risulti $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\left(1+\operatorname{sen}^2 x\right)^3-1}{kx^\alpha}=1$.

$\boxed{\text{Prova Intermedia Novembre 2017-Compito } \mathbb{C}2}$

1) Data la funzione $f(x)=\begin{cases} 2x-1 & : x<0 \\ a^x-k & : 0\le x\le 1 \\ 1-x & : 1<x \end{cases}$ determinare il valore dei parametri k ed a in modo che la funzione sia continua su tutto $\mathbb{R}$ e se ne disegni poi il grafico.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 0}\frac{2-\cos 2x-\cos 3x}{3x^2}\ ;\quad \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1+2x}{\cos x+x^2}\right)^{\frac{x-x^2}{2+x}}\ .$$

3) Sapendo che $f^{-1}(x)=\dfrac{x-1}{2x+1}$ e $g(x)=2^{2-x}$ determinare l'espressione della funzione $g^{-1}(f(x))$.

4) Date tre generiche proposizioni, $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, sapendo che quando $\mathbb{B}$ è vera $\mathbb{A}$ è vera e $\mathbb{C}$ è falsa, si costruiscano le tavole di verità della proposizione $\mathbb{P}:(\mathbb{A}\Rightarrow\mathbb{B})\,e\,(non\mathbb{A}\Leftrightarrow\mathbb{C})$.

5) Determinare il valore dei parametri k e α affinchè risulti $\lim_{x\to 0}\dfrac{2^{\log(1+3x^2)}-1}{kx^\alpha}=3$.

$\boxed{\text{Prova Intermedia Novembre 2017-Compito } \mathbb{D}2}$

1) Data la funzione $f(x)=\begin{cases}1-2x & : x<0\\ a^x+k & : 0\le x\le 1\\ x+2 & : 1<x\end{cases}$ determinare il valore dei parametri k ed a in modo che la funzione sia continua su tutto $\mathbb{R}$ e se ne disegni poi il grafico.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$\lim_{x\to 0}\dfrac{(1+x)^5+3^x-2}{\operatorname{sen}2x}$; $\lim_{x\to+\infty}\left(\dfrac{\operatorname{sen}^2 x+x^2}{\operatorname{sen}x+2x}\right)^{\frac{\operatorname{sen}x-2x}{\operatorname{sen}x+x}}$.

3) Sapendo che $f(x)=\dfrac{x+1}{1-2x}$ e $g^{-1}(x)=2^{2x-1}$ determinare l'espressione della funzione $f^{-1}(g(x))$.

4) Date tre generiche proposizioni, $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, sapendo che quando $\mathbb{C}$ è falsa $\mathbb{A}$ è falsa e $\mathbb{B}$ è vera, si costruiscano le tavole di verità della proposizione $\mathbb{P}:(non\mathbb{A}\Rightarrow\mathbb{C})\,o\,(\mathbb{A}\Leftrightarrow\mathbb{B})$.

5) Determinare il valore dei parametri k e α affinchè risulti $\lim_{x\to 0}\dfrac{1-\cos(\operatorname{sen}2x)}{kx^\alpha}=1$.

$\boxed{\text{I Appello Sessione Invernale 2018 - Compito } \mathbb{A}}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x)=\dfrac{1}{2x}+\log 3x$.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$\lim_{x\to 0}\dfrac{(1-\operatorname{sen}x)^7-1}{\log(1+3x)}$; $\lim_{x\to+\infty}\left(\dfrac{1+x-\log x}{2x}\right)^{3x}$.

3) Determinare la relazione che deve intercorrere tra i parametri α e β affinchè risulti:

$\lim_{x\to 0}\dfrac{1-\cos(\alpha x)}{\operatorname{sen}^2 x}=\lim_{x\to+\infty}\left(1-\dfrac{\beta}{x}\right)^x$.

4) Data $F(x)=f(x)\cdot e^x$ continua, derivabile e strettamente crescente $\forall x\in\mathbb{R}$, determinare opportuna condizione che garantisca che la funzione $F(x)$ è anche sempre convessa.

5) In quale punto deve tagliare l'asse delle ordinate la retta di equazione $y=k-2x$ affinchè l'area della parte di piano compresa tra la retta e l'asse delle ascisse nell'intervallo $[-2,1]$ sia uguale a 4?

6) Analizzare la natura dei punti stazionari della funzione $f(x)=x^2\cdot e^x\cdot(x-1)^3$.

7) Analizzare la natura dei punti stazionari della funzione $f(x,y)=\left(x^2-2x-4y\right)\cdot e^{-y}$.

8) Date le proposizioni $P_1:(\mathbb{A}\Leftrightarrow\mathbb{B})\Rightarrow\mathbb{C}$ e $P_2:\mathbb{A}\Leftrightarrow(\mathbb{B}\Rightarrow\mathbb{C})$, si determini se esse siano logicamente equivalenti oppure no.

9) Data la matrice $\mathbb{A}=\begin{Vmatrix}2&2&1\\0&1&0\\1&2&2\end{Vmatrix}$ ed il vettore $\mathbb{V}=\begin{Vmatrix}x\\y\\z\end{Vmatrix}$, si determinino tutti i vettori $\mathbb{V}$ per i quali risulta $\mathbb{A}\cdot\mathbb{V}=3\,\mathbb{V}$ ed aventi poi modulo uguale a $\sqrt{2}$.

10) Data la funzione $f(x)=x^3-3x^2+3kx-1$ determinare il valore del parametro k in modo tale che la retta tangente al grafico della funzione nel suo unico punto di flesso abbia equazione $y=3x$.

$\boxed{\text{I Appello Sessione Invernale 2018 - Compito } \mathbb{B}}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = \dfrac{1}{3x} + \log 4x$.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\log(1-3x)}{(1+\operatorname{tg} x)^6 - 1}$; $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(\dfrac{1+2x-\operatorname{sen} x}{x} \right)^{3x}$.

3) Determinare la relazione che deve intercorrere tra i parametri α e β affinchè risulti:

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos x}{\operatorname{sen}^2(\alpha x)} = \lim\limits_{x\to +\infty} \left(1 + \dfrac{2}{x}\right)^{\beta x}$.

4) Data $F(x) = x + e^{f(x)}$ continua e derivabile $\forall x \in \mathbb{R}$, determinare opportuna condizione che garantisca che la funzione $F(x)$ è anche sempre convessa.

5) In quale punto deve tagliare l'asse delle ordinate la retta di equazione $y = 3x + k$ affinchè l'area della parte di piano compresa tra la retta e l'asse delle ascisse nell'intervallo $[-1, 2]$ sia uguale a 5 ?

6) Analizzare la natura dei punti stazionari della funzione $f(x) = x^3 \cdot e^x \cdot (x-1)^2$.

7) Analizzare la natura dei punti stazionari della funzione $f(x,y) = \left(2x - y^2 + 4y\right) \cdot e^{-x}$.

8) Date le proposizioni $P_1 : (\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B}) \Leftrightarrow \mathbb{C}$ e $P_2 : \mathbb{A} \Rightarrow (\mathbb{B} \Leftrightarrow \mathbb{C})$, si determini se esse siano logicamente equivalenti oppure no.

9) Data la matrice $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{Vmatrix}$ ed il vettore $\mathbb{V} = \begin{Vmatrix} x \\ y \\ z \end{Vmatrix}$, si determinino tutti i vettori $\mathbb{V}$ per i quali risulta $\mathbb{A} \cdot \mathbb{V} = \mathbb{V}$ ed aventi poi modulo uguale a $\sqrt{8}$.

10) Data la funzione $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2kx + 2$ determinare il valore del parametro k in modo tale che la retta tangente al grafico della funzione nel suo unico punto di flesso abbia equazione $y = x + 1$.

$\boxed{\text{II Appello Sessione Invernale 2018 - Compito } \mathbb{A}}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = (x-2)^2 e^{1-x}$.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos 2x - \operatorname{sen}^2 x}{3x^2}$; $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x^2 - \log x + 2^x}{2^{-x} + 2x - \operatorname{sen} x}$.

3) Date $f(x) = e^{2-x}$ e $g(x) = x - 1$, determinare se e dove risulta $f(x) = o(g(x))$ e se e dove risulta $g(x) = o(f(x))$.

4) Data la funzione $f(x) = \dfrac{x-1}{x+2}$, sapendo che $f(g(x)) = 3 - \log x$, determinare $g(x)$.

5) Determinare l'espressione del polinomio di Mac Laurin di quarto grado per la funzione $f(x) = x^3 \cdot \log(1-2x)$.

6) Determinare il valore del parametro k in modo che risulti $\displaystyle\int_0^1 kx - e^{2-x}\, dx = e$.

7) Analizzare la natura dei punti stazionari della funzione $f(x,y) = x^3 - y^2 + 2xy^2 - 3x$.

8) Dopo aver determinato verità o falsità delle proposizioni:

$\mathbb{A}$: la retta $2x + 3y = 1$ ha coefficiente angolare $m = -\dfrac{2}{3}$;

$\mathbb{B}$: la retta $y = 3x - 1$ è perpendicolare alla retta $y = \dfrac{1}{3}x + 1$;

$\mathbb{C}$: la retta $y = ex - 1$ passa per i punti $\left(\frac{1}{e}, 0\right)$ e $(2, e)$;
determinare se risulta vera o falsa la proposizione $[(\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B}) \Rightarrow (\mathbb{B} \Rightarrow \mathbb{C})] \Leftrightarrow (\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{C})$.

9) Date le matrici $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{Vmatrix}$ e $\mathbb{B} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{Vmatrix}$, ed i vettori $\mathbb{X} = \begin{Vmatrix} 2 \\ 1 \\ m \end{Vmatrix}$ e $\mathbb{Y} = \begin{Vmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ k \end{Vmatrix}$, trovare i valori di k ed m per cui risulta: $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X} + \mathbb{B} \cdot \mathbb{Y} = \begin{Vmatrix} 7 \\ 12 \end{Vmatrix}$.

10) Dato il differenziale $\mathrm{d}f(x_0)$ della funzione $f(x) = \log(2x+3)$, se risulta $\mathrm{d}f(x_0) = \frac{1}{30}$ per un incremento $\mathrm{d}x = 0,1$, si determini il valore x_0.

II Appello Sessione Invernale 2018 - Compito $\mathbb{B}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = (x-1)^2 \, e^{2-x}$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x \to 0} \frac{1 - \cos 3x - \operatorname{sen}^2 x}{2x^2}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x^2 + \cos x - 2^{-x}}{2^x + x - \log x}$.
3) Date $f(x) = e^{x-1}$ e $g(x) = 2 - x$, determinare se e dove risulta $f(x) = o(g(x))$ e se e dove risulta $g(x) = o(f(x))$.
4) Data la funzione $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$, sapendo che $f(g(x)) = 2 - \log x$, determinare $g(x)$.
5) Determinare l'espressione del polinomio di Mac Laurin di terzo grado per la funzione $f(x) = x^2 \cdot \log(1 - 3x)$.
6) Determinare il valore del parametro k in modo che risulti $\int_0^2 e^{3-x} + kx \, dx = e^3$.
7) Analizzare la natura dei punti stazionari della funzione $f(x, y) = x^2 - y^3 - 2x^2 y + 3y$.
8) Dopo aver determinato verità o falsità delle proposizioni:
$\mathbb{A}$: la retta $y = 2x + 1$ è perpendicolare alla retta $y = 2 - \frac{1}{2}x$;
$\mathbb{B}$: la retta $3y - 2x = 1$ ha coefficiente angolare $m = -\frac{2}{3}$;
$\mathbb{C}$: la retta $y = ex - e$ passa per i punti $\left(\frac{1}{e}, 0\right)$ e $(2, e)$;
determinare se risulta vera o falsa la proposizione $[(\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B}) \Leftrightarrow (\mathbb{B} \Rightarrow \mathbb{C})] \Rightarrow (\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{C})$.

9) Date le matrici $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & m \end{Vmatrix}$ e $\mathbb{B} = \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{Vmatrix}$, ed i vettori $\mathbb{X} = \begin{Vmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{Vmatrix}$ e $\mathbb{Y} = \begin{Vmatrix} 1 \\ k \\ 1 \\ 2 \end{Vmatrix}$, trovare i valori di m e k per cui risulta: $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X} + \mathbb{B} \cdot \mathbb{Y} = \begin{Vmatrix} 12 \\ 10 \end{Vmatrix}$.

10) Dato il differenziale $\mathrm{d}f(x_0)$ della funzione $f(x) = \log(3x+2)$, se risulta $\mathrm{d}f(x_0) = \frac{1}{10}$ per un incremento $\mathrm{d}x = 0,2$, si determini il valore x_0.

Appello Sessione Straordinaria I 2018

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{(1+x)^5}-1}{5x}$; $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2-\log(1+x)+2^x}{2^{-x}+2x-\operatorname{sen}x}$.

3) Data $f(x)=\dfrac{1-e^x}{2+e^x}$, se ne determini il campo d'esistenza, dove risulta invertibile, nonchè dominio, codominio ed espressione della sua funzione inversa.

4) Date $f(x)=e^{3x+1}$ e $g(x)=3-2x$, determinare l'espressione della funzione composta $F(x)=f(g(x))-g(f(x))$ e calcolare poi la funzione derivata di $F(x)$.

5) Determinare l'espressione del polinomio di Mac Laurin di secondo grado per la funzione $f(x)=\log\left(1+e^{2x}\right)$.

6) Determinare il valore del parametro k in modo che risulti $\displaystyle\int_1^2 2k-\frac{1}{x}\,dx=3\log 2$.

7) Analizzare la natura dei punti stazionari della funzione $f(x,y)=x^2+y^2+2xy^2-x$.

8) Dopo aver determinato verità o falsità delle proposizioni:

$\mathbb{A}$: il grafico della parabola di equazione $y=1-x-x^2$ sta tutto al di sotto dell'asse delle ascisse;

$\mathbb{B}$: le rette di equazione $2x-3y=1$ e $3x-2y=-1$ sono perpendicolari;

$\mathbb{C}$: la retta di equazione $y=(\cos\pi)\,x-1$ non passa per il punto $(1,2)$;

determinare se risulta vera o falsa la proposizione $[(non\,\mathbb{A}\,o\,\mathbb{B})\,e\,(\mathbb{B}\Rightarrow\mathbb{C})]\Leftrightarrow(\mathbb{C}\Rightarrow\mathbb{A})$.

9) Data la matrice $\mathbb{A}=\begin{Vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{Vmatrix}$, detta $\mathbb{A}^{\mathrm{T}}$ la sua trasposta, si determini se esistono vettori $\mathbb{V}=\begin{Vmatrix} x \\ y \end{Vmatrix}\in\mathbb{R}^2$ tali che il vettore $\mathbb{A}\cdot\mathbb{A}^{\mathrm{T}}\cdot\mathbb{V}$ risulti perpendicolare a $\mathbb{Y}=(1,2)$ e di modulo pari a $\sqrt{5}$.

10) Dato il differenziale $\mathrm{d}f(x)$ della funzione $f(x)=e^{3x-1}$, se risulta $\mathrm{d}f(0)=\dfrac{1}{10}$ si determini il valore dell'incremento $\mathrm{d}x$.

I Appello Sessione Estiva 2018

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x)=x^3\,e^{x-1}$.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{sen}(\log(1+x))}{\log(1+\operatorname{sen}x)}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{5+x}{4+x}\right)^{1-x}$.

3) Date $f(x)=\dfrac{x-3}{x+2}$ e $g(x)=\dfrac{x+6}{x-1}$, sia $F(x)=f(g(x))$. Determinare il suo campo d'esistenza, dove risulta invertibile, e l'espressione della sua funzione inversa.

4) Disegnare un possibile esempio di grafico per una funzione sempre continua che soddisfi alle tre seguenti definizioni di limite:

a) $\forall\,\varepsilon\;\exists\,\delta(\varepsilon):x<\delta(\varepsilon)\Rightarrow f(x)<\varepsilon$;

b) $\forall\,\varepsilon>0\;\exists\,\delta(\varepsilon):|x|<\delta(\varepsilon)\Rightarrow|f(x)|<\varepsilon$;

c) $\forall\,\varepsilon>0\;\exists\,\delta(\varepsilon):x>\delta(\varepsilon)\Rightarrow-\varepsilon<f(x)<0$.

5) Data la proposizione $\mathbb{P}:[(\mathbb{A}\Rightarrow non\,\mathbb{B})\Leftrightarrow(non\,\mathbb{A}\,o\,\mathbb{X})]$, determinare una proposizione $\mathbb{X}$ tale che $\mathbb{P}$ risulti una tautologia.

6) Determinare il valore del parametro $k>0$ in modo che risulti $\displaystyle\int_0^k \frac{x}{x^2+1}\,dx=1$.

7) Date le matrici $\mathbb{A}=\begin{Vmatrix}1&1\\0&1\end{Vmatrix}$, $\mathbb{B}=\begin{Vmatrix}0&1\\1&1\end{Vmatrix}$ e $\mathbb{C}=\begin{Vmatrix}1&0\\0&k\end{Vmatrix}$, si determini il valore del parametro k per il quale risulta: $\mathbb{A}\cdot\mathbb{B}\cdot\mathbb{C}+\mathbb{C}\cdot\mathbb{B}\cdot\mathbb{A}=\begin{Vmatrix}1&5\\3&6\end{Vmatrix}$.

8) Analizzare la natura dei punti stazionari della funzione $f(x,y)=2xy^2-2x^2+3x-6y^2$.

9) Data la funzione $f(x)=(x-k)\cdot\log(x-k)$ determinare il valore del parametro k per il quale la funzione ammette un punto di minimo in $x=5$.

10) Siano dati la funzione $f(x)=\log(1+3x)$ ed i tre intervalli: $[0,1],[1,2],[2,3]$. In un certo punto x_0 la retta tangente al grafico della funzione ha coefficiente angolare $m=\dfrac{33}{56}$. Determinare, giustificando adeguatamente la risposta, a quale dei tre intervalli appartiene il punto x_0.

II Appello Sessione Estiva 2018

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x)=\dfrac{e^x}{e^x+1}$.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{\mathrm{sen}^2\,3x}{1-\cos x}$; $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\frac{\log(1-x)-2x}{\sqrt{1-x}+3x}$.

3) Data $f(x)=\dfrac{e^x}{e^x+1}$, determinare dove risulta invertibile, nonchè dominio, codominio ed espressione della sua funzione inversa.

4) Determinare i punti di massimo e di minimo della funzione $f(x)=x^5\cdot e^{-x}$.

5) Date le quattro proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$, $\mathbb{C}$ e $\mathbb{D}$, si costruiscano le tavole di verità della proposizione $\mathbb{P}:[(\mathbb{A}\,e\,\mathbb{B})\Rightarrow(non\,\mathbb{C}\,o\,\mathbb{D})]$, nell'ipotesi che le proposizioni $\mathbb{C}$ e $\mathbb{D}$ siano sempre vere.

6) Determinare se esiste un valore del parametro k per cui risulta $\displaystyle\int_0^1 x-e^{kx}\,dx=\frac{1}{2}$.

7) Data la funzione $f(x,y,z)=x\log y-y\,e^{z-x}-\cos(1+x-2z)$, si calcoli $\nabla f(1,1,1)$.

8) Dati la matrice $\mathbb{A}=\begin{Vmatrix}1&k&0\\1&-1&2\end{Vmatrix}$ ed il vettore $\mathbb{X}=\begin{Vmatrix}1\\1\\k\end{Vmatrix}$, si determinino i valori del parametro k per i quali rispettivamente:

a) il vettore $\mathbb{A}\cdot\mathbb{X}$ risulta parallelo al vettore $\mathbb{Y}=(3,4)$;

b) il vettore $\mathbb{A}\cdot\mathbb{X}$ risulta perpendicolare al vettore $\mathbb{Y}=(3,4)$;

c) il vettore $\mathbb{A}\cdot\mathbb{X}$ ha modulo uguale a 1.

9) Data la funzione $f(x)=e^x+k$, determinare il valore del parametro k per il quale la funzione ha, in un punto opportuno x_0, come retta tangente al suo grafico la retta che passa per i punti $(1,3)$ e $(2,5)$.

10) Date le funzioni $f(x)=\dfrac{x}{x+2}$ e $g(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$, si determini se e dove esse risultano asintoticamente equivalenti, o dove una delle due risulti trascurabile rispetto all'altra.

I Appello Sessione Autunnale 2018

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = x - 1 + \dfrac{1}{x}$.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\log(1+2x)}{\log(1+3x)}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^{x-x^2} - 1}{x}$.

3) Data $f(x) = x^2 - kx + 1$, determinare il valore del parametro k sapendo che $y = 3x$ è l'equazione della retta tangente al grafico della funzione nel punto $x = 1$.

4) Verificare se e dove può risultare che $e^x = o(x)$.

5) Determinare gli intervalli di crescenza e di decrescenza nonchè i punti di massimo e di minimo della funzione $f(x) = e^{1-2x^3+9x^2-12x}$.

6) Calcolare $\displaystyle\int_0^{\pi} 3\,\mathrm{sen}\,x - 2\cos x\,dx$.

7) Dati la matrice $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ k & 0 & 1 \end{Vmatrix}$ ed il vettore $\mathbb{X} = \begin{Vmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{Vmatrix}$, si determinino i valori del parametro k per i quali rispettivamente:
a) il vettore $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X}$ risulta parallelo al vettore $\mathbb{Y}_1 = (4, 0, 3)$;
b) il vettore $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X}$ risulta perpendicolare al vettore $\mathbb{Y}_2 = (1, 2, -1)$;
c) il vettore $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X}$ ha modulo uguale a $\sqrt{5}$.

8) Date due generiche proposizioni $\mathbb{A}$ e $\mathbb{B}$, si determini un opportuno connettivo logico da sostituire al simbolo $\square$ affinchè la proposizione $\mathbb{P} : [(\mathbb{A} \Rightarrow non\,\mathbb{B}) \Leftrightarrow (\mathbb{B} \,\square\, non\,\mathbb{A})]$ risulti una tautologia.

9) Determinare se la funzione $f(x, y) = \log x + \log y - x - y$ ammette punti di massimo e/o minimo relativo.

10) Date le funzioni $f(x) = e^{3x} - 1$, $g(x) = 1 - 2x$ e $h(x) = 1 - x^2$, si determini l'espressione della funzione composta $F(x) = f(g(h(x)))$ e se ne calcoli poi la funzione derivata.

II Appello Sessione Autunnale 2018

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = x^2 - 2\log x$.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1 - \cos 2x}{1 - \cos x}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x - 3^{1-x}}{x + \mathrm{sen}\,x}$.

3) Data $f(x) = \dfrac{1}{1 - \log x}$, analizzare i suoi punti di discontinuità, sia all'interno che sulla frontiera del Campo di esistenza.

4) Data la funzione $f(x) = 3x^3 - 9x^2 + 3x + 5$. si verifichi se e dove la retta di equazione $y = 3x + 5$ può risultare tangente al grafico di tale funzione.

5) Calcolare $\displaystyle\int_0^1 e^x - e^{1-x}\,dx$.

6) Date le funzioni $f(x) = \log(1 - 3x)$ e $g(x) = 2x - 3$, si determini l'espressione della funzione composta $F(x) = f(g(x))$, se ne determini il Campo di esistenza, dove risulta invertibile nonchè l'espressione della sua funzione inversa.

7) Data la funzione $f(x) = e^{3x} - \cos 2x$, determinare l'espressione del suo polinomio di MacLaurin di terzo grado.

8) Date le matrici $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & k \end{Vmatrix}$ e $\mathbb{B} = \begin{Vmatrix} 1 & k \\ k & 1 \\ 0 & 1 \end{Vmatrix}$ ed il vettore $\mathbb{X} = \begin{Vmatrix} 1 \\ 1 \end{Vmatrix}$, determinare se esistono valori del parametro k per i quali il vettore $\mathbb{A} \cdot \mathbb{B} \cdot \mathbb{X}$ risulta perpendicolare al vettore $\mathbb{Y} = \begin{Vmatrix} 1 \\ -1 \end{Vmatrix}$.

9) Date tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, verificare se risultano logicamente equivalenti le due proposizioni: $P_1 : non\,(\mathbb{A}\,o\,(\mathbb{B}\,e\,\mathbb{C}))$ e $P_2 : [non\,(\mathbb{A}\,o\,\mathbb{B})]\,o\,[non\,(\mathbb{A}\,o\,\mathbb{C})]$.

10) Determinare se la funzione $f(x,y) = x^3 - y^2 - 3x + 6y$ ammette punti di massimo e/o minimo relativo.