# COMPITI DI ANALISI MATEMATICA
# AA. 2018/19

## Prova Intermedia 2018

I M 1) Calcolare le radici cubiche del numero $z = \dfrac{e^{\left(\log\sqrt{2}+i\,\frac{\pi}{4}\right)}}{1-i}$.

I M 2) Data la funzione $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2\,|\,y\,| + y^2\,|\,x\,|}{x^2+y^2} & : (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & : (x,y) = (0,0) \end{cases}$, determinare se la funzione, nel punto $(0,0)$, risulta continua e poi se risulta differenziabile.

I M 3) Data la funzione $f(x,y) = xe^{y-x} + ye^{x-y}$ e il versore $v = (\cos\alpha, \operatorname{sen}\alpha)$, determinare i valori di $\alpha$ tali per cui la derivata direzionale $D_v f(0,0)$ è nulla, e per tali valori di $\alpha$ si calcoli $D^2_{v,-v} f(0,0)$.

I M 4) L'equazione $f(x,y) = ye^{x^2+x} + xe^{y-y^2} = 0$, soddisfatta nel punto $(-1,1)$, definisce una funzione implicita che presenta un punto stazionario. Determinare la natura di tale punto stazionario.

I M 5) Dato il sistema $\begin{cases} f(x,y,z) = x\log y - y\log z + x\,z = 0 \\ g(x,y,z) = x^3y - y^3z + xz^3 + 1 = 0 \end{cases}$ ed il punto $\mathrm{P} = (0,1,1)$ che lo soddisfa, determinare una funzione implicita con esso definibile e di questa calcolare le derivate prime e l'equazione della retta tangente nel punto opportuno.

## I Appello Sessione Invernale 2019

I M 1) Determinare le radici cubiche del numero complesso $z = e^{1+3\pi i}$.

I M 2) Analizzare la differenziabilità della funzione $f(x,y) = x\sqrt{x^2+y^2}$ nel punto $(0,0)$.

I M 3) Data l'equazione $f(x,y,z) = x\operatorname{sen} y - y\cos z + x^2 z = 0$, soddisfatta nel punto $P = (1,0,0)$, determinare le derivate parziali del primo ordine dell'unica funzione implicita definibile con tale equazione avente l'opportuna variabile dipendente.

I M 4) Data la funzione $f(x,y) = x\,e^{y-x}$ ed il versore $v = (\cos\alpha, \operatorname{sen}\alpha)$, si determinino i valori del parametro $\alpha$ per i quali risulta $D_v f(1,1) = 0$.

II M 1) Risolvere il problema $\begin{cases} \text{Max/min } f(x,y) = x+y \\ \text{s.v. } x^2 \le y \le 1 - x^2 \end{cases}$.

II M 2) Data la matrice Hessiana $\mathbb{H} = \begin{Vmatrix} k & 0 \\ 0 & k-1 \end{Vmatrix}$ calcolata in un certo punto stazionario, determinare, al variare del parametro $k$, la natura di tale punto stazionario.

II M 3) Risolvere il problema di Cauchy: $\begin{cases} y' \cdot (1+x^2) = xy \\ y(0) = 1 \end{cases}$.

II M 4) Calcolare $\displaystyle\iint_D \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$ con $D = \left\{(x,y) : 1 \le y\,; x^2+y^2 \le 2y\right\}$.

## II Appello Sessione Invernale 2019

I M 1) Calcolare la somma delle radici dell'equazione $x^6 + x^2 = 0$.

I M 2) Verificare se la funzione $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^3-y^3}{x^2+y^2} & (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & (x,y)=(0,0)\end{cases}$ risulta differenziabile nel punto $(0,0)$.

I M 3) Dato il sistema: $\begin{cases} f(x,y,z,w)=x\,e^y-y\,e^z-z\,e^w+w\,e^x=0\\ g(x,y,z,w)=xyz-yzw-xzw+xyw=0\end{cases}$, si determini una funzione implicita definibile con esso in un intorno del punto $\mathrm{P}_0=(1,1,1,1)$ e di questa funzione si calcolino le derivate prime.

I M 4) Data la funzione $f(x,y)=x\,e^{y-x}-y\,e^{x-y}$ ed il versore $v=(\cos\alpha,\operatorname{sen}\alpha)$, si determinino i valori del parametro $\alpha$ per i quali risulta $D_vf(1,1)=D_vf(0,0)$.

II M 1) Risolvere il problema $\begin{cases}\text{Max/min } f(x,y)=xy^2-x^2-y^2\\ \text{s.v. } x^2+y^2\leq 1\end{cases}$.

II M 2) Risolvere il sistema di equazioni differenziali: $\begin{cases}x'=y+t^2\\ y'=t-x\end{cases}$

II M 3) Determinare le soluzioni dell'equazione differenziale: $y'''=y$.

II M 4) Calcolare $\displaystyle\iint_{\mathbb{Q}} x\cdot\frac{\operatorname{sen} y}{y}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, dove $\mathbb{Q}=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\colon 0<x\leq 1,\, x^2\leq y\leq x\right\}$, verificando preliminarmente l'integrabilità della funzione stessa.

## Appello Sessione Straordinaria I 2019

I M 1) Se $z=(1-i)^3$, calcolare $\sqrt{z}$.

I M 2) Data la funzione $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^\alpha y}{x^2+y^2} & (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & (x,y)=(0,0)\end{cases}$ determinare per quali valori del parametro $\alpha$ essa risulta differenziabile nel punto $(0,0)$.

I M 3) Dato il sistema: $\begin{cases} f(x,y,z)=x\,e^y+y\,e^z-2exz=0\\ g(x,y,z)=\log xy-\log yz+\log xz=0\end{cases}$, si determini una funzione implicita definibile con esso in un intorno del punto $\mathrm{P}_0=(1,1,1)$ e di questa funzione si calcolino le derivate prime.

I M 4) Data la funzione $f(x,y)=x^2y-xy^2$, sia $w$ il versore di $(1,1)$ e preso poi il versore $v=(\cos\alpha,\operatorname{sen}\alpha)$, determinare i valori del parametro $\alpha$ per i quali risulta $D^2_{v,w}f(1,1)=0$.

II M 1) Risolvere il problema $\begin{cases}\text{Max/min } f(x,y,z)=x^2+y^2+z^2-y+z\\ \text{s.v.: } \begin{cases}x-y+z=1\\ x+y-z=1\end{cases}\end{cases}$.

II M 2) Risolvere il sistema di equazioni differenziali: $\begin{cases}x'=x-y-1\\ y'=x+y+1\end{cases}$.

II M 3) Risolvere il problema di Cauchy: $\begin{cases}y''-y=e^x\\ y(0)=1\\ y'(0)=0\end{cases}$.

II M 4) Calcolare $\displaystyle\iint_{\mathbb{Q}} 2xy\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, dove $\mathbb{Q}=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\colon 0\leq x\leq 1; 0\leq y\leq (x-1)^2\right\}$.

## II Appello Sessione Estiva 2019

I M 1) Se $z_1 = e^{-1+3\pi i}$ e $z_2 = e\left(\cos\dfrac{3\pi}{4} + i\,\mathrm{sen}\,\dfrac{3\pi}{4}\right)$, calcolare $\sqrt{z_1 \cdot z_2}$ .

I M 2) Data la funzione $f(x,y) = \left|x^2 - y^2\right|$ determinare se essa risulta differenziabile nel punto $(0,0)$.

I M 3) Data l'equazione $f(x,y,z) = x\,e^{y-z} - y\,e^{x-z} = 0$, soddisfatta in $P = (0,0,0)$, determinare le derivate parziali del primo ordine di una funzione implicita definibile con tale equazione avente l'opportuna variabile dipendente. Di tale funzione implicita si determini poi il differenziale totale del II ordine.

I M 4) Data la funzione $f(x,y) = x\,e^y - y\,e^x$, e dato il versore $v = (\cos\alpha, \mathrm{sen}\,\alpha)$, determinare i valori di $\alpha$ per i quali risulta $D^2_{v,v}f(1,1) = 0$.

II M 1) Risolvere il problema $\begin{cases} \text{Max/min } f(x,y) = x\,y^2 \\ \text{s.v.: } \begin{cases} 3y + x - 3 \le 0 \\ 0 \le x \\ 0 \le y \end{cases} \end{cases}$ .

II M 2) Risolvere il sistema di equazioni differenziali: $\begin{cases} x' = x - y + t \\ y' = x - t \end{cases}$ .

II M 3) Risolvere il problema di Cauchy: $\begin{cases} (x^2 + 4x + 1)\,y' = (x+2)(1+y^2) \\ y(0) = 1 \end{cases}$ .

II M 4) Calcolare $\displaystyle\iint_{\mathbb{Q}} xy\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, dove $\mathbb{Q} = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \colon 1 - x \le y\,;\, x^2 + y^2 \le 1\right\}$.

## II Appello Sessione Autunnale 2019

I M 1) Calcolare $\sqrt{\dfrac{2(1-i)(2+3i)}{(5+i)(1+i)}}$ .

I M 2) Determinare se la funzione $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\mathrm{sen}^2\,(xy)}{x^2+y^2} & (x,y) \ne (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$ risulta differenziabile nel punto $(0,0)$.

I M 3) Data l'equazione $f(x,y) = x^3y + xy^2 - 2y = 0$ ed il punto $\mathrm{P}_0 = (1,1)$ che la soddisfa, determinare derivata prima e seconda della funzione implicita $x \to y(x)$ definibile con esso e l'espressione del polinomio di Taylor di II grado nel punto opportuno.

I M 4) Data $f(x,y) = x\,y^3 - 3x^2 + 3x - 2y$ e $P_0 = (1,-2)$, calcolare $\mathcal{D}_v f(0,0)$, dove $v$ rappresenta la direzione che dall'origine $(0,0)$ porta a $P_0$.

II M 1) Risolvere il problema $\begin{cases} \text{Max/min } f(x,y) = y\,(x-1) \\ \text{s.v.: } \begin{cases} x^2 - y - 1 \le 0 \\ y \le 0 \end{cases} \end{cases}$ .

II M 2) Determinare, al variare del parametro $k$, la natura dei punti stazionari della funzione $f(x,y) = x^3 - kxy + y^2$.

II M 3) Risolvere il problema di Cauchy: $\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = x + e^x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$ .

II M 4) Calcolare $\displaystyle\iint_{\mathbb{Q}} x^2y\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, dove $\mathbb{Q} = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \colon |x| \le y\,;\, x^2 + y^2 \le 1\right\}$.