COMPITI DI MATEMATICA GENERALE AA. 2018/19

Prova Intermedia Anno 2018-Compito $\mathbb{A}1$

1) Sia data una funzione che soddisfa ai seguenti limiti:
a) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0^-$ b) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=+\infty$ c) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$.
Si enuncino le corrispondenti definizioni metriche di tali limiti e si disegni un possibile esempio di grafico per tale funzione.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\log(1+\operatorname{sen}^2 x)}{3^{x^2}-\cos 3x}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{5+x^2}{3+x^2}\right)^{1+2x^2}$.
3) Se $f(g(x))=3x-1$ si determini l'espressione della funzione $F(x)=g(\log_2 x)$ nell'ipotesi che sia $f(x)=\dfrac{x-1}{x+2}$ e si determini poi l'espressione dell'inversa della funzione $F(x)$.
4) Data la retta di equazione $y=2x+3$ si determini il valore dell'area della figura contenuta nel primo quadrante e compresa tra gli assi coordinati, la retta data e la sua perpendicolare nel punto di ascissa $x=3$.
5) Date due generiche proposizioni $\mathbb{A}$ e $\mathbb{B}$, si considerino le due proposizioni $P_1:(\mathbb{A}\Leftrightarrow\mathbb{B})$ e $P_2:(\mathbb{A}\, o\, non\, \mathbb{B})$. Usando opportuno connettivo logico, si costruisca la proposizione P che esprime P_1 come condizione sufficiente per P_2 e si costruisca quindi la tavola di verità della negazione della proposizione P.

Prova Intermedia Novembre 2018-Compito $\mathbb{B}1$

1) Sia data una funzione che soddisfa ai seguenti limiti:
a) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ b) $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=-\infty$ c) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1^+$.
Si enuncino le corrispondenti definizioni metriche di tali limiti e si disegni un possibile esempio di grafico per tale funzione.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{1+x^2}-\cos 2x}{\operatorname{arctg}^2 x}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{3+x^2}{2+x^2}\right)^{1+3x^2}$.
3) Se $f(g(x))=2x+1$ si determini l'espressione della funzione $F(x)=g(2^x)$ nell'ipotesi che sia $f(x)=\dfrac{x+3}{x-2}$ e si determini poi l'espressione dell'inversa della funzione $F(x)$.
4) Data la retta di equazione $y=3x+1$ si determini il valore dell'area della figura contenuta nel primo quadrante e compresa tra gli assi coordinati, la retta data e la sua perpendicolare nel punto di ascissa $x=2$.
5) Date due generiche proposizioni $\mathbb{A}$ e $\mathbb{B}$, si considerino le due proposizioni $P_1:(\mathbb{A}\, e\, \mathbb{B})$ e $P_2:(\mathbb{A}\Leftrightarrow non\, \mathbb{B})$. Usando opportuno connettivo logico, si costruisca la proposizione P che esprime P_1 come condizione necessaria per P_2 e si costruisca quindi la tavola di verità della negazione della proposizione P.

Prova Intermedia Novembre 2018-Compito $\mathbb{C}1$

1) Sia data una funzione che soddisfa ai seguenti limiti:

a) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ b) $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=+\infty$ c) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$.
Si enuncino le corrispondenti definizioni metriche di tali limiti e si disegni un possibile esempio di grafico per tale funzione.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\log\left(1+\operatorname{arctg}^2 x\right)}{2^{x^2}-\cos 2x}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{4+x^2}{3+x^2}\right)^{1+4x^2}$.
3) Se $f(g(x))=2x-3$ si determini l'espressione della funzione $F(x)=g(\log_3 x)$ nell'ipotesi che sia $f(x)=\dfrac{x+3}{x-1}$ e si determini poi l'espressione dell'inversa della funzione $F(x)$.
4) Data la retta di equazione $y=x+5$ si determini il valore dell'area della figura contenuta nel primo quadrante e compresa tra gli assi coordinati, la retta data e la sua perpendicolare nel punto di ascissa $x=4$.
5) Date due generiche proposizioni $\mathbb{A}$ e $\mathbb{B}$, si considerino le due proposizioni $P_1:(\mathbb{A}\, o\, \mathbb{B})$ e $P_2:(\mathbb{A}\Rightarrow non\,\mathbb{B})$. Usando opportuno connettivo logico, si costruisca la proposizione P che esprime P_1 come condizione sufficiente per P_2 e si costruisca quindi la tavola di verità della negazione della proposizione P.

Prova Intermedia Novembre 2018-Compito $\mathbb{D}1$

1) Sia data una funzione che soddisfa ai seguenti limiti:
a) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ b) $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=0$ c) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1^-$.
Si enuncino le corrispondenti definizioni metriche di tali limiti e si disegni un possibile esempio di grafico per tale funzione.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[4]{1+x^2}-\cos 3x}{\operatorname{arcsen}^2 x}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{4+x^2}{2+x^2}\right)^{1+5x^2}$.
3) Se $f(g(x))=3x-2$ si determini l'espressione della funzione $F(x)=g(3^x)$ nell'ipotesi che sia $f(x)=\dfrac{x-1}{x+3}$ e si determini poi l'espressione dell'inversa della funzione $F(x)$.
4) Data la retta di equazione $y=2x+2$ si determini il valore dell'area della figura contenuta nel primo quadrante e compresa tra gli assi coordinati, la retta data e la sua perpendicolare nel punto di ascissa $x=2$.
5) Date due generiche proposizioni $\mathbb{A}$ e $\mathbb{B}$, si considerino le due proposizioni $P_1:(\mathbb{A}\Rightarrow\mathbb{B})$ e $P_2:(non\,\mathbb{A}\, e\, \mathbb{B})$. Usando opportuno connettivo logico, si costruisca la proposizione P che esprime P_1 come condizione necessaria per P_2 e si costruisca quindi la tavola di verità della negazione della proposizione P.

Prova Intermedia Anno 2018-Compito $\mathbb{A}2$

1) Disegnare un possibile grafico per una funzione che:
a) sulla sinistra tenda da sopra ad un asintoto orizzontale di equazione $y=-1$;
b) abbia un punto di discontinuità di II specie in $x=1$;
c) sulla destra abbia un asintoto obliquo di equazione $y=2x-1$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\left(1+\operatorname{tg} x^2\right)^2-\cos x}{3x^2}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{1+x^2}{1+2x^2}\right)^{\frac{x-1}{1-2x}}$.

3) Sapendo che $f^{-1}(x)=3^{x-1}$ e $g^{-1}(x)=\dfrac{1-x}{x+1}$ determinare l'espressione della funzione $F(x)=g(f(x))$ e della sua inversa.
4) Date due generiche proposizioni $\mathbb{A}$ e $\mathbb{B}$, si considerino le tre proposizioni $P_1:(\mathbb{A}\Rightarrow\mathbb{B})$, $P_2:(non\,\mathbb{A}\,e\,\mathbb{B})$ e $P_3:(\mathbb{A}\,o\,\mathbb{B})$. Si costruisca la proposizione P che esprime P_1 come condizione necessaria e sufficiente per $(P_2\Rightarrow P_3)$ e se ne costruisca quindi la tavola di verità.
5) Data la retta di equazione $y=2x$ si determini il valore dell'area della figura contenuta nel primo quadrante e compresa tra tale retta, la sua perpendicolare nel punto $(2,4)$, la retta di equazione $x=3$ e l'asse delle ascisse.

Prova Intermedia Novembre 2018-Compito $\mathbb{B}2$

1) Disegnare un possibile grafico per una funzione che:
a) sulla sinistra tenda da sopra ad un asintoto obliquo di equazione $y=-x-1$;
b) abbia un punto di discontinuità di I specie in $x=0$;
c) sulla destra abbia un asintoto orizzontale di equazione $y=2$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 0}\frac{3^{\operatorname{sen}^2 x}-\cos 2x}{x^2}\ ;\ \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{3+2x^2}{1+x^2}\right)^{\frac{x^2}{1-2x}}.$$

3) Sapendo che $f^{-1}(x)=\log_3(x-1)$ e $g^{-1}(x)=\dfrac{x+2}{x-1}$ determinare l'espressione della funzione $F(x)=f(g(x))$ e della sua inversa.
4) Date due generiche proposizioni $\mathbb{A}$ e $\mathbb{B}$, si considerino le tre proposizioni $P_1:(\mathbb{B}\Leftrightarrow\mathbb{A})$, $P_2:(\mathbb{A}\,e\,\mathbb{B})$ e $P_3:(\mathbb{A}\,o\,non\,\mathbb{B})$. Si costruisca la proposizione P che esprime $(P_1\,e\,P_2)$ come condizione sufficiente per P_3 e se ne costruisca quindi la tavola di verità.
5) Data la retta di equazione $y=3x$ si determini il valore dell'area della figura contenuta nel primo quadrante e compresa tra tale retta, la sua perpendicolare nel punto $(2,6)$, la retta di equazione $x=3$ e l'asse delle ascisse.

Prova Intermedia Novembre 2018-Compito $\mathbb{C}2$

1) Disegnare un possibile grafico per una funzione che:
a) sulla sinistra tenda da sotto ad un asintoto orizzontale di equazione $y=2$;
b) abbia un asintoto verticale in $x=0$;
c) sulla destra abbia un asintoto obliquo di equazione $y=1-2x$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 0}\frac{[1+\log(1+x)]^2-\operatorname{sen}3x-1}{x}\ ;\ \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1+3x^2}{1+2x^2}\right)^{\frac{x^2-1}{2x}}.$$

3) Sapendo che $f^{-1}(x)=\dfrac{3-x}{2-x}$ e $g^{-1}(x)=2^{x+1}$ determinare l'espressione della funzione $F(x)=g(f(x))$ e della sua inversa.
4) Date due generiche proposizioni $\mathbb{A}$ e $\mathbb{B}$, si considerino le tre proposizioni $P_1:(\mathbb{A}\,o\,\mathbb{B})$, $P_2:(\mathbb{A}\Rightarrow\mathbb{B})$ e $P_3:(non\,\mathbb{A}\,e\,\mathbb{B})$. Si costruisca la proposizione P che esprime P_1 come condizione necessaria per $(P_2\Rightarrow P_3)$ e se ne costruisca quindi la tavola di verità.
5) Data la retta di equazione $y=2x$ si determini il valore dell'area della figura contenuta nel primo quadrante e compresa tra tale retta, la sua perpendicolare nel punto $(3,6)$, la retta di equazione $x=5$ e l'asse delle ascisse.

Prova Intermedia Novembre 2018-Compito $\mathbb{D}2$

1) Disegnare un possibile grafico per una funzione che:
a) sulla sinistra tenda da sotto ad un asintoto obliquo di equazione $y = 1 - x$;
b) abbia un punto di discontinuità di II specie in $x = 0$;
c) sulla destra abbia un asintoto orizzontale di equazione $y = -2$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x \to 0} \frac{\cos 3x - \cos 2x}{5x^2}$; $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{3 + 2x^2}{1 + 3x^2} \right)^{\frac{x}{1-2x}}$.
3) Sapendo che $f^{-1}(x) = \frac{2 - x}{x - 1}$ e $g^{-1}(x) = \log_2 (x + 2)$ determinare l'espressione della funzione $F(x) = f(g(x))$ e della sua inversa.
4) Date due generiche proposizioni $\mathbb{A}$ e $\mathbb{B}$, si considerino le tre proposizioni $P_1 : (\mathbb{A} \Leftrightarrow \mathbb{B})$, $P_2 : (\mathbb{A} \Leftrightarrow non\, \mathbb{B})$ e $P_3 : (\mathbb{A}\, o\, \mathbb{B})$. Si costruisca la proposizione P che esprime $(P_1\, e\, P_2)$ come condizione sufficiente per P_3 e se ne costruisca quindi la tavola di verità.
5) Data la retta di equazione $y = 3x$ si determini il valore dell'area della figura contenuta nel primo quadrante e compresa tra tale retta, la sua perpendicolare nel punto $(3, 9)$, la retta di equazione $x = 6$ e l'asse delle ascisse.

I Appello Sessione Invernale 2019 - Compito $\mathbb{A}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = \left(x^2 - 2x - 3\right) \cdot e^x$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x \to 0} (1 - 3x)^{\frac{1}{2x}}$; $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{1 + 3x + x^2}{2x + 1} \right)^{\frac{1+x^2}{1-x}}$.
3) Determinare il valore di α per il quale $\lim_{x \to 0} \frac{x - \operatorname{sen} x}{x^\alpha}$ esiste finito e diverso da zero.
4) Determinare il punto x_0 nel quale la retta tangente al grafico della funzione $f(x) = e^{3-2x}$ risulta perpendicolare alla retta di equazione $y = \frac{1}{2} x + 2$.
5) Determinare per quale valore di k risulta $\int_0^k e^{3x} - e^{3x-1}\, dx = 2$.
6) Determinare gli eventuali punti di massimo e/o di minimo relativo per la funzione $f(x) = e^{3x} - 3e^{2x} + 2e^x$.
7) Data $f(x, y) = y^2 - x^3 y + 3xy$, se ne determinino gli eventuali punti di massimo e/o minimo relativo.
8) Determinare $\nabla f(0, 0, 0)$ per $f(x, y, z) = x\, e^{y-z} + x \operatorname{sen}(x - 2z) - (x + 2)^{y+1}$.
9) Data la matrice $\mathbb{A} = \left\| \begin{matrix} k & 2 & 1 \\ 2 & k & 2 \\ 1 & 1 & k \end{matrix} \right\|$ ed il vettore $\mathbb{X} = (2, -1, 1)$ si determini per quale valore del parametro k risulta che il vettore $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X}$ è parallelo al vettore $\mathbb{Y} = (2, 10, 4)$ e poi per quale valore del parametro k il vettore $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X}$ risulta invece perpendicolare al vettore $\mathbb{Y}$.
10) Scrivere la tavola di verità della proposizione: $[\mathbb{A} \Rightarrow (\mathbb{B}\, o\, \mathbb{C})] \Leftrightarrow [(\mathbb{A}\, e\, \mathbb{C}) \Rightarrow \mathbb{B}]$ nell'ipotesi che la proposizione $\mathbb{B}$ sia sempre vera.

I Appello Sessione Invernale 2019 - Compito $\mathbb{B}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = \left(x^2 + 2x - 3\right) \cdot e^x$.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$\lim\limits_{x \to 0} (1 - 2x)^{\frac{1}{3x}}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{1 - 3x - x^2}{1 - x}\right)^{\frac{1+x^2}{1+x}}$.

3) Determinare il valore di α per il quale $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x - \log(1+x)}{x^\alpha}$ esiste finito e diverso da zero.

4) Determinare il punto x_0 nel quale la retta tangente al grafico della funzione $f(x) = \log(3x - 1)$ risulta perpendicolare alla retta di equazione $y = 1 - 2x$.

5) Determinare per quale valore di k risulta $\displaystyle\int_0^k e^{2x+1} - e^{2x}\, dx = 3$.

6) Determinare gli eventuali punti di massimo e/o di minimo relativo per la funzione $f(x) = e^{3x} - 3e^{2x} + e^x$.

7) Data $f(x,y) = x^2 - y^3\, x + 3xy$, se ne determinino gli eventuali punti di massimo e/o minimo relativo.

8) Determinare $\nabla f(0,0,0)$ per $f(x,y,z) = x\, e^{y-x} + y\, \mathrm{sen}\,(x - 2z) - (y+1)^{z+2}$.

9) Data la matrice $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} k & 1 & 1 \\ 2 & k & 1 \\ 2 & 1 & k \end{Vmatrix}$ ed il vettore $\mathbb{X} = (1, 2, -1)$ si determini per quale valore del parametro k risulta che il vettore $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X}$ è parallelo al vettore $\mathbb{Y} = (6, 10, 4)$ e poi per quale valore del parametro k il vettore $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X}$ risulta invece perpendicolare al vettore $\mathbb{Y}$.

10) Scrivere la tavola di verità della proposizione: $[(\mathbb{B}\, o\, \mathbb{C}) \Rightarrow \mathbb{A}] \Leftrightarrow [\mathbb{B} \Rightarrow (\mathbb{A}\, e\, \mathbb{C})]$ nell'ipotesi che la proposizione $\mathbb{B}$ sia sempre falsa.

II Appello Sessione Invernale 2019 - Compito $\mathbb{A}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = e^{2x} - e^x - 2$.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\log(1 - 3x)}{3^{3x} - 1}$; $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x - e^{2x} + 2^{-x}}{3^x - 3x}$.

3) Determinare se e dove risulta che $\log x = o(e^x)$.

4) Determinare dove risulta crescente la funzione $f(x) = x^3 \cdot e^{1-x^2}$.

5) Determinare dove risulta convessa la funzione $f(x) = \dfrac{\log x - 1}{\log x}$.

6) Tra tutte le primitive della funzione $f(x) = x \cdot e^{2-x^2}$ determinare quella il cui grafico passa per il punto $(0, 2)$.

7) Data $f(x,y) = x^2 - y^3 + 3y$, se ne determinino gli eventuali punti di massimo e/o minimo relativo.

8) Data la funzione $f(x) = x^2 - 3x + 2$ e date tre rette di coefficiente angolare rispettivamente $\dfrac{2}{3}, \dfrac{4}{3}$ e $\dfrac{10}{3}$, determinare quale di queste tre rette è tangente al grafico della $f(x)$ in un punto x_0 dell'intervallo $[2, 3]$, giustificando adeguatamente la risposta e determinando x_0.

9) Data la matrice $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} 2 & k \\ k & 1 \end{Vmatrix}$, determinare il valore di k per cui si ha $\mathbb{A} \cdot \mathbb{A} = \begin{Vmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{Vmatrix}$.

10) Stabilire se la proposizione $[(\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B})\, e\, (\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{C})] \Rightarrow (\mathbb{B}\, o\, \mathbb{C})$ risulta una tautologia.

II Appello Sessione Invernale 2019 - Compito $\mathbb{B}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = e^{2x} - 3e^{x} + 2$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2^{4x}-1}{\log(1-2x)}$; $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{2x - e^{2x} + 3^{-x}}{x - 2^{1-x}}$.
3) Determinare se e dove risulta che $e^{x} = o(\log x)$.
4) Determinare dove risulta crescente la funzione $f(x) = x^{2} \cdot e^{1-x^{3}}$.
5) Determinare dove risulta convessa la funzione $f(x) = \dfrac{1+\log x}{\log x}$.
6) Tra tutte le primitive della funzione $f(x) = x \cdot e^{1+2x^{2}}$ determinare quella il cui grafico passa per il punto $(0,3)$.
7) Data $f(x,y) = x^{3} - y^{2} - 3x$, se ne determinino gli eventuali punti di massimo e/o minimo relativo.
8) Data la funzione $f(x) = x^{2} - 2x + 5$ e date tre rette di coefficiente angolare rispettivamente $1, \dfrac{7}{3}$ e $\dfrac{13}{3}$, determinare quale di queste tre rette è tangente al grafico della $f(x)$ in un punto x_0 dell'intervallo $[3,5]$, giustificando adeguatamente la risposta e determinando x_0.
9) Data la matrice $\mathbb{A} = \left\|\begin{matrix} 1 & k \\ k & 2 \end{matrix}\right\|$, determinare il valore di k per cui si ha $\mathbb{A}\cdot\mathbb{A} = \left\|\begin{matrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{matrix}\right\|$.
10) Stabilire se la proposizione $(\mathbb{B}\, e\, \mathbb{C}) \Rightarrow [(\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B})\, o\, (\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{C})]$ risulta una tautologia.

Appello Sessione Straordinaria I 2019

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = \log\left(1+x^{2}\right)$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{3^{-x}-1}{2x}$; $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{\log x - e^{-x}}{x + 2^{1-x}}$.
3) Data la funzione $f(x) = \begin{cases} x+k & : x < -1 \\ 2^{x} & : -1 \le x \le 1 \\ mx+2 & : 1 < x \end{cases}$ determinare il valore dei parametri k ed m in modo che la funzione sia continua su tutto $\mathbb{R}$ e se ne disegni poi il grafico.
4) Sapendo che la retta di equazione $y = k - x$ è tangente nel punto $x = 1$ al grafico della funzione $f(x) = x^{2} - 3x + 5$, si determini il valore del parametro k.
5) Calcolare $\displaystyle\int_{1}^{e} \frac{\log x}{x}\, dx$.
6) Data la funzione $f(x) = e^{3x-1}$, si determini l'espressione della funzione $g(x)$ sapendo che la funzione composta $F(x) = f(g(x))$ è tale che $F(x) = 1 + x^{2}$.
7) Si approssimi la funzione $f(x) = e^{x} \cdot \operatorname{sen} x$ nel punto $x = 0$ con un opportuno polinomio di primo grado.
8) Date le matrici $\mathbb{A} = \left\|\begin{matrix} 1 & 1 & m \\ m & 1 & k \end{matrix}\right\|$, $\mathbb{B} = \left\|\begin{matrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{matrix}\right\|$ e $\mathbb{C} = \left\|\begin{matrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{matrix}\right\|$, determinare se esistono valori dei parametri m e k per i quali risulti $\mathbb{A}\cdot\mathbb{B} = \mathbb{C}$.
9) Data la proposizione $P : \mathbb{A}\, e\, [non\, (\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B})]$ si verifichi se $P \Rightarrow non\, \mathbb{B}$ risulta una tautologia.
10) Calcolare il gradiente della funzione $f(x,y,z) = x \operatorname{sen} \dfrac{y}{z} - x^{y-z}$ nel punto $(1,0,1)$.

$\boxed{\text{I Appello Sessione Estiva 2019}}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = e^{x^2-x}$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{3^{-x}-1}{2^x-1}$; $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(\dfrac{1+2\log x}{1+\log x}\right)^x$.
3) Date le funzioni $f(x) = x^2 - 2x + 1$ e $g(x) = 1 - x$ determinare l'espressione della funzione $F(x) = f(g(x)) - g(f(x))$, determinare dove $F(x)$ risulti invertibile, determinare infine le espressioni delle sue possibili funzioni inverse.
4) Sapendo che la retta di equazione $y = 2x - 1$ è tangente al grafico della funzione $f(x) = x^2 - 4x + k$, si determinino sia il punto x_0 di tangenza che il valore del parametro k.
5) Calcolare $\displaystyle\int_0^1 x\left(1 - 2e^{x^2}\right) dx$.
6) Data la funzione $f(x) = x \cdot e^{1-x^2}$, determinare i suoi punti di massimo e minimo, stabilendo anche se si tratti di estremi relativi o assoluti.
7) Determinare il Campo d'esistenza della funzione $f(x) = \log(\log(\log x))$.
8) Dati i due vettori $\mathbb{X} = (1, 2, 4)$ e $\mathbb{Y} = (-1, 1, -1)$, determinare il valore dei parametri m e k in modo che il vettore $\mathbb{Z} = (m, 1, k)$ sia perpendicolare sia ad $\mathbb{X}$ che ad $\mathbb{Y}$.
9) Data la funzione $f(x, y) = (x - y)\, e^{x+y}$ si determini se essa ammette punti stazionari.
10) Data la proposizione: $P_1 : non\, \mathbb{A}\; e\; (\mathbb{A}\, o\, \mathbb{B})$ si consideri poi la proposizione $P_1 \Rightarrow P_2$. Quale proposizione tra $\mathbb{A}$ e $\mathbb{B}$ va sostituita a P_2 affinchè $P_1 \Rightarrow P_2$ risulti una tautologia ?

$\boxed{\text{II Appello Sessione Estiva 2019}}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = \log\left(x - x^2\right)$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos x}{\sqrt{x^2+1}-1}$; $\lim\limits_{x\to +\infty} (x - \log x)^{\log x - x}$.
3) Disegnare un possibile grafico di una funzione $f(x)$ tale che:
a) è continua $\forall\, x \in \mathbb{R}$;
b) $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = -\infty$ e $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = 0^-$;
c) $f'(x) \leq 0$ in $[-1; 1]$ mentre $f''(x) \geq 0$ in $[0; 3]$.
4) Date le funzioni $f(x) = e^{3x-2}$ e $g(x)$, sapendo che $f(g(x)) = 3x - 5$, si determinino le espressioni della funzione $g(x)$ e della sua inversa.
5) Calcolare $\displaystyle\int_1^2 \frac{x-1}{x+1}\, dx$.
6) Data la funzione $f(x) = x^3 - 3x^2 - 6x + 1$ si determinino i due punti x_1 e x_2 nei quali il coefficiente angolare della retta tangente al grafico della funzione è uguale a 3 e si scrivano poi le equazioni di queste due rette tangenti.
7) Determinare l'espressione del polinomio di Taylor di secondo grado per $f(x) = e^{3x-3}$ nel punto $x = 1$.
8) Analizzare la natura del punto stazionario della funzione $f(x, y) = x^2y^2 - 2xy - y$.
9) Date le matrici $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{Vmatrix}$ e $\mathbb{B} = \begin{Vmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{Vmatrix}$ ed il vettore $\mathbb{X} = (m, 1, k)$, si determini la relazione che deve intercorrere tra m e k affinchè i due vettori $\mathbb{Y}_1 = \mathbb{A} \cdot \mathbb{X}$ e $\mathbb{Y}_2 = \mathbb{B} \cdot \mathbb{X}$ risultino perpendicolari.

10) Date tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, si considerino poi le altre due proposizioni:
$P_1 : \mathbb{A} \Rightarrow (\mathbb{B}\, o\, \mathbb{C})$ e $P_2 : \mathbb{A} \Rightarrow (\mathbb{B}\, e\, \mathbb{C})$.
Quando le proposizioni P_1 e P_2 risultano logicamente equivalenti ?

I Appello Sessione Autunnale 2019

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = x^2 \log^2 x$, sapendo che essa presenta due punti di flesso, passando da convessa a concava e tornando poi ancora convessa.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{sen} 3x - \operatorname{arcsen} 2x}{x}$; $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(x - \log^2 x\right)^{x - \operatorname{sen} x}$.
3) Disegnare un possibile grafico di una funzione $f(x)$ tale che:
a) ha un punto di discontinuità di I specie in $x = 0$;
b) $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = +\infty$ e $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = -1$;
c) $f'(x) < 0$ in $]-\infty; 0[$ mentre $f'(x) > 0$ in $]0; +\infty[$.
4) Data la funzione $f(x)$, sapendo che risulta $f^{-1}(x) = e^{x-2}$, si determini l'espressione della funzione $f(f(x))$.
5) Calcolare $\displaystyle\int_1^e \frac{\log x}{x}\, dx$.
6) Data la funzione $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5x + 1$ si determini il punto nel quale la retta tangente al grafico della funzione è parallela alla retta passante per i due punti $(1, 2)$ e $(2, 4)$ e si scriva poi l'equazione di tale retta tangente.
7) Determinare gli intervalli nei quali risulta convessa la funzione $f(x) = e^{x-x^2}$.
8) Analizzare la natura dei punti stazionari della funzione $f(x, y) = x^3 - 3xy + y^2$.
9) Date le matrici $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} 1 & m & k \\ m & k & -1 \end{Vmatrix}$, $\mathbb{B} = \begin{Vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{Vmatrix}$ e $\mathbb{C} = \begin{Vmatrix} 3 & 3 \\ 0 & 1 \end{Vmatrix}$, determinare il valore dei parametri m e k affinchè risulti $\mathbb{A} \cdot \mathbb{B} = \mathbb{C}$.
10) Date tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, stabilire i casi di verità e di falsità della proposizione $P_1 : (\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{C})\; e\; (\text{non}\, \mathbb{B} \Rightarrow \mathbb{A})$ supponendo per ipotesi che la proposizione $P_2 : (\mathbb{C} \Rightarrow \mathbb{A})$ sia vera.

II Appello Sessione Autunnale 2019

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{7^x - 5^x}{6x}$; $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(1 - \dfrac{1}{3x}\right)^{2x}$.
3) Determinare i punti di discontinuità della funzione $f(x) = \dfrac{x-1}{x^2 - 3x + 2}$ specificandone anche la specie.
4) Date le funzioni $f(x) = 3^{x-1}$ e $g(x) = 2^{x+1}$, determinare l'espressione dell'inversa della funzione $F(x) = f(g(x))$.
5) Calcolare $\displaystyle\int_0^1 e^{3x} - e^{2x}\, dx$.
6) Data la funzione $f(x) = \log 2x$ si determini il punto nel quale la retta tangente al grafico della funzione è perpendicolare alla retta di equazione $y = -3x + 1$.

7) Approssimare la funzione $f(x) = x\, e^{x-1}$ mediante un opportuno polinomio di II grado in un intorno del punto $x = 1$.
8) Determinare il gradiente della funzione $f(x, y, z) = x^{3y} - 3\,\text{sen}(xz) + y^3 z^2$ in $(1, 1, 0)$.
9) Dati $\mathbb{X} = \| x \quad 1 \|$, $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} e^x & 2e^x \\ 1 & -x \end{Vmatrix}$ e $\mathbb{Y} = \begin{Vmatrix} 1 \\ -1 \end{Vmatrix}$, determinare i valori di x che risolvono l'equazione $\mathbb{X} \cdot \mathbb{A} \cdot \mathbb{Y} = 1$.
10) Dati tre generici insiemi $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, verificare se è vero che $[(\mathbb{B} \setminus \mathbb{C}) \setminus (\mathbb{B} \setminus \mathbb{A})] \subset (\mathbb{A} \cap \mathbb{B})$.
(" $\setminus$ " rappresenta la differenza tra insiemi, " $\cap$ " l'intersezione)

$\boxed{\text{Appello Sessione Straordinaria II 2019}}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = (1 - x)\, e^{-x}$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\text{sen}\, 3x - \text{sen}\, 2x + \text{sen}\, x}{6x}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{1 + \log x}{3x + 1} \right)^{1-x}$.
3) Date le funzioni $f(x) = 2^{x+1}$ e $g(x)$, determinare l'espressione dell'inversa della funzione $g(x)$ sapendo che $f(g(x)) = x - 1$.
4) Date le funzioni $f(x) = x^2 - 3x + 2$ e $g(x) = x^2 - 4x + 4$ determinare se e dove risulta $f(x) \sim g(x)$, dove $f(x) = o(g(x))$ e dove $g(x) = o(f(x))$.
5) Calcolare $\displaystyle\int_1^e \frac{1}{2x} - \frac{1}{3x}\, dx$.
6) Data la funzione $f(x) = \log^2 x - 2 \log x$ si determini l'equazione della retta tangente al grafico della funzione nel punto $x = 1$.
7) Disegnare un esempio di grafico per una funzione che soddisfi alle seguenti due definizioni di limite:
a) $\forall \varepsilon\, \exists\, \delta(\varepsilon) : 0 < |x| < \delta(\varepsilon) \Rightarrow f(x) < \varepsilon$;
b) $\forall \varepsilon > 0\ \exists\, \delta(\varepsilon) : x < \delta(\varepsilon) \Rightarrow |f(x)| < \varepsilon$.
8) Determinare tutti i vettori $\mathbb{X} = (x, y, z)$ che risultano perpendicolari sia a $\mathbb{Y}_1 = (0, 1, 1)$ che a $\mathbb{Y}_2 = (1, 1, 0)$ e di modulo pari a $\sqrt{27}$.
9) Data la funzione $f(x, y) = 12x^2 + 4xy - 2x + y^2$, se ne determini gli eventuali punti di massimo e/o minimo relativo.
10) Date tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, si verifichi se risulta una tautologia la proposizione: $[\mathbb{A}\, e\, (\mathbb{B}\, o\, \mathbb{C})] \Rightarrow [(\mathbb{A}\, e\, \mathbb{B})\, o\, \mathbb{C}]$.