COMPITI DI ANALISI MATEMATICA
AA. 2020/21

Prova Intermedia 2020
NON FATTA

I Appello Sessione Invernale 2021

I M 1) Sapendo che $e^z = \dfrac{\sqrt[3]{e}}{2}\left(\sqrt{3} - i\right)$, calcolare z.

I M 2) Data la funzione $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x\,|x^2 - y^2|}{x^2 + y^2} & : (x,y) \neq (0,0) \\ k & : (x,y) = (0,0) \end{cases}$, determinare l'opportuno valore di k che rende la funzione continua nel punto $(0,0)$, e determinare poi se in tale punto la funzione risulti anche differenziabile.

I M 3) L'equazione $f(x,y,z) = 2xy - e^{z-x} - e^{z-y} = 0$, soddisfatta nel punto $(1,1,1)$, definisce una funzione implicita $(x,y) \to z(x,y)$; di questa funzione z determinare le derivate prime nonchè l'espressione dei differenziali totali primo $\mathrm{d}z$ e secondo d^2z. Determinare poi l'espressione esplicita di $z = z(x,y)$.

I M 4) Data $f(x,y) = x^2 - 3xy + 2y^2$, siano v e w i versori di $(1,1)$ e $(1,-1)$. Sapendo che $\mathcal{D}_v f(\mathrm{P}_0) = \sqrt{2}$ e che $\mathcal{D}_w f(\mathrm{P}_0) = 2\sqrt{2}$, si determini P_0 e si calcoli poi $D^2_{v,w} f(\mathrm{P}_0)$.

II M 1) Risolvere il problema $\begin{cases} \text{Max/min } f(x,y) = x(y+1) \\ \text{s.v.: } \begin{cases} x \leq 1 - y^2 \\ 1 \leq x + y \end{cases} \end{cases}$.

II M 2) La matrice $\mathbb{H} = \begin{Vmatrix} 1 & k & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ k-1 & 1 & k+1 \end{Vmatrix}$ è la matrice Hessiana di una funzione differenziabile due volte, calcolata in un punto stazionario. Si determini la natura di tale punto stazionario.

II M 3) Risolvere il sistema di equazioni differenziali: $\begin{cases} x' = 2x + 2y \\ y' = x + 3y + \operatorname{sen} t \end{cases}$.

II M 4) Data $\mathbb{Q} = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ x \leq y \leq \sqrt{3}\,x; 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\right\}$, calcolare: $\displaystyle\iint_{\mathbb{Q}} xy\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$ mediante opportuna sostituzione in coordinate polari.

II Appello Sessione Invernale 2021

I M 1) Siano dati due numeri complessi z_1 e z_2 che, posti in forma trigonometrica, hanno moduli uguali rispettivamente a 4 e $\dfrac{1}{2}$, ed argomenti rispettivamente uguali a $\dfrac{17}{5}\pi$ e $\dfrac{23}{20}\pi$. Si calcolino le radici cubiche del loro quoziente $\dfrac{z_1}{z_2}$.

I M 2) Data la funzione $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{x^2y^2}{x^2+y^2}-x & :(x,y)\neq(0,0) \\ k & :(x,y)=(0,0) \end{cases}$, determinare l'opportuno valore di k che rende la funzione continua nel punto $(0,0)$, e determinare poi se in tale punto risulta anche differenziabile.

I M 3) Il sistema di equazioni $\begin{cases} x+e^{z-xy}=y \\ x^2+y^2-z^2=e^{xyz} \end{cases}$, soddisfatto nel punto $(0,1,0)$, definisce implicitamente una funzione $x\to(y(x),z(x))$. Determinare se esiste il vettore tangente a tale curva nel punto opportuno.

I M 4) Data la funzione $z=\operatorname{sen}(x-y)$, determinare tutti i punti nei quali il gradiente della funzione ha modulo massimo e tutti i punti nei quali ha modulo minimo.

II M 1) Risolvere il problema $\begin{cases} \text{Max/min } f(x,y)=2x^2+y^2 \\ \text{s.v. : } x^2+2y^2\leq 1 \end{cases}$.

II M 2) Risolvere il problema di Cauchy: $\begin{cases} y\,y'=x\,(1+y^2)\,e^x \\ y(0)=1 \end{cases}$.

II M 3) Risolvere il sistema omogeneo di equazioni differenziali: $\begin{cases} x'=x+y \\ y'=2x \end{cases}$, determinando poi la soluzione che soddisfa alla condizione $\begin{cases} x(0)=0 \\ y(0)=1 \end{cases}$.

II M 4) Calcolare $\displaystyle\iint_{\mathbb{Q}} x\,e^{y-x^2}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$ con $\mathbb{Q}=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\colon 0\leq x\leq 1;\ -1\leq y\leq 0\}$.

Appello Sessione Straordinaria I 2021

I M 1) Se $z=e\,(\cos\alpha+i\operatorname{sen}\alpha)$, sapendo che $e^{1-3i}\cdot z=e^{2+i}$, determinare α.

I M 2) Data la funzione $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} & (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & (x,y)=(0,0) \end{cases}$, determinare se tale funzione risulta differenziabile nel punto $(0,0)$.

I M 3) Data l'equazione $f(x,y)=x\,e^{y-x}-y\,e^{x+y}=0$, soddisfatta nel punto $(0,0)$, verificare che con essa è possibile definire una funzione implicita $x\to y(x)$ e calcolare quindi le derivate prima e seconda di tale funzione in $x=0$.

I M 4) Data $f(x,y,z)=x\,y\,z-x+y-z$ ed il versore v del vettore $(1,1,1)$ si calcolino $\mathcal{D}_v f(1,1,1)$ e $\mathcal{D}^2_{v,v} f(1,1,1)$.

II M 1) Risolvere il problema $\begin{cases} \text{Max/min } f(x,y)=x-y \\ \text{s.v.: } y^2-1\leq x\leq 1 \end{cases}$.

II M 2) Risolvere il sistema omogeneo di equazioni differenziali: $\begin{cases} x'=y \\ y'=-x \end{cases}$.

II M 3) Risolvere il problema di Cauchy: $\begin{cases} y'=\dfrac{x^2+y}{x} \\ y(1)=0 \end{cases}$.

II M 4) Calcolare $\displaystyle\iint_{\mathbb{Q}} x\,y\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, dove $\mathbb{Q}=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\colon 1-x\leq y\,;x^2+y^2\leq 1\}$.

I Appello Sessione Estiva 2021

$\boxed{\text{II Appello Sessione Estiva 2021}}$

$\boxed{\text{I Appello Sessione Autunnale 2021}}$

$\boxed{\text{II Appello Sessione Autunnale 2021}}$

I M 1) I numeri complessi z_1 e z_2 hanno ambedue modulo pari a 1, mentre il primo ha per argomento $\dfrac{\pi}{4}$ mentre il secondo ha per argomento $\dfrac{\pi}{3}$. Si deducano da queste informazioni i valori del coseno e del seno di $\dfrac{7\pi}{12}$.

I M 2) Data la funzione $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^2 \operatorname{sen} y}{x^2+y^2} & (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & (x,y)=(0,0)\end{cases}$, determinare se tale funzione risulta differenziabile nel punto $(0,0)$.

I M 3) Data l'equazione $f(x,y)=e^{x-y}+e^{y-x}-2\,e^{x+y-2}=0$ ed il punto $\mathrm{P}=(1,1)$ che la soddisfa, si determina una funzione implicita $x\to y(x)$; di questa funzione calcolare derivata prima e seconda nel punto opportuno.

I M 4) Data la funzione $f(x,y,z)=x\,e^{y-z}+y\,e^{x-z}$, calcolare $\mathcal{D}_v f(1,1,1)$, dove v è il versore del vettore che dal punto $(1,1,1)$ va al punto $(1,2,2)$.

II M 1) Risolvere il problema $\begin{cases}\text{Max/min } f(x,y)=x\,y\\ \text{s.v. : }\begin{cases}x^2-2x-y\leq 0\\ y-x\leq 0\end{cases}\end{cases}$.

II M 2) Risolvere il sistema di equazioni differenziali: $\begin{cases}x'=y-x\\ y'=x-y+t\end{cases}$.

II M 3) Risolvere il problema di Cauchy: $\begin{cases}y'=y\log x\\ y(1)=0\end{cases}$.

II M 4) Calcolare $\displaystyle\iint_{\mathbb{Q}} x-e^y\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, dove $\mathbb{Q}=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\colon 0\leq x, x\leq y\leq 2-x\right\}$.

$\boxed{\text{Appello Sessione Straordinaria II 2021}}$

I M 1) I numeri complessi z_1 e z_2 hanno ambedue modulo pari a 1, mentre il primo ha per argomento $\dfrac{3\pi}{4}$ mentre il secondo ha per argomento $\dfrac{\pi}{3}$. Si calcolino le radici quadrate del quoziente $\dfrac{z_1}{z_2}$.

I M 2) Data la funzione $f(x,y)=x\,|y-1|$, determinare se tale funzione risulta differenziabile nel punto $(0,1)$.

I M 3) Data l'equazione $f(x,y)=x^3y-xy^3+xy-y=0$, soddisfatta in $P=(1,1)$, si determini l'espressione del polinomio di Taylor di II grado della funzione implicita $y=y(x)$ da essa definita.

I M 4) Data la curva $\mathbb{R}\to\mathbb{R}^3: t\to\left(e^{1-t^2};t^2-2t;\operatorname{sen} t\right)$, se ne determini l'equazione della retta tangente nel punto $t=0$.

II M 1) Risolvere il problema $\begin{cases}\text{Max/min } f(x,y,z)=x-y+z\\ \text{s.v.: }\begin{cases}x\,y=1\\ x\,z=2\end{cases}\end{cases}$.

II M 2) Data $f(x,y) = y \cdot \log\left(x^2+y^2\right)$, si determinino i punti che rendono nullo il suo gradiente.

II M 3) Risolvere il problema di Cauchy: $\begin{cases} y''' - y'' + y' - y = e^x \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \\ y''(0) = 1 \end{cases}$.

II M 4) Calcolare $\displaystyle\iint_{\mathbb{Q}} x^2 y \,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, dove $\mathbb{Q} = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \colon 0 \le y, x^2+y^2 \le 1\right\}$.