COMPITI DI MATEMATICA GENERALE AA. 2019/20

Prova Intermedia Anno 2019-Compito $\mathbb{A}1$

1) Esaminare i punti di discontinuità della funzione $f(x) = \dfrac{\operatorname{arcsen}\frac{x}{3}}{x} - \dfrac{x^2 - x - 2}{x^2 + 3x + 2}$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(1+x^2)^3 - \cos x}{\log(1+x^2)}$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\dfrac{x + \operatorname{sen} x + 2^{-x}}{3x - 5 + \operatorname{arctg} x}\right)^{1-x}$.
3) Data la funzione $f(x) = \log\left(\dfrac{x-1}{5-x}\right) - \sqrt{(x-2)(3-x)}$, determinare il suo campo di esistenza e dire se esso è un insieme aperto, chiuso o altro.
4) Sapendo che $f(x) = 1 - \dfrac{2}{x}$ e che $g(x) = 2^{1-3x}$, si determinino le espressioni delle funzioni composte $f^{-1}(g(x))$ e $f\big(g^{-1}(x)\big)$.
5) Date tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, si determini se risulta una tautologia la proposizione $P : [(\mathbb{A}\, e\, \mathbb{C})\, e\, (\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B})] \Rightarrow \mathbb{B}$.

Prova Intermedia Novembre 2019-Compito $\mathbb{B}1$

1) Esaminare i punti di discontinuità della funzione $f(x) = \dfrac{\operatorname{arctg} 2x}{x} - \dfrac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + x - 2}$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(1-2x)^3 - 2^x}{\operatorname{sen} x}$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\dfrac{3x + \operatorname{arctg} x - 3^{-x}}{2x - 2 + \cos x}\right)^{1-x}$.
3) Data la funzione $f(x) = \sqrt{(x-4)(1-x)} - \log\left(\dfrac{x-2}{3-x}\right)$, determinare il suo campo di esistenza e dire se esso è un insieme aperto, chiuso o altro.
4) Sapendo che $f(x) = \dfrac{2}{x} + 1$ e che $g(x) = \log_2(3x+1)$, si determinino le espressioni delle funzioni composte $f^{-1}(g(x))$ e $f\big(g^{-1}(x)\big)$.
5) Date tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, si determini se risulta una tautologia la proposizione $P : [(\mathbb{A}\, o\, \mathbb{B})\, e\, (\mathbb{B} \Rightarrow \mathbb{C})] \Rightarrow \mathbb{C}$.

Prova Intermedia Novembre 2019-Compito $\mathbb{C}1$

1) Esaminare i punti di discontinuità della funzione $f(x) = \dfrac{\operatorname{sen} 5x}{x} - \dfrac{x^2 - x - 2}{x^2 - 3x + 2}$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2^{x^2} - \cos 2x}{\operatorname{arcsen} x^2}$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\dfrac{3x^2 + 3^{-x} - 5}{2x + \cos x + x^2}\right)^{x-1}$.
3) Data la funzione $f(x) = \log\left(\dfrac{x-1}{3-x}\right) - \sqrt{(x+1)(4-x)}$, determinare il suo campo di esistenza e dire se esso è un insieme aperto, chiuso o altro.
4) Sapendo che $f(x) = 3^{1+2x}$ e che $g(x) = \dfrac{1}{x} + 3$, si determinino le espressioni delle funzioni composte $f^{-1}(g(x))$ e $f\big(g^{-1}(x)\big)$.

5) Date tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, si determini se risulta una tautologia la proposizione $P : [(\mathbb{A}\, e\, \mathbb{B})\, e\, (\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{C})] \Rightarrow \mathbb{C}$.

Prova Intermedia Novembre 2019-Compito $\mathbb{D}1$

1) Esaminare i punti di discontinuità della funzione $f(x) = \dfrac{\log(1+2x)}{x} - \dfrac{x^2+3x+2}{x^2-x-2}$.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(1+x)^6-(1-x)^4}{\operatorname{tg} x}$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\dfrac{2x^2+\cos x-1}{2x+3^{-x}+4x^2}\right)^{x-1}$.

3) Data la funzione $f(x) = \sqrt{(x-2)(3-x)} - \log\left(\dfrac{x-1}{5-x}\right)$, determinare il suo campo di esistenza e dire se esso è un insieme aperto, chiuso o altro.

4) Sapendo che $f(x) = \log_3 (2x-1)$ e che $g(x) = 2 - \dfrac{1}{x}$, si determinino le espressioni delle funzioni composte $f^{-1}(g(x))$ e $f\big(g^{-1}(x)\big)$.

5) Date tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, si determini se risulta una tautologia la proposizione $P : [(\mathbb{A}\, o\, \mathbb{C})\, e\, (\mathbb{C} \Rightarrow \mathbb{B})] \Rightarrow \mathbb{B}$.

Prova Intermedia Anno 2019-Compito $\mathbb{A}2$

1) Calcolare $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(1-\log_2\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)\right)$ ed enunciare poi, per esso, l'opportuna definizione metrica di limite.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\log(1+\operatorname{tg}^2 x^2)}{\log(1+x^4)}$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\dfrac{3x+1}{3x-3}\right)^{1-2x}$.

3) Data la funzione $f(x) = \dfrac{\log x - 2}{\log^2 x - \log x - 2}$, se ne determini il campo d'esistenza nonchè la specie dei suoi punti di discontinuità.

4) Se $f(x) = e^{1+x}$ e $g(x) = \log x - 2$, si determinino le espressioni delle funzioni composte $f^{-1}(g(x))$ e $f\big(g^{-1}(x)\big)$.

5) Date le quattro proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$, $\mathbb{C}$ e $\mathbb{D}$ si costruisca la tavola di verità della proposizione: $[(\mathbb{C}\, o\, \mathbb{D})\ e\ (\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B})] \Rightarrow (\mathbb{B}\, o\, \mathbb{D})$ sapendo che la proposizione $\mathbb{D}$ è sempre vera.

Prova Intermedia Novembre 2019-Compito $\mathbb{B}2$

1) Calcolare $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(1+\log_2\left(\dfrac{2x}{x-1}\right)\right)$ ed enunciare poi, per esso, l'opportuna definizione metrica di limite.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos(\operatorname{sen} x) - \cos(\operatorname{tg} x)}{x^2}$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\dfrac{3x-1}{2x-3}\right)^{1-x}$.

3) Data la funzione $f(x) = \dfrac{\log x + 1}{\log^2 x - \log x - 2}$, se ne determini il campo d'esistenza nonchè la specie dei suoi punti di discontinuità.

4) Se $f(x) = \log x + 1$ e $g(x) = e^{1-x}$, si determinino le espressioni delle funzioni composte $f^{-1}(g(x))$ e $f\big(g^{-1}(x)\big)$.
5) Date le quattro proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$, $\mathbb{C}$ e $\mathbb{D}$ si costruisca la tavola di verità della proposizione:
$[(\mathbb{C}\, o\, \mathbb{D})\ e\ (\mathbb{B} \Rightarrow \mathbb{A})] \Rightarrow (\mathbb{A}\, o\, \mathbb{D})$ sapendo che la proposizione $\mathbb{C}$ è sempre vera.

Prova Intermedia Novembre 2019-Compito $\mathbb{C}2$

1) Calcolare $\lim_{x\to+\infty} \left(1 + \log_3\left(\frac{x+6}{x-1}\right)\right)$ ed enunciare poi, per esso, l'opportuna definizione metrica di limite.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x\to 0} \frac{3^{\operatorname{sen} x} - 2^{\operatorname{arcsen} x}}{x + x^2}$; $\lim_{x\to+\infty} \left(\frac{2x+1}{2x-3}\right)^{1+x}$.
3) Data la funzione $f(x) = \frac{\log x + 2}{\log^2 x + \log x - 2}$, se ne determini il campo d'esistenza nonchè la specie dei suoi punti di discontinuità.
4) Se $f(x) = e^{2-x}$ e $g(x) = \log x + 3$, si determinino le espressioni delle funzioni composte $f^{-1}(g(x))$ e $f\big(g^{-1}(x)\big)$.
5) Date le quattro proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$, $\mathbb{C}$ e $\mathbb{D}$ si costruisca la tavola di verità della proposizione:
$[(\mathbb{A}\, o\, \mathbb{D})\ e\ (\mathbb{B} \Rightarrow \mathbb{C})] \Rightarrow (\mathbb{C}\, o\, \mathbb{D})$ sapendo che la proposizione $\mathbb{A}$ è sempre vera.

Prova Intermedia Novembre 2019-Compito $\mathbb{D}2$

1) Calcolare $\lim_{x\to+\infty} \left(1 - \log_3\left(\frac{3x-1}{x+1}\right)\right)$ ed enunciare poi, per esso, l'opportuna definizione metrica di limite.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x\to 0} \frac{(1+2x)^{10} - (1-x)^{10}}{3x}$; $\lim_{x\to+\infty} \left(\frac{2x-1}{3x+1}\right)^{3-x}$.
3) Data la funzione $f(x) = \frac{\log x - 1}{\log^2 x + \log x - 2}$, se ne determini il campo d'esistenza nonchè la specie dei suoi punti di discontinuità.
4) Se $f(x) = \log x - 3$ e $g(x) = e^{x+1}$, si determinino le espressioni delle funzioni composte $f^{-1}(g(x))$ e $f\big(g^{-1}(x)\big)$.
5) Date le quattro proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$, $\mathbb{C}$ e $\mathbb{D}$ si costruisca la tavola di verità della proposizione:
$[(\mathbb{A}\, o\, \mathbb{B})\ e\ (\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{C})] \Rightarrow (\mathbb{A}\, o\, \mathbb{D})$ sapendo che la proposizione $\mathbb{B}$ è sempre vera.

I Appello Sessione Invernale 2020 - Compito $\mathbb{A}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = x + \log(1-x)$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen}^2 3x}{1 - \cos 2x}$; $\lim_{x\to+\infty} \left(1 + \frac{2}{3x-1}\right)^{1-x}$.
3) Determinare il valore del parametro k in modo che risulti $\lim_{x\to 0} \frac{2^{kx} - 1}{\log(1+2x)} = 3$.

4) Date le funzioni $f(x) = 2^{x+3}$ e $g(x) = \dfrac{x-2}{2x+1}$, determinare le espressioni delle funzioni composte $f^{-1}\big(g^{-1}(x)\big)$ e $g^{-1}\big(f^{-1}(x)\big)$.
5) Determinare l'espressione della funzione $f(x)$ sapendo che $f'(x) = x - e^{3x}$ e che $f(0) = 1$.
6) Dati i vettori $\mathbb{X} = (xy, 2-3y)$ e $\mathbb{Y} = (x+4, xy)$, si determini se esistono coppie (x,y) per le quali il prodotto scalare dei due vettori $\mathbb{X} \cdot \mathbb{Y} = f(x,y)$ risulta massimo oppure minimo.
7) Date le funzioni $f(x) = e^{2x} - 4e^{x}$ e $g(x) = 6x - 1$, si determini se esistono punti x_0 nei quali le rette tangenti ai grafici delle due funzioni risultano parallele.
8) Data la matrice $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \end{Vmatrix}$ ed il vettore $\mathbb{X} = \begin{Vmatrix} k \\ 1 \\ k \end{Vmatrix}$, si determini se esistono valori del parametro k per i quali il vettore $\mathbb{Y}_0 = \mathbb{A} \cdot \mathbb{X}$ risulta parallelo al vettore $\mathbb{Y}_1 = (1,1,1)$ e se esistono poi valori del parametro k per i quali il vettore $\mathbb{Y}_0$ risulta invece perpendicolare al vettore $\mathbb{Y}_1$.
9) Data la funzione $f(x) = x^3 - kx^2 + 3$, si determini il valore del parametro k in modo tale che alla funzione sia applicabile il Teorema di Rolle nell'intervallo $[-1;2]$, determinando poi il punto x_0 che soddisfa la tesi del Teorema.
10) Date le due proposizioni $\mathbb{A}$ e $\mathbb{B}$, siano poi $\mathbb{P}_1 : \mathbb{A} \Rightarrow (\mathbb{A}\, e\, \mathbb{B})$ e $\mathbb{P}_2 : \mathbb{B} \Leftrightarrow (non\, \mathbb{A}\, o\, \mathbb{B})$. Determinare un opportuno connettivo logico $\square$ affinchè $\mathbb{P}_1 \,\square\, \mathbb{P}_2$ risulti una tautologia.

I Appello Sessione Invernale 2020 - Compito $\mathbb{B}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = x - \log(x-1)$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{sen}^2 2x}{1-\cos 3x}$; $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(1 - \dfrac{3}{2x-1}\right)^{x-2}$.
3) Determinare il valore del parametro k in modo che risulti $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\log(1-x)}{3^{kx}-1} = 2$.
4) Date le funzioni $f(x) = \dfrac{2x-1}{x+2}$ e $g(x) = 3^{x-2}$, determinare le espressioni delle funzioni composte $f^{-1}\big(g^{-1}(x)\big)$ e $g^{-1}\big(f^{-1}(x)\big)$.
5) Determinare l'espressione della funzione $f(x)$ sapendo che $f'(x) = e^{2x} - x$ e che $f(0) = 2$.
6) Dati i vettori $\mathbb{X} = (3x-2, xy)$ e $\mathbb{Y} = (xy, y+4)$, si determini se esistono coppie (x,y) per le quali il prodotto scalare dei due vettori $\mathbb{X} \cdot \mathbb{Y} = f(x,y)$ risulta massimo oppure minimo.
7) Date le funzioni $f(x) = e^{2x} + 2e^{x}$ e $g(x) = 4x - 1$, si determini se esistono punti x_0 nei quali le rette tangenti ai grafici delle due funzioni risultano parallele.
8) Data la matrice $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{Vmatrix}$ ed il vettore $\mathbb{X} = \begin{Vmatrix} k \\ k \\ 1 \end{Vmatrix}$, si determini se esistono valori del parametro k per i quali il vettore $\mathbb{Y}_0 = \mathbb{A} \cdot \mathbb{X}$ risulta parallelo al vettore $\mathbb{Y}_1 = (1,1,1)$ e se esistono poi valori del parametro k per i quali il vettore $\mathbb{Y}_0$ risulta invece perpendicolare al vettore $\mathbb{Y}_1$.
9) Data la funzione $f(x) = x^3 + kx^2 + 1$, si determini il valore del parametro k in modo tale che alla funzione sia applicabile il Teorema di Rolle nell'intervallo $[-2;1]$, determinando poi il punto x_0 che soddisfa la tesi del Teorema.
10) Date le due proposizioni $\mathbb{A}$ e $\mathbb{B}$, siano poi $\mathbb{P}_1 : (\mathbb{A}\, o\, non\, \mathbb{B}) \Rightarrow \mathbb{A}$ e $\mathbb{P}_2 : \mathbb{B} \Leftrightarrow (\mathbb{A}\, e\, \mathbb{B})$. Determinare un opportuno connettivo logico $\square$ affinchè $\mathbb{P}_1 \,\square\, \mathbb{P}_2$ risulti una tautologia.

II Appello Sessione Invernale 2020 - Compito $\mathbb{A}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = (x-1)\,e^{2-x}$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x\to 0} \dfrac{1-\cos x}{\operatorname{sen} 3x \cdot (e^x - 1)}$; $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{e^x - x}{2^x - 3^x}$.
3) Disegnare un possibile esempio di grafico per una funzione che soddisfi le seguenti tre definizioni di limite:
a) $\forall\,\varepsilon\,\exists\,\delta(\varepsilon) : x < \delta(\varepsilon) \Rightarrow f(x) > \varepsilon$;
b) $\forall\,\varepsilon\,\exists\,\delta(\varepsilon) : 0 < |x+1| < \delta(\varepsilon) \Rightarrow f(x) < \varepsilon$;
c) $\forall\,\varepsilon > 0\,\exists\,\delta(\varepsilon) : x > \delta(\varepsilon) \Rightarrow |f(x) - 1| < \varepsilon$.
4) Date le funzioni $f(x) = 3^{1-x}$ e $g^{-1}(x)$, sapendo che $f\big(g^{-1}(x)\big) = 2x+1$ determinare l'espressione della funzione $g(x)$.
5) Calcolare $\displaystyle\int_0^\pi \operatorname{sen} x - \cos 2x\,dx$.
6) Analizzare la natura dei punti stazionari della funzione $f(x,y) = x^3 + y^3 - 9x - 3y$.
7) Data la funzione $f(x) = x^2 - 2x + 3$, si determini il punto (x_0, y_0) nel quale si intersecano le rette tangenti al grafico della funzione tracciate rispettivamente nei punti $x = -1$ e $x = 2$.
8) Date le matrici $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} 1 & k \\ 2 & 1 \end{Vmatrix}$ e $\mathbb{B} = \begin{Vmatrix} k & 1 \\ -1 & 2 \end{Vmatrix}$ ed il vettore $\mathbb{X} = \begin{Vmatrix} 1 \\ -1 \end{Vmatrix}$, si determini il valore del parametro k per il quale il vettore $\mathbb{Y} = \mathbb{A} \cdot \mathbb{B} \cdot \mathbb{X}$ ha modulo uguale a $\sqrt{18}$.
9) Calcolare la funzione derivata della funzione $f(x) = \dfrac{3^{2x} + \log(1+2x)}{3x^4 - 1}$.
10) Si costruisca la tavola di verità della proposizione $\mathbb{P} : (\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B})\, e\, [\mathbb{C} \Leftrightarrow (\mathbb{A}\, o\, non\, \mathbb{B})]$ sapendo che la proposizione $\mathbb{A}$ è sempre vera mentre la proposizione $\mathbb{C}$ è sempre falsa.

II Appello Sessione Invernale 2020 - Compito $\mathbb{B}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = (2-x)\,e^{x-1}$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{sen} 2x \cdot \log(1+x)}{1-\cos x}$; $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{3^x - e^x}{2^x - x}$.
3) Disegnare un possibile esempio di grafico per una funzione che soddisfi le seguenti tre definizioni di limite:
a) $\forall\,\varepsilon > 0\,\exists\,\delta(\varepsilon) : x < \delta(\varepsilon) \Rightarrow |f(x) + 1| < \varepsilon$;
b) $\forall\,\varepsilon\,\exists\,\delta(\varepsilon) : 0 < |x-1| < \delta(\varepsilon) \Rightarrow f(x) > \varepsilon$;
c) $\forall\,\varepsilon\,\exists\,\delta(\varepsilon) : x > \delta(\varepsilon) \Rightarrow f(x) < \varepsilon$.
4) Date le funzioni $f(x) = 2^{1+x}$ e $g^{-1}(x)$, sapendo che $f\big(g^{-1}(x)\big) = 3x-1$ determinare l'espressione della funzione $g(x)$.
5) Calcolare $\displaystyle\int_0^\pi \operatorname{sen} 2x + \cos x\,dx$.
6) Analizzare la natura dei punti stazionari della funzione $f(x,y) = x^3 - y^3 - 12x + 6y$.
7) Data la funzione $f(x) = x^2 + 3x - 2$, si determini il punto (x_0, y_0) nel quale si intersecano le rette tangenti al grafico della funzione tracciate rispettivamente nei punti $x = -2$ e $x = 1$.
8) Date le matrici $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} k & -1 \\ 1 & 2 \end{Vmatrix}$ e $\mathbb{B} = \begin{Vmatrix} 1 & 2 \\ k & 1 \end{Vmatrix}$ ed il vettore $\mathbb{X} = \begin{Vmatrix} 1 \\ 1 \end{Vmatrix}$, si determini il valore del parametro k per il quale il vettore $\mathbb{Y} = \mathbb{A} \cdot \mathbb{B} \cdot \mathbb{X}$ ha modulo uguale a $\sqrt{18}$.

9) Calcolare la funzione derivata della funzione $f(x) = \dfrac{2^{3x} - \log(1-x)}{4x^3+2}$.
10) Si costruisca la tavola di verità della proposizione $\mathbb{P} : [\mathbb{A} \Leftrightarrow (\mathbb{C}\, e\, non\, \mathbb{B})]\, o\, (\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{C})$ sapendo che la proposizione $\mathbb{C}$ è sempre vera mentre la proposizione $\mathbb{B}$ è sempre falsa.

Appello Sessione Straordinaria I 2020

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = x - \log x$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti: $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\text{sen}^2 x}{1-\cos x}$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\log x - \log^2 x + x}{3x+3}$.
3) Determinare il valore del parametro k in modo che risulti $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2^{kx}-1}{2x} = 1$.
4) Determinare l'espressione della funzione $f(x)$ sapendo che $f'(x) = 2e^{2x}$ e che $f(0) = 0$.
5) Date le matrici $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{Vmatrix}$ e $\mathbb{B} = \begin{Vmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{Vmatrix}$, ed il vettore $\mathbb{X} = \begin{Vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Vmatrix}$, si calcoli il modulo del vettore $\mathbb{Y} = \mathbb{A} \cdot \mathbb{B} \cdot \mathbb{X}$.
6) Dopo aver verificato l'applicabilità del Teorema di Lagrange (o del Valor Medio) alla funzione $f(x) = x^2 - 3x + 1$ nell'intervallo $[0, 1]$, si determini l'ascissa del punto x_0 che soddisfa al Teorema.
7) Dati i vettori $\mathbb{X} = (y, x, -2)$ e $\mathbb{Y} = (x-y, 1-x, y)$, si determini la coppia (x, y) per la quale il prodotto scalare dei due vettori $f(x,y) = \mathbb{X} \cdot \mathbb{Y}$ risulta massimo.
8) Determinare se la proposizione $\mathbb{P} : (\mathbb{A} \Rightarrow non\, \mathbb{B}) \Leftrightarrow (\mathbb{B} \Rightarrow \mathbb{A})$ risulta una tautologia.
9) Determinare un possibile grafico per una funzione $f(x)$ sapendo che:
$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$;
$\lim\limits_{x\to-1} f(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = -1$; $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = 0$.
10) Data la funzione $f(x) = 1 - \cos 2x$, determinare i primi due termini significativi del suo polinomio di MacLaurin.

I Appello Sessione Estiva 2020 - Compito $\mathbb{A}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = e^{1-x} - e^x$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti: $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\log(1+2x)}{\log(1-3x)}$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3^x - 2^x + x}{3^x + 3^{-x}}$.
3) Determinare il valore del parametro k in modo che risulti $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{k\,\text{sen}^2 x}{1-\cos 2x} = 3$.
4) Date le funzioni $f(x) = 1 - 5x$, $g(x) = 3^x$ e $h(x) = \log_2 x$, costruire le espressioni delle funzioni composte $f(g(h(x)))$ e $h(g(f(x)))$ e di tali funzioni composte determinare poi le espressioni delle loro inverse.
5) Dati $\mathbb{X} = \| 1 \quad -e^x \|$, $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} e^{2x} & e^x \\ 1 & 1 \end{Vmatrix}$ e $\mathbb{Y} = \begin{Vmatrix} e^x \\ e^{2x} \end{Vmatrix}$, determinare il valore di x che risolve l'equazione $\mathbb{X} \cdot \mathbb{A} \cdot \mathbb{Y} = 0$.
6) Calcolare $\displaystyle\int_1^2 \frac{3+x}{1+x}\, dx$.
7) Data la funzione $f(x,y) = x^2 - x + y^2 - xy^2$, si determini la natura dei suoi punti stazionari.

8) Determinare tutti i vettori $\mathbb{X} = (x, 1, y)$ che risultino perpendicolari a $\mathbb{X}_1 = (1, 1, 1)$ e con modulo pari a $\sqrt{2}$.
9) Determinare se la proposizione $\mathbb{P} : [\mathbb{A} \Rightarrow (\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B})] \Leftrightarrow (\mathbb{B} \Rightarrow \mathbb{A})$ risulta una tautologia.
10) Data la funzione $f(x) = e^{3x} - \text{sen}\, 2x$, se ne calcoli il differenziale nel punto $x = 0$ per un incremento $\mathrm{d}x = 0,1$.

I Appello Sessione Estiva 2020 - Compito $\mathbb{B}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = e^x + e^{1-x}$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{3x} - 1}{e^{2x} - 1}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{3^x + 2^x - x}{2^x + 3^{-x}}$.
3) Determinare il valore del parametro k in modo che risulti $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\log(1 + kx)}{\log(1 + 2x)} = 2$.
4) Date le funzioni $f(x) = \log_2 x$, $g(x) = 2x - 1$ e $h(x) = e^x$, costruire le espressioni delle funzioni composte $f(g(h(x)))$ e $h(g(f(x)))$ e di tali funzioni composte determinare poi le espressioni delle loro inverse.
5) Dati $\mathbb{X} = \| 1 \quad - e^{-x} \|$, $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} 1 & 1 \\ e^x & e^{2x} \end{Vmatrix}$ e $\mathbb{Y} = \begin{Vmatrix} e^{2x} \\ e^x \end{Vmatrix}$, determinare il valore di x che risolve l'equazione $\mathbb{X} \cdot \mathbb{A} \cdot \mathbb{Y} = 0$.
6) Calcolare $\displaystyle\int_1^2 \frac{x - 1}{x + 2}\, dx$.
7) Data la funzione $f(x, y) = x^2 + y^2 - y - x^2 y$, si determini la natura dei suoi punti stazionari.
8) Determinare tutti i vettori $\mathbb{X} = (x, y, 1)$ che risultino perpendicolari a $\mathbb{X}_1 = (1, -1, 1)$ e con modulo pari a $\sqrt{2}$.
9) Determinare se la proposizione $\mathbb{P} : [\mathbb{A} \Rightarrow (\mathbb{B} \Rightarrow \mathbb{A})] \Leftrightarrow (\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B})$ risulta una tautologia.
10) Data la funzione $f(x) = e^{2x} + \text{sen}\, 3x$, se il differenziale nel punto $x = 0$ risulta pari a $0,1$, determinare il valore dell'incremento $\mathrm{d}x$.

II Appello Sessione Estiva 2020 - Compito $\mathbb{A}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = \log\left(x^2 - x + 2\right)$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\text{sen}\,(x + x^2)}{x - x^2}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{x + 3}{x + 1}\right)^{2x}$.
3) Disegnare un possibile grafico di funzione che soddisfi alle seguenti due definizioni di limite:
a) $\forall \varepsilon > 0 \, \exists \, \delta(\varepsilon) : x < \delta(\varepsilon) \Rightarrow |f(x) + 1| < \varepsilon$;
b) $\forall \varepsilon \, \exists \, \delta(\varepsilon) : \delta(\varepsilon) < x \Rightarrow f(x) < \varepsilon$.
4) Data la funzione $f(x) = \dfrac{x - 1}{3x}$, sapendo che $f(g(x)) = \log 2x$, determinare l'espressione della funzione inversa di $g(x)$.
5) Date le matrici $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} 1 & m & 1 \\ k & 0 & -1 \end{Vmatrix}$ e $\mathbb{B} = \begin{Vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \\ k & 0 \end{Vmatrix}$, si determini per quali valori di k ed m risulta $\mathbb{A} \cdot \mathbb{B} = \begin{Vmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{Vmatrix}$.
6) Calcolare $\displaystyle\int_1^2 e^{3x} - \frac{1}{x^3}\, dx$.

7) In un punto stazionario di una funzione di due variabili $f(x,y)$ la matrice Hessiana è uguale a $\mathbb{H} = \begin{Vmatrix} k & 1 \\ 1 & k-2 \end{Vmatrix}$. Determinare, al variare del parametro k, la natura di tale punto stazionario.
8) Data la funzione $f(x,y,z) = x\,e^{y-2z} + x\log(2y-x)$, se ne calcoli il gradiente nel punto $P_0 = (1,1,1)$.
9) Date tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare se risultano logicamente equivalenti le due proposizioni $\mathbb{P}_1 : \mathbb{A} \Rightarrow (non\,\mathbb{B} \Rightarrow \mathbb{C})$ e $\mathbb{P}_2 : (\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B}) \Rightarrow non\,\mathbb{C}$.
10) Determinare dove risulta convessa la funzione $f(x) = e^{x^2-2x}$.

II Appello Sessione Estiva 2020 - Compito $\mathbb{B}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = \log\left(x^2+x+3\right)$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti: $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\log(1+(x+x^2))}{x-x^2}$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\dfrac{x+3}{x+2}\right)^{3x}$.
3) Disegnare un possibile grafico di funzione che soddisfi alle seguenti due definizioni di limite:
a) $\forall\,\varepsilon\,\exists\,\delta(\varepsilon) : x < \delta(\varepsilon) \Rightarrow f(x) > \varepsilon$;
b) $\forall\,\varepsilon > 0\,\exists\,\delta(\varepsilon) : \delta(\varepsilon) < x \Rightarrow |f(x)| < \varepsilon$.
4) Data la funzione $f(x) = \dfrac{2x-1}{x}$, sapendo che $f(g(x)) = \log 3x$, determinare l'espressione della funzione inversa di $g(x)$.
5) Date le matrici $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} k & 1 & 1 \\ 0 & m & -1 \end{Vmatrix}$ e $\mathbb{B} = \begin{Vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & k \end{Vmatrix}$, si determini per quali valori di k ed m risulta $\mathbb{A}\cdot\mathbb{B} = \begin{Vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{Vmatrix}$.
6) Calcolare $\displaystyle\int_1^2 \frac{1}{x^4} - e^{2x}\,dx$.
7) In un punto stazionario di una funzione di due variabili $f(x,y)$ la matrice Hessiana è uguale a $\mathbb{H} = \begin{Vmatrix} k+1 & 1 \\ 1 & k \end{Vmatrix}$. Determinare, al variare del parametro k, la natura di tale punto stazionario.
8) Data la funzione $f(x,y,z) = x\,e^{2y-x} + \log(3z-x-y)$, se ne calcoli il gradiente nel punto $P_0 = (1,1,1)$.
9) Date tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare se risultano logicamente equivalenti le due proposizioni $\mathbb{P}_1 : \mathbb{A} \Rightarrow (\mathbb{B} \Rightarrow non\,\mathbb{C})$ e $\mathbb{P}_2 : (\mathbb{A} \Rightarrow non\,\mathbb{B}) \Rightarrow \mathbb{C}$.
10) Determinare dove risulta convessa la funzione $f(x) = e^{x^2+3x}$.

I Appello Sessione Autunnale 2020

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = \log(1-e^x)$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti: $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\operatorname{sen}(x-1)}{1-x}$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\dfrac{3x-3}{2x-1}\right)^{1-x}$.
3) Disegnare un possibile grafico di funzione che soddisfi alle seguenti due definizioni di limite:
a) $\forall\,\varepsilon\,\exists\,\delta(\varepsilon) : |x| < \delta(\varepsilon) \Rightarrow f(x) > \varepsilon$;
b) $\forall\,\varepsilon > 0\,\exists\,\delta(\varepsilon) : 1 < x < 1+\delta(\varepsilon) \Rightarrow |f(x)| < \varepsilon$.
4) Data la funzione $f(x) = \dfrac{2x-1}{3x}$, sapendo che $f^{-1}(g(x)) = 2x-3$, determinare l'espressione della funzione $g(x)$.

5) Disegnare il grafico della funzione $f(x) = \begin{cases} 3^{-x} & : x \le 0 \\ x+1 & : 0 < x < 1 \\ 2 - \log x & : 1 \le x \end{cases}$, determinandone gli eventuali punti di discontinuità e la loro specie.

6) Calcolare $\int_0^1 2e^{3x} - 3x^2 \; dx$.

7) Siano date le matrici $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ -1 & 1 \end{Vmatrix}$, $\mathbb{B} = \begin{Vmatrix} k & 1 \\ -1 & k \end{Vmatrix}$ e il vettore $\mathbb{X} = \begin{Vmatrix} -1 \\ 1 \end{Vmatrix}$; determinare il valore del parametro k in modo tale che il vettore $\mathbb{A} \cdot \mathbb{B} \cdot \mathbb{X}$ risulti perpendicolare al vettore $\mathbb{Y} = (1, -1, 1)$.

8) Data $f(x,y) = x^2 y - 2xy + xy^2$ se ne studi la natura dei suoi punti stazionari.

9) Sapendo che le proposizioni $\mathbb{A}$ e $\mathbb{C}$ sono logicamente equivalenti, mentre $\mathbb{B}$ è una proposizione qualsiasi, si determinino le tavole di verità della proposizione $(\mathbb{A} \Rightarrow non\, \mathbb{C})\, o\, (non\, \mathbb{B} \Rightarrow \mathbb{C})$.

10) Determinare il valore del parametro k sapendo che la funzione $f(x) = x\, e^{1-kx}$ ha, nel punto $x = 2$, un punto di massimo.

II Appello Sessione Autunnale 2020

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = 3e^x - e^{3x} - 2$.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti: $\lim_{x \to 0} \frac{3^x - 1}{1 - 2^x}$; $\lim_{x \to 0} \frac{x^4 - 3x^2 + 5x}{2x^3 - 4x^2 - x}$.

3) Disegnare un possibile grafico di funzione che soddisfi alle seguenti tre definizioni di limite:
a) $\forall \varepsilon > 0\, \exists \delta(\varepsilon) : x < \delta(\varepsilon) \Rightarrow |f(x) - 1| < \varepsilon$;
b) $\forall \varepsilon\, \exists \delta(\varepsilon) : |x| < \delta(\varepsilon) \Rightarrow f(x) < \varepsilon$;
c) $\forall \varepsilon\, \exists \delta(\varepsilon) : x > \delta(\varepsilon) \Rightarrow f(x) > \varepsilon$.

4) Date le due funzioni $f(x)$ e $g(x)$, se $f^{-1}(x) = \frac{x-1}{x+1}$ e $g^{-1}(x) = 3^{2-x}$, determinare l'espressione delle funzioni $f(g(x))$ e $g(f(x))$.

5) Calcolare $\int_0^1 \frac{e^x}{e^x + 1} \; dx$.

6) Date le due funzioni $f(x) = k\, 3^x - 2^x$ e $g(x) = 3^x + 2^x$, determinare per quale valore del parametro k risulta $f(x) \sim g(x)$ (f e g asintoticamente equivalenti) e per quale valore invece risulta $f(x) = o(g(x))$ (f trascurabile rispetto a g), sempre per $x \to +\infty$.

7) Data la matrice $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \end{Vmatrix}$, tra tutti i vettori $\mathbb{X} = \begin{Vmatrix} x \\ y \\ z \end{Vmatrix}$ che soddisfano all'uguaglianza $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X} = \mathbb{X}$ si determinino i due che hanno modulo uguale a $\sqrt{6}$.

8) Data $f(x,y) = x^3 - 3x - y\, e^{1-y}$ se ne studi la natura dei suoi punti stazionari.

9) Sapendo che le proposizioni $\mathbb{A}$ e $\mathbb{B}$ sono logicamente equivalenti, mentre $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$ non lo sono mai, si determinino le tavole di verità della proposizione $(\mathbb{A}\, e\, non\, \mathbb{C}) \Rightarrow (non\, \mathbb{A}\, o\, \mathbb{B})$.

10) Determinare l'espressione del Polinomio di Mc Laurin di terzo grado della funzione $f(x) = x\, e^{1+x}$.

Appello Sessione Straordinaria II 2020

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = \dfrac{x^2 + x + 1}{x - 1}$.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{3^{\operatorname{sen} 3x} - 1}{6x}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{1 + x^2}{1 + x} \right)^{1-x}$.

3) Date le funzioni $f(x) = 3x - 1$ e $g(x) = 2^{1-x}$, determinare l'espressione dell'inversa della funzione $g(f(f(x)))$.

4) Date le funzioni $f(x) = \log x$ e $g(x) = x + 1$ determinare dove risulta $f(x) = o(g(x))$ e dove $g(x) = o(f(x))$.

5) Calcolare $\displaystyle\int_1^2 x - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\, dx$.

6) Data la funzione $f(x) = \log x - 2x$, dopo aver determinato il punto x_0 nel quale la retta tangente al grafico della funzione risulta parallela alla retta di equazione $y = 1 - x$, si determini l'equazione di tale retta tangente.

7) Data la funzione $f(x) = \begin{cases} 2^{1-x} & : x \leq 0 \\ mx + q & : 0 < x < 1 \\ x^2 - 2x + 5 & : 1 \leq x \end{cases}$, determinare i valori di m e k per i quali la funzione risulta continua $\forall\, x \in \mathbb{R}$.

8) Data la matrice $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{Vmatrix}$ ed il vettore $\mathbb{X} = \begin{Vmatrix} x \\ y \end{Vmatrix}$, determinare tutti i vettori $\mathbb{X}$ per i quali il vettore $\mathbb{Y} = \mathbb{A} \cdot \mathbb{A} \cdot \mathbb{X}$ risulta perpendicolare al vettore $\mathbb{X}_0 = \begin{Vmatrix} 1 \\ -1 \end{Vmatrix}$.

9) Data la funzione $f(x, y) = x^3 - 3xy + y^2 + y$, determinare ed analizzare i suoi punti stazionari.

10) Date le generiche proposizioni $\mathbb{A}$ e $\mathbb{B}$, si verifichi se risultano logicamente equivalenti le due proposizioni $P_1 : [\mathbb{A}\ o\ (\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B})]$ e $P_2 : (non\, \mathbb{B} \Rightarrow non\, \mathbb{A})$.