COMPITI DI MATEMATICA GENERALE AA. 2022/23

Prova Intermedia Anno 2022- Compito $\mathbb{A}1$

1) Stabilire i casi di verità e di falsità della proposizione $[(non\,\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{C})\ e\ (non\,\mathbb{B} \Rightarrow \mathbb{A})]$ supponendo per ipotesi che la proposizione $(non\,\mathbb{C} \Leftrightarrow \mathbb{A})$ sia vera.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(1+\operatorname{sen} x)^3 - 1}{x}$; $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(\dfrac{5+2x}{3+2x}\right)^{1-x}$.
3) Disegnare un possibile grafico di una funzione $f(x)$ sapendo che:
a) $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = 1$ e $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = -\infty$;
b) soddisfa alla seguente definizione di limite:
$\forall\, \varepsilon > 0\, \exists\, \delta(\varepsilon) : 1 - \delta < x < 1 \Rightarrow |f(x) + 1| < \varepsilon$;
c) $f(x)$ ha un punto di discontinuità di prima specie in $x = 1$.
4) Se $F(x) = \dfrac{3^x - 1}{3^x + 2}$ è l'inversa della funzione $f(x)$ e $G(x) = \dfrac{3x+1}{x}$ è l'inversa della funzione $g(x)$, determinare l'espressione delle funzioni $f(g(x))$ e $g(f(x))$.
5) Determinare il Campo di esistenza della funzione $f(x) = \sqrt{\dfrac{1+\log x}{e^x - 1}}$.

Prova Intermedia Anno 2022- Compito $\mathbb{B}1$

1) Stabilire i casi di verità e di falsità della proposizione $[(\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{C})\ e\ (\mathbb{B} \Rightarrow non\,\mathbb{A})]$ supponendo per ipotesi che la proposizione $(\mathbb{A} \Leftrightarrow non\,\mathbb{B})$ sia vera.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2^{\operatorname{sen} x} - 1}{x}$; $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(\dfrac{5+2x}{3+3x}\right)^{1-x}$.
3) Disegnare un possibile grafico di una funzione $f(x)$ sapendo che:
a) $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = +\infty$ e $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = 0^+$;
b) soddisfa alla seguente definizione di limite:
$\forall\, \varepsilon > 0\, \exists\, \delta(\varepsilon) : 1 < x < 1 + \delta \Rightarrow f(x) < \varepsilon$;
c) $f(x)$ ha un punto di discontinuità di prima specie in $x = 2$.
4) Se $F(x) = \dfrac{\log x - 1}{\log x + 2}$ è l'inversa della funzione $f(x)$ e $G(x) = \dfrac{x}{2x-1}$ è l'inversa della funzione $g(x)$, determinare l'espressione delle funzioni $f(g(x))$ e $g(f(x))$.
5) Determinare il Campo di esistenza della funzione $f(x) = \sqrt{\dfrac{1-e^x}{\log x}}$.

Prova Intermedia Anno 2022- Compito $\mathbb{C}1$

1) Stabilire i casi di verità e di falsità della proposizione $[(non\,\mathbb{A}\, o\, \mathbb{C}) \Rightarrow (non\,\mathbb{B}\, e\, \mathbb{A})]$ supponendo per ipotesi che la proposizione $(non\,\mathbb{C} \Leftrightarrow non\,\mathbb{A})$ sia vera.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{(1+\operatorname{tg} 2x)} - 1}{x}$; $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(\dfrac{5+2x}{5+3x}\right)^{x-5}$.
3) Disegnare un possibile grafico di una funzione $f(x)$ sapendo che:

a) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -1$ e $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$;
b) soddisfa alla seguente definizione di limite:
$\forall\,\varepsilon > 0\,\exists\,\delta(\varepsilon) : 1 < x < 1+\delta \Rightarrow |f(x)| < \varepsilon$;
c) $f(x)$ ha un punto di discontinuità di prima specie in $x = 0$.
4) Se $F(x) = \dfrac{x+2}{x+1}$ è l'inversa della funzione $f(x)$ e $G(x) = \dfrac{e^x+1}{e^x-2}$ è l'inversa della funzione $g(x)$, determinare l'espressione delle funzioni $f(g(x))$ e $g(f(x))$.
5) Determinare il Campo di esistenza della funzione $f(x) = \sqrt{\dfrac{\log(x+1)}{1-x^2}}$.

Prova Intermedia Anno 2022- Compito $\mathbb{D}1$

1) Stabilire i casi di verità e di falsità della proposizione $[(\mathbb{A}\, e\, non\, \mathbb{C}) \Rightarrow (\mathbb{B}\, o\, non\, \mathbb{A})]$ supponendo per ipotesi che la proposizione $(\mathbb{B} \Leftrightarrow non\,\mathbb{A})$ sia falsa.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\log(1+\operatorname{tg} 2x)}{e^x-1}$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\dfrac{5+3x}{5+2x}\right)^{1-x}$.
3) Disegnare un possibile grafico di una funzione $f(x)$ sapendo che:
a) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ e $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0^+$;
b) soddisfa alla seguente definizione di limite:
$\forall\,\varepsilon > 0\,\exists\,\delta(\varepsilon) : 0 < |x| < \delta \Rightarrow |f(x)-1| < \varepsilon$;
c) $f(x)$ ha un punto di discontinuità di prima specie in $x = -1$.
4) Se $F(x) = \dfrac{x-2}{x-1}$ è l'inversa della funzione $f(x)$ e $G(x) = \dfrac{\log x+2}{\log x-1}$ è l'inversa della funzione $g(x)$, determinare l'espressione delle funzioni $f(g(x))$ e $g(f(x))$.
5) Determinare il Campo di esistenza della funzione $f(x) = \sqrt{\dfrac{x\log x}{x^2-1}}$.

Prova Intermedia Anno 2022- Compito $\mathbb{A}2$

1) Stabilire i casi di verità e di falsità della proposizione $[(non\,\mathbb{A}\, e\, \mathbb{C}) \Rightarrow (non\,\mathbb{B}\, o\, \mathbb{A})]$ supponendo per ipotesi che la proposizione $(\mathbb{C} \Leftrightarrow \mathbb{A})$ sia falsa.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\log(1+\operatorname{sen}^2 x)}{1-\cos x}$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\dfrac{5+3x}{3+2x}\right)^{1-x}$.
3) Disegnare un possibile grafico di una funzione $f(x)$ sapendo che:
a) $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = 1$ e $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$;
b) soddisfa alla seguente definizione di limite:
$\forall\,\varepsilon > 0\,\exists\,\delta(\varepsilon) : x < \delta \Rightarrow |f(x)-1| < \varepsilon$;
c) $f(x)$ ha un punto di discontinuità di prima specie in $x = -1$.
4) Date le funzioni $f(x) = \dfrac{2^x}{2^x-2}$ e $g(x) = 2x+3$ determinare l'espressione delle inverse delle funzioni $f(g(x))$ e $g(f(x))$.
5) Determinare l'area della parte di piano nel primo quadrante delimitata dagli assi cartesiani e dalle rette di equazione $y = 2x+1$ e $y = -\dfrac{1}{2}x+6$.

Prova Intermedia Anno 2022- Compito $\mathbb{B}2$

1) Stabilire i casi di verità e di falsità della proposizione $[(\mathbb{A}\, o\, \mathbb{C})\, e\, (non\, \mathbb{B} \Rightarrow \mathbb{A})]$ supponendo per ipotesi che la proposizione $(\mathbb{C} \Leftrightarrow non\, \mathbb{A})$ sia falsa.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\log(1 + \operatorname{sen} 3x)}{\log(1 - \operatorname{sen} 2x)}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{5 + 3x}{3 + 3x}\right)^{2x-1}$.
3) Disegnare un possibile grafico di una funzione $f(x)$ sapendo che:
a) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$ e $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0^-$;
b) soddisfa alla seguente definizione di limite:
$\forall \varepsilon\, \exists \delta(\varepsilon) : 0 < |x| < \delta \Rightarrow f(x) < \varepsilon$;
c) $f(x)$ ha un punto di discontinuità di terza specie in $x = -1$.
4) Date le funzioni $f(x) = 3x - 1$ e $g(x) = \dfrac{2^x}{2^x + 1}$ determinare l'espressione delle inverse delle funzioni $f(g(x))$ e $g(f(x))$.
5) Determinare l'area della parte di piano nel primo quadrante delimitata dagli assi cartesiani e dalle rette di equazione $y = 5 - x$ e $y = x - 1$.

Prova Intermedia Anno 2022- Compito $\mathbb{C}2$

1) Stabilire i casi di verità e di falsità della proposizione $[(\mathbb{A}\, o\, non\, \mathbb{C}) \Rightarrow (non\, \mathbb{B}\, e\, \mathbb{A})]$ supponendo per ipotesi che la proposizione $(\mathbb{C} \Leftrightarrow \mathbb{B})$ sia falsa.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\log(1 + \operatorname{tg} 2x)}{\operatorname{sen} 3x}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{5 + 2x}{2 + 3x}\right)^{1-x}$.
3) Disegnare un possibile grafico di una funzione $f(x)$ sapendo che:
a) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ e $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = +\infty$;
b) soddisfa alla seguente definizione di limite:
$\forall \varepsilon > 0\, \exists \delta(\varepsilon) : \delta < x \Rightarrow 0 < f(x) < \varepsilon$;
c) $f(x)$ ha un punto di discontinuità di prima specie in $x = 0$.
4) Date le funzioni $f(x) = \dfrac{\log_2 x}{\log_2 x - 2}$ e $g(x) = 3x + 1$ determinare l'espressione delle inverse delle funzioni $f(g(x))$ e $g(f(x))$.
5) Determinare l'area della parte di piano nel primo quadrante delimitata dagli assi cartesiani e dalle rette di equazione $y = 3x + 1$ e $y = -\dfrac{1}{3}x + 11$.

Prova Intermedia Anno 2022- Compito $\mathbb{D}2$

1) Stabilire i casi di verità e di falsità della proposizione $[(\mathbb{A} \Rightarrow non\, \mathbb{C})\, o\, (\mathbb{B}\, e\, non\, \mathbb{A})]$ supponendo per ipotesi che la proposizione $(\mathbb{B} \Leftrightarrow \mathbb{A})$ sia vera.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\log(1 + 3x)}{e^{\operatorname{sen} 2x} - 1}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{3 + 3x}{2 + 3x}\right)^{1-2x}$.
3) Disegnare un possibile grafico di una funzione $f(x)$ sapendo che:
a) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ e $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$;
b) soddisfa alla seguente definizione di limite:

$\forall\,\varepsilon > 0\,\exists\,\delta(\varepsilon) : 0 < |x+1| < \delta \Rightarrow 1-\varepsilon < f(x) < 1\,;$
c) $f(x)$ ha un punto di discontinuità di prima specie in $x = 0\,.$
4) Date le funzioni $f(x) = x - 3$ e $g(x) = \dfrac{\log_3 x - 1}{\log_3 x + 1}$ determinare l'espressione delle inverse delle funzioni $f(g(x))$ e $g(f(x))\,.$
5) Determinare l'area della parte di piano nel primo quadrante delimitata dagli assi cartesiani e dalle rette di equazione $y = 3 - 2x$ e $y = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{1}{2}\,.$

I Appello Sessione Invernale 2023 - Compito $\mathbb{A}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = x^3 \log^2 x\,.$
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1+x^2}-1}{1-\cos x}\,;\ \lim\limits_{x\to+\infty} \left(\dfrac{4+3x}{5+3x}\right)^{1-x}.$
3) Data la funzione $f(x) = \dfrac{x^2-3x+2}{x^2+kx-2}$, si determinino i valori del parametro k per i quali la funzione ha un punto di discontinuità di III specie, determinando anche i punti di tale discontinuità.
4) Date le funzioni $f(x) = \log(x+1)$ e $g(x) = \dfrac{e^x-1}{e^x+1}$, determinare Campo d'esistenza ed espressione dell'inversa di $F(x) = f(g(x))\,.$
5) Calcolare $\displaystyle\int \sqrt[3]{x^2} \cdot \log x\, \mathrm{d}x$ mediante integrazione per parti.
6) Data la funzione $f(x) = x^4 \cdot e^x$, determinare gli intervalli dove la funzione risulta convessa e dove concava.
7) Determinare la natura dei punti stazionari della funzione $f(x,y) = x^3 - y^2 + 2xy^2 - 3x\,.$
8) Date le matrici $\mathbb{A} = \left\| \begin{matrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{matrix} \right\|$ e $\mathbb{B} = \left\| \begin{matrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{matrix} \right\|$, ed il vettore $\mathbb{X} = \left\| \begin{matrix} k \\ k \\ k \end{matrix} \right\|$, si determini per quali valori di k il modulo del vettore $\mathbb{Y} = \mathbb{A}\cdot\mathbb{B}\cdot\mathbb{X}$ risulta uguale a 7.
9) Determinare verità o falsità della proposizione $P : (non\,\mathbb{A}\,e\,\mathbb{B})$ sapendo che la proposizione $P_1 : [(\mathbb{A}\,o\,\mathbb{B}) \Rightarrow \mathbb{C}]$ risulta falsa mentre la proposizione $P_2 : [(\mathbb{A}\,e\,\mathbb{C}) \Leftrightarrow \mathbb{B}]$ risulta vera.
10) Verificare che se $f(x)$ è una funzione derivabile due volte e concava allora la funzione $F(x) = e^{1-f(x)}$ risulta una funzione convessa.

I Appello Sessione Invernale 2023 - Compito $\mathbb{B}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = x^2 \log^2 x\,.$
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos x}{\sqrt{1+x^2}-1}\,;\ \lim\limits_{x\to+\infty} \left(\dfrac{4+3x}{4+2x}\right)^{1-x}.$
3) Data la funzione $f(x) = \dfrac{x^2+kx-2}{x^2-3x+2}$, si determinino i valori del parametro k per i quali la funzione ha un punto di discontinuità di III specie, determinando anche i punti di tale discontinuità.

4) Date le funzioni $f(x) = \log(x-1)$ e $g(x) = \dfrac{e^x+1}{e^x-1}$, determinare Campo d'esistenza ed espressione dell'inversa di $F(x) = f(g(x))$.

5) Calcolare $\int \sqrt[4]{x^3} \cdot \log x \, dx$ mediante integrazione per parti.

6) Data la funzione $f(x) = x^2 e^{1-2x}$, determinare gli intervalli dove la funzione risulta convessa e dove concava.

7) Determinare la natura dei punti stazionari della funzione $f(x,y) = x^2 - 2x^2y - y^3 + 3y$.

8) Date le matrici $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{Vmatrix}$ e $\mathbb{B} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{Vmatrix}$, ed il vettore $\mathbb{X} = \begin{Vmatrix} k \\ k \\ k \end{Vmatrix}$, si determini per quali valori di k il modulo del vettore $\mathbb{Y} = \mathbb{A} \cdot \mathbb{B} \cdot \mathbb{X}$ risulta uguale a 7.

9) Determinare verità o falsità della proposizione $P : (\mathbb{A}\, e\, non\, \mathbb{B})$ sapendo che la proposizione $P_1 : [(\mathbb{A}\, e\, \mathbb{B}) \Rightarrow \mathbb{C}]$ risulta falsa mentre la proposizione $P_2 : [(\mathbb{A}\, o\, \mathbb{C}) \Leftrightarrow \mathbb{B}]$ risulta vera.

10) Verificare che se $f(x)$ è una funzione derivabile due volte e convessa allora la funzione $F(x) = e^{1+f(x)}$ risulta una funzione convessa.

II Appello Sessione Invernale 2023 - Compito $\mathbb{A}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = \dfrac{e^x-1}{e^x+2}$.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$\lim_{x \to 0} \dfrac{\log(1+\operatorname{sen} x)}{e^{\operatorname{tg} x} - 1}$; $\lim_{x \to +\infty} \dfrac{2 + 3x - \operatorname{sen}^3 x + 5 \log x}{5 - 3x + \cos^2 x + \sqrt{2x}}$.

3) Determinare in quale punto la tangente al grafico della funzione $f(x) = \log 2x$ risulta parallela alla retta passante per i punti $(1,1)$ e $(2,3)$.

4) Date le due funzioni $f(x)$ e $g(x)$, sapendo che $f(x) = \dfrac{x+1}{x+2}$ e che $f(g(x)) = \dfrac{e^x}{e^x+1}$, determinare la funzione $g(x)$ e poi l'espressione della sua inversa $g^{-1}(x)$.

5) Determinare il valore del parametro k per cui $\int_1^2 \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}} - \dfrac{k}{x^2} \, dx = 0$.

6) Presa la funzione $f(x) = x^3 - x^2 + 3x + 1$ si determini il valore del punto interno all'intervallo $[0,1]$ nel quale risulta soddisfatto il Teorema di Lagrange.

7) Determinare la natura dei punti stazionari della funzione $f(x,y) = x^2 + 2x^2y + y^2$.

8) Data la matrice $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} k & 0 & 1 \\ 2 & k & 1 \\ 1 & -1 & k \end{Vmatrix}$ ed il vettore $\mathbb{X} = (1,2,1)$ determinare i valori del parametro k affinchè:

a) $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X}$ sia perpendicolare a $(1,1,1)$; oppure

b) $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X}$ sia parallelo a $(4,9,2)$; oppure

c) $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X}$ abbia modulo pari a $\sqrt{11}$.

9) Date le tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare come risulta la proposizione $(non\, \mathbb{A}\, e\, \mathbb{B})$ quando la proposizione $(\mathbb{A} \Leftrightarrow \mathbb{B}) \Rightarrow (\mathbb{B}\, o\, \mathbb{C})$ è falsa.

10) Calcolare un valore approssimato di $e^{2,1}$ con un opportuno polinomio di Taylor di II grado. Non occorre sviluppare tutti i calcoli, basta impostare la formula.

II Appello Sessione Invernale 2023 - Compito $\mathbb{B}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = \dfrac{e^x - 2}{e^x + 1}$.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\log(1 - \operatorname{sen} x)}{1 - e^{2x}}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1 + x - \cos^3 x - \sqrt[3]{x}}{2 - x + \operatorname{sen}^2 x + 2\log x}$.

3) Determinare in quale punto la tangente al grafico della funzione $f(x) = e^{2x}$ risulta parallela alla retta passante per i punti $(1,1)$ e $(3,5)$.

4) Date le due funzioni $f(x)$ e $g(x)$, sapendo che $f(x) = \dfrac{x+2}{x+1}$ e che $f(g(x)) = \dfrac{e^x}{e^x - 1}$, determinare la funzione $g(x)$ e poi l'espressione della sua inversa $g^{-1}(x)$.

5) Determinare il valore del parametro k per cui $\displaystyle\int_1^2 \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{k}{x^3}\, \mathrm{d}x = 0$.

6) Presa la funzione $f(x) = x^3 - x^2 + 2x + 2$ si determini il valore del punto interno all'intervallo $[0,1]$ nel quale risulta soddisfatto il Teorema di Lagrange.

7) Determinare la natura dei punti stazionari della funzione $f(x,y) = x^2 - 2xy^2 + y^2$.

8) Data la matrice $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} k & 2 & 1 \\ 0 & k & -1 \\ 1 & 1 & k \end{Vmatrix}$ ed il vettore $\mathbb{X} = (1, 2, -1)$ determinare i valori del parametro k affinchè:

a) $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X}$ sia perpendicolare a $(1,1,1)$; oppure

b) $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X}$ sia parallelo a $(5,5,1)$; oppure

c) $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X}$ abbia modulo pari a $\sqrt{19}$.

9) Date le tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare come risulta la proposizione $(non\, \mathbb{A}\, e\, \mathbb{C})$ quando la proposizione $(\mathbb{A} \Leftrightarrow \mathbb{C}) \Rightarrow (\mathbb{B}\, o\, \mathbb{C})$ è falsa.

10) Calcolare un valore approssimato di $e^{1,2}$ con un opportuno polinomio di Taylor di II grado. Non occorre sviluppare tutti i calcoli, basta impostare la formula.

Appello Sessione Straordinaria I 2023

I Appello Sessione Estiva 2023

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = x^3 e^{1-x}$.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\log(1 + 3x^2)}{\log(1 + 2x^2)}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x + 3x^2 - \log x}{6x - x^2 + 2\log x}$.

3) Determinare in quale punto la tangente al grafico della funzione $f(x) = \log 2x$ risulta perpendicolare alla retta passante per i punti $(1,1)$ e $(2,-3)$.

4) Data $f(x) = \dfrac{e^{2x}}{e^x + 1}$, se ne determini campo d'esistenza, codominio, dove risulta invertibile ed espressione della sua funzione inversa.

5) Determinare il valore del parametro k per cui $\displaystyle\int_0^k 2 - 2x\, \mathrm{d}x = 1$.

6) Data la funzione $f(x) = x^3 - kx + 2$, determinare il valore del parametro k per il quale a tale funzione risulta applicabile il Teorema di Rolle nell'intervallo $[0;1]$ e determinare poi il conseguente punto stazionario nonchè la sua natura.

7) Determinare la natura dei punti stazionari della funzione $f(x,y) = x^2 + y^2 - 3xy + 4y$.

8) Date le matrici $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{Vmatrix}$, $\mathbb{B} = \begin{Vmatrix} 2 & k \\ k & 1 \end{Vmatrix}$ e il vettore $\mathbb{X} = \begin{Vmatrix} -1 \\ 1 \end{Vmatrix}$ determinare il valore del parametro k per il quale il vettore $\mathbb{A} \cdot \mathbb{B} \cdot \mathbb{X}$ risulta perpendicolare al vettore $(1, 1, 1)$.
9) Date tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare se può risultare vera la proposizione $P : non\,(\mathbb{B}\; e\; \mathbb{C}) \Rightarrow non\,(\mathbb{A}\; o\; \mathbb{C})$, nell'ipotesi che la proposizione $\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B}$ sia falsa.
10) Data $f(x) = x^2\, e^{1-kx}$, con $k > 0$, determinare il valore del parametro k per il quale la funzione ammette un punto di massimo in $x = 1$, stabilendo anche se si tratti di estremo assoluto o relativo.

II Appello Sessione Estiva 2023

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = x\, e^{x^2}$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{1 + \operatorname{sen} x} - 1}{\operatorname{tg} x}$; $\lim_{x \to +\infty} \left(\dfrac{3 + 2x}{1 + 2x} \right)^{x-1}$.
3) Data una funzione $f(x)$, sapendo che $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -1$ e che $\lim_{x \to 1} f(x) = +\infty$, dopo aver enunciato in forma metrica la definizione per questi due limiti si disegni un possibile grafico di funzione che li rispetta entrambi.
4) Date le funzioni $f(x) = 3^{x-1}$, $g(x) = \dfrac{x}{x+1}$ e $h(x) = 5x + 1$, determinare l'espressione della funzione composta $g(f(h(x)))$ e di questa determinare poi l'espressione dell'inversa.
5) Calcolare $\displaystyle\int_1^e \frac{\log^2 x}{x}\, \mathrm{d}x$.
6) Applicare alla funzione $f(x) = \log x$ il Teorema di Lagrange nell'intervallo $[1; e]$ determinando il punto nel quale il Teorema risulta soddisfatto.
7) Data la funzione $f(x, y) = \left(x^2 - y\right) e^{x-y}$, si determini se $(0, 0)$ risulta essere un suo punto stazionario.
8) Date le matrici $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{Vmatrix}$ e $\mathbb{B} = \begin{Vmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{Vmatrix}$ ed il vettore $\mathbb{X} = \begin{Vmatrix} x \\ y \end{Vmatrix}$, determinare la relazione geometrica che intercorre tra questo vettore $\mathbb{X}$ ed il vettore $\mathbb{A} \cdot \mathbb{B} \cdot \mathbb{X}$.
9) Determinare i casi di verità e di falsità della proposizione $P : (\mathbb{A} \Rightarrow non\,\mathbb{B})\; e\; (\mathbb{B} \Leftrightarrow \mathbb{A})$ sapendo che la proposizione $(non\,\mathbb{B} \Rightarrow \mathbb{A})$ risulta falsa.
10) Determinare per la funzione $f(x) = x\, e^{1-x}$ i punti di massimo e di minimo, relativi ed assoluti, nell'intervallo $[0; 2]$.

I Appello Sessione Autunnale 2023

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = x \log^2 x$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x \to 0} \dfrac{3^{\operatorname{sen} x} - 2^x}{x}$; $\lim_{x \to +\infty} \left(\dfrac{3 + 2x - \log x}{1 + 2 \log x} \right)^x$.
3) Date le funzioni $f(x) = 2x + 1$ e $g(x) = x - 2$, relativamente alle relazioni di equivalenza asintotica e di "o piccolo", si determini se e dove può risultare $f(x) \sim g(x)$, dove $f(x) = o(g(x))$ e dove $g(x) = o(f(x))$.

4) Date le funzioni $f(x) = 3^x$ e $g(x) = 2x - 5$, sia $h(x) = g(1 + 2f(x))$; dopo aver determinato l'espressione della funzione $h(x)$, di questa si determini poi l'espressione dell'inversa.

5) Calcolare $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1 + \operatorname{sen} x}\, \mathrm{d}x$.

6) Data la funzione $f(x) = \log(1 - \log x)$, dopo averne determinato il Campo di esistenza, si determini l'equazione della retta tangente al grafico di tale funzione nel punto $x_0 = 1$.

7) Data la funzione $f(x, y) = x^3 + y^3 - xy$, determinarne gli eventuali punti di massimo e/o minimo.

8) Data la matrice $\mathbb{A} = \left\| \begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{matrix} \right\|$ ed il vettore $\mathbb{X} = \left\| \begin{matrix} k \\ 1 \\ k \end{matrix} \right\|$, si determini per quale valore del parametro k il vettore $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X}$ risulta parallelo al vettore $(10, 8, 2)$ e per quale valore risulta invece perpendicolare al vettore $(1, 1, 1)$.

9) Determinare se risulta una tautologia la proposizione $P : (\mathbb{A}\, e\, non\, \mathbb{B}) \Rightarrow ((\mathbb{B} \Leftrightarrow \mathbb{A})\; o\; \mathbb{B})$.

10) Determinare per la funzione $f(x) = e^{1+x} + e^{1-x}$ i punti di massimo e di minimo, relativi ed assoluti, nell'intervallo $[-1; +1]$.

II Appello Sessione Autunnale 2023

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = e^x - x$.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \to 0} \frac{x \cdot \operatorname{tg} 2x}{1 - \cos x}\; ; \quad \lim_{x \to +\infty} \left(\frac{3x - 8}{2x + 1} \right)^{1-x}.$$

3) Date le funzioni $f(x) = 3^x + 1$ e $g(x) = x - 2$, relativamente alla relazione di "o piccolo", si determini se e dove può risultare $f(x) = o(g(x))$ e dove $g(x) = o(f(x))$.

4) Date le funzioni $f(x) = 2^{1-x}$ e $g(x) = 2x + 1$, sia $h(x) = g(1 + f(-x) \cdot f(2x))$; dopo aver determinato l'espressione della funzione $h(x)$, di questa si determini poi l'espressione dell'inversa.

5) Calcolare $\displaystyle\int_0^3 \left(x - \frac{1}{x + 1} \right) \mathrm{d}x$.

6) Data la funzione $f(x) = \log(1 + \log x)$, dopo averne determinato il Campo di esistenza, sapendo che il differenziale $\mathrm{d}f(1)$ risulta uguale a $0,3$, si determini il valore dell'incremento $\mathrm{d}x$ in base al quale è stato calcolato tale differenziale.

7) Data la funzione $f(x, y) = 3x^2 - 2y^3 - x + 24y$, determinarne gli eventuali punti di massimo e/o minimo.

8) Date le matrici $\mathbb{A} = \left\| \begin{matrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \end{matrix} \right\|$ e $\mathbb{B} = \left\| \begin{matrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{matrix} \right\|$ ed il vettore $\mathbb{X} = \left\| \begin{matrix} k \\ k \end{matrix} \right\|$, si determinino i valori del parametro k per i quali il vettore $\mathbb{A} \cdot \mathbb{B} \cdot \mathbb{X}$ ha modulo pari a 3.

9) Data la proposizione $P : (\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B}) \Leftrightarrow (\mathbb{A}\, e\, non\, \mathbb{B})$, determinare se risulta una tautologia la proposizione $non\, P$.

10) Determinare per la funzione $f(x) = e^x - e^{-x}$ gli eventuali punti di flesso.