COMPITI DI MATEMATICA GENERALE AA. 2023/24

Prova Intermedia Anno 2023- Compito $\mathbb{A}1$

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{sen} 3x}{2^x - 1}$; $\lim_{x\to +\infty} \left(\dfrac{2x+7}{2x+5}\right)^x$.
2) Determinare il campo d'esistenza della funzione $f(x) = \sqrt{1 - \log(1-x)}$.
3) Date le funzioni $f(x) = \dfrac{x+1}{x-1}$, $g(x) = 2^x + 1$ e $h(x) = x - 2$, determinare l'espressione della funzione composta $f(g(h(x)))$ e di questa determinare poi l'espressione della funzione inversa.
4) Date le tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare i casi di verità e di falsità della proposizione $(\mathbb{A} \Leftrightarrow \mathbb{B}) \Rightarrow (\mathbb{B}\, o\, \mathbb{C})$ sapendo che la proposizione $\mathbb{B}$ è falsa.
5) Date le funzioni $f(x) = 3^{2x+1} + k$ e $g(x) = \log(x-2)$, siano A il punto in cui $f(x)$ taglia l'asse delle ordinate, B quello in cui la funzione $g(x)$ taglia l'asse delle ascisse, sia O l'origine degli assi e sia k un parametro a valori reali positivi. Determinare il valore del parametro k in modo che il triangolo AOB abbia area uguale a 6.

Prova Intermedia Anno 2023- Compito $\mathbb{B}1$

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x\to 0} \dfrac{\log(1-x)}{\operatorname{tg} x}$; $\lim_{x\to +\infty} \left(\dfrac{3x-1}{2x+2}\right)^x$.
2) Determinare il campo d'esistenza della funzione $f(x) = \dfrac{1}{\log_2(x-3) - 2}$.
3) Date le funzioni $f(x) = \log_2 x$, $g(x) = \dfrac{x-1}{x+2}$ e $h(x) = 2x + 1$, determinare l'espressione della funzione composta $f(g(h(x)))$ e di questa determinare poi l'espressione della funzione inversa.
4) Date le tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare i casi di verità e di falsità della proposizione $(\mathbb{A}\, o\, \mathbb{B}) \Leftrightarrow (\mathbb{C} \Rightarrow \mathbb{B})$ sapendo che la proposizione $\mathbb{C}$ è falsa.
5) Date le funzioni $f(x) = 2^{2-x} + 1$ e $g(x) = \log(x-k)$, siano A il punto in cui $f(x)$ taglia l'asse delle ordinate, B quello in cui la funzione $g(x)$ taglia l'asse delle ascisse, sia O l'origine degli assi e sia k un parametro a valori reali positivi. Determinare il valore del parametro k in modo che il triangolo AOB abbia area uguale a 5.

Prova Intermedia Anno 2023- Compito $\mathbb{C}1$

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x\to 0} \dfrac{(1+x)^2 - 1}{\operatorname{sen} x}$; $\lim_{x\to +\infty} \left(\dfrac{x-5}{x+3}\right)^x$.
2) Determinare il campo d'esistenza della funzione $f(x) = \log(1 - \log(1-x))$.
3) Date le funzioni $f(x) = 3x - 1$, $g(x) = \dfrac{2x}{x+1}$ e $h(x) = 2^x$, determinare l'espressione della funzione composta $f(g(h(x)))$ e di questa determinare poi l'espressione della funzione inversa.

4) Date le tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare i casi di verità e di falsità della proposizione $(\mathbb{A} \Leftrightarrow \mathbb{B}) \Rightarrow (\mathbb{C}\, e\, \mathbb{A})$ sapendo che la proposizione $\mathbb{A}$ è vera.
5) Date le funzioni $f(x) = k + 2^{1+2x}$ e $g(x) = \log(2x-3)$, siano A il punto in cui $f(x)$ taglia l'asse delle ordinate, B quello in cui la funzione $g(x)$ taglia l'asse delle ascisse, sia O l'origine degli assi e sia k un parametro a valori reali positivi. Determinare il valore del parametro k in modo che il triangolo AOB abbia area uguale a 5.

Prova Intermedia Anno 2023- Compito $\mathbb{D}$1

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen}^2 x}{x\,(3^x-1)}\ ;\quad \lim_{x\to+\infty} \left(\frac{1+2x}{1+3x}\right)^x .$$
2) Determinare il campo d'esistenza della funzione $f(x) = \dfrac{\log x}{\log(1-x)}$.
3) Date le funzioni $f(x) = \dfrac{x}{x-2}$, $g(x) = \log x$ e $h(x) = 3x$, determinare l'espressione della funzione composta $f(g(h(x)))$ e di questa determinare poi l'espressione della funzione inversa.
4) Date le tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare i casi di verità e di falsità della proposizione $(\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B})\, e\, (\mathbb{B} \Leftrightarrow \mathbb{C})$ sapendo che la proposizione $\mathbb{B}$ è vera.
5) Date le funzioni $f(x) = 3^{1-x}$ e $g(x) = \log(x-2k)$, siano A il punto in cui $f(x)$ taglia l'asse delle ordinate, B quello in cui la funzione $g(x)$ taglia l'asse delle ascisse, sia O l'origine degli assi e sia k un parametro a valori reali positivi. Determinare il valore del parametro k in modo che il triangolo AOB abbia area uguale a 6.

Prova Intermedia Anno 2023- Compito $\mathbb{A}$2

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$$\lim_{x\to 0} \frac{\log(1+\operatorname{sen} x)}{\operatorname{tg} x}\ ;\quad \lim_{x\to+\infty} \left(\frac{2+3x}{1+x}\right)^x .$$
2) Date le due funzioni $f(x)$ e $g(x)$, sapendo che $f(x) = \dfrac{3x}{x+2}$ e che $f(g(x)) = \dfrac{2x}{x+1}$, determinare la funzione $g(x)$ e poi l'espressione della sua inversa $g^{-1}(x)$.
3) Data la funzione $f(x) = \log\left(\dfrac{x-1}{x^2-4}\right)$ se ne determini il campo d'esistenza.
4) Date le funzioni $f(x) = 2^{x+3} + k$ e $g(x) = \log(x-1)$, siano A il punto in cui $f(x)$ taglia l'asse delle ordinate, B quello in cui la funzione $g(x)$ taglia l'asse delle ascisse, sia O l'origine degli assi e sia k un parametro a valori reali positivi. Determinare il valore del parametro k in modo che il triangolo AOB abbia area uguale a 10.
5) Date le generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$, $\mathbb{C}$ e $\mathbb{D}$, costruire le tavole di verità della proposizione $[(\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B})\, e\, (\mathbb{C} \Rightarrow \mathbb{D})] \Leftrightarrow (\mathbb{A}\, o\, \mathbb{D})$ sapendo che la proposizione $\mathbb{B}$ è sempre vera mentre la proposizione $\mathbb{D}$ è sempre falsa.

Prova Intermedia Anno 2023- Compito $\mathbb{B}$2

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos 2x}{\operatorname{sen}^2 x}\ ;\quad \lim_{x\to+\infty} \left(\frac{5+x}{6+x}\right)^x .$$

2) Date le due funzioni $f(x)$ e $g(x)$, sapendo che $f(x)=\dfrac{2x}{x+2}$ e che $f(g(x))=\dfrac{x+1}{x+4}$, determinare la funzione $g(x)$ e poi l'espressione della sua inversa $g^{-1}(x)$.

3) Data la funzione $f(x)=\log\left(\dfrac{x}{x^2-3x+2}\right)$ se ne determini il campo d'esistenza.

4) Date le funzioni $f(x)=3^{x+2}-1$ e $g(x)=\log(x-k)$, siano A il punto in cui $f(x)$ taglia l'asse delle ordinate, B quello in cui la funzione $g(x)$ taglia l'asse delle ascisse, sia O l'origine degli assi e sia k un parametro a valori reali positivi. Determinare il valore del parametro k in modo che il triangolo AOB abbia area uguale a 4.

5) Date le generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$, $\mathbb{C}$ e $\mathbb{D}$, costruire le tavole di verità della proposizione $[(\mathbb{A}\Leftrightarrow\mathbb{B})\, o\,(\mathbb{C}\Leftrightarrow\mathbb{D})]\Rightarrow(\mathbb{A}\, e\,\mathbb{D})$ sapendo che la proposizione $\mathbb{B}$ è sempre falsa mentre la proposizione $\mathbb{C}$ è sempre vera.

Prova Intermedia Anno 2023- Compito $\mathbb{C}2$

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(1+x^2)^2-1}{\operatorname{sen}^2 x}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{1+x}{1+2x}\right)^x$.

2) Date le due funzioni $f(x)$ e $g(x)$, sapendo che $f(x)=\dfrac{2x}{x+1}$ e che $f(g(x))=\dfrac{x-2}{2x}$, determinare la funzione $g(x)$ e poi l'espressione della sua inversa $g^{-1}(x)$.

3) Data la funzione $f(x)=\log\left(\dfrac{x}{x^2+x-2}\right)$ se ne determini il campo d'esistenza.

4) Date le funzioni $f(x)=k+3^{1+2x}$ e $g(x)=\log(2x-3)$, siano A il punto in cui $f(x)$ taglia l'asse delle ordinate, B quello in cui la funzione $g(x)$ taglia l'asse delle ascisse, sia O l'origine degli assi e sia k un parametro a valori reali positivi. Determinare il valore del parametro k in modo che il triangolo AOB abbia area uguale a 6.

5) Date le generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$, $\mathbb{C}$ e $\mathbb{D}$, costruire le tavole di verità della proposizione $[(\mathbb{A}\, o\,\mathbb{B})\, e\,(\mathbb{C}\Leftrightarrow\mathbb{D})]\Leftrightarrow(\mathbb{C}\Rightarrow\mathbb{B})$ sapendo che la proposizione $\mathbb{A}$ è sempre vera mentre la proposizione $\mathbb{D}$ è sempre falsa.

Prova Intermedia Anno 2023- Compito $\mathbb{D}2$

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2^x-1}{\operatorname{sen} x}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{1-3x}{2-x}\right)^x$.

2) Date le due funzioni $f(x)$ e $g(x)$, sapendo che $f(x)=\dfrac{x+2}{1-x}$ e che $f(g(x))=\dfrac{3x+1}{x}$, determinare la funzione $g(x)$ e poi l'espressione della sua inversa $g^{-1}(x)$.

3) Data la funzione $f(x)=\log_3\left(\dfrac{x^2-4x+3}{x}\right)$ se ne determini il campo d'esistenza.

4) Date le funzioni $f(x)=3^{1+x}$ e $g(x)=\log(x-k)$, siano A il punto in cui $f(x)$ taglia l'asse delle ordinate, B quello in cui la funzione $g(x)$ taglia l'asse delle ascisse, sia O l'origine degli assi e sia k un parametro a valori reali positivi. Determinare il valore del parametro k in modo che il triangolo AOB abbia area uguale a 3.

5) Date le generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$, $\mathbb{C}$ e $\mathbb{D}$, costruire le tavole di verità della proposizione $[(\mathbb{A}\Leftrightarrow\mathbb{C})\, o\,(\mathbb{B}\Rightarrow\mathbb{D})]\Rightarrow(\mathbb{C}\, e\,\mathbb{D})$ sapendo che la proposizione $\mathbb{B}$ è sempre vera mentre la proposizione $\mathbb{A}$ è sempre falsa.

I Appello Sessione Invernale 2024 - Compito $\mathbb{A}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = 2e^{3x} - 3e^{2x}$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos x}{1-\cos^2 x}$; $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(1 - \dfrac{3}{x+1}\right)^{x-1}$.
3) Determinare il valore del parametro k per il quale $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\text{sen}\, 3x}{\text{sen}\, kx} = 5$.
4) Date le funzioni $f(x) = 3x - 2$ e $g(x) = 2^{1-x}$, si determini l'espressione delle funzioni composte $f(g(x))$ e $g(f(x))$, trovando anche dove queste ultime risultano invertibili nonchè l'espressione della loro inversa.
5) Calcolare $\displaystyle\int_0^1 e^{3x} - e^{-x}\, \mathrm{d}x$.
6) Date $f(x) = e^{kx-1}$ e $g(x) = 1 + \log x$, determinare, se possibile, il valore del parametro k in modo tale che i grafici delle due funzioni abbiano la stessa retta tangente nel punto $x = 1$.
7) Data la funzione $f(x,y) = e^x \left(x^2 + y^2\right)$, determinarne gli eventuali punti di massimo e/o minimo.
8) Data la matrice $\mathbb{A} = \left\|\begin{matrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & k \\ k & 1 & 3 \end{matrix}\right\|$ ed i vettori $\mathbb{X} = (1,0,1)$ e $\mathbb{Y} = (2,2,6)$, determinare se esiste un valore del parametro k per il quale risulta $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X} = \mathbb{Y}$.
9) Stabilire i casi di verità e di falsità della proposizione $(\mathbb{A} \Leftrightarrow \mathbb{B})\ e\ (non\ \mathbb{C} \Rightarrow \mathbb{A})$ supponendo per ipotesi che la proposizione $(non\ \mathbb{A}\ o\ \mathbb{B})$ sia falsa.
10) Determinare i primi due termini significativi del Polinomio di Mac Laurin della funzione $f(x) = \text{sen}\, x - e^{2x} + e^{3x}$.

I Appello Sessione Invernale 2024 - Compito $\mathbb{B}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = e^{4x} - 2e^{2x}$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos^2 x}{x \cdot \text{sen}\, x}$; $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(1 - \dfrac{2}{x+2}\right)^{x-2}$.
3) Determinare il valore del parametro k per il quale $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\text{sen}\, kx}{\text{sen}\, 2x} = 3$.
4) Date le funzioni $f(x) = 3^{x-1}$ e $g(x) = 2x - 3$, si determini l'espressione delle funzioni composte $f(g(x))$ e $g(f(x))$, trovando anche dove queste ultime risultano invertibili nonchè l'espressione della loro inversa.
5) Calcolare $\displaystyle\int_0^1 e^{3+x} + e^{-2x}\, \mathrm{d}x$.
6) Date $f(x) = e^{x-1}$ e $g(x) = k + \log x$, determinare, se possibile, il valore del parametro k in modo tale che i grafici delle due funzioni abbiano la stessa retta tangente nel punto $x = 1$.
7) Data la funzione $f(x,y) = e^y \left(x^2 + y^2\right)$, determinarne gli eventuali punti di massimo e/o minimo.

8) Data la matrice $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & k & -1 \\ k & 3 & 1 \end{Vmatrix}$ ed i vettori $\mathbb{X} = (1, 1, 0)$ e $\mathbb{Y} = (2, 2, 5)$, determinare se esiste un valore del parametro k per il quale risulta $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X} = \mathbb{Y}$.
9) Stabilire i casi di verità e di falsità della proposizione $(\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B})\, o\, (\mathbb{C} \Leftrightarrow non\ \mathbb{A})$ supponendo per ipotesi che la proposizione $(non\ \mathbb{A}\ e\ \mathbb{B})$ sia vera.
10) Determinare i primi due termini significativi del Polinomio di Mac Laurin della funzione $f(x) = \cos x - 2e^x + e^{3x}$.

II Appello Sessione Invernale 2024 - Compito $\mathbb{A}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = \log^2 x - 3\log x + 2$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{(1+x)^3} - 1}{e^x - 1} \ ; \quad \lim_{x\to -\infty} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 + x - 5}.$$
3) Disegnare un possibile grafico per un funzione che soddisfi entrambe le seguenti definizioni di limite:
a) $\forall \varepsilon\ \exists \delta(\varepsilon) : 0 < |x| < \delta(\varepsilon) \Rightarrow f(x) < \varepsilon$;
b) $\forall \varepsilon > 0\ \exists \delta(\varepsilon) : x > \delta(\varepsilon) \Rightarrow |f(x) + 1| < \varepsilon$.
4) Data la funzione $f(x) = \dfrac{x+2}{x-3}$, dopo aver determinato l'espressione della funzione composta $F(x) = f(f(x))$, determinare poi l'espressione dell'inversa di $F(x)$.
5) Calcolare $\displaystyle\int_0^1 x\, e^{2x} - 2\, x^3\, \mathrm{d}x$.
6) Verificare se e dove la retta tangente al grafico della funzione $f(x) = x^3 + 3x^2 - 7x + 1$ risulta parallela alla retta di equazione $y = 2x - 1$.
7) Data la funzione $f(x, y) = x^2 + y^3 + 2xy - y$ se ne determinino gli eventuali punti di massimo o minimo relativo.
8) Data $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} 1 & 1 & k \\ 1 & k & 1 \\ k & 1 & 1 \end{Vmatrix}$, $\mathbb{X} = \begin{Vmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{Vmatrix}$ e $\mathbb{Y} = \begin{Vmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{Vmatrix}$, trovare il valore del parametro k per il quale il vettore $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X}$ risulta perpendicolare al vettore $\mathbb{Y}$.
9) Determinare quando risulta falsa la proposizione $(\mathbb{A} \Leftrightarrow \mathbb{B})\, o\, (\mathbb{B} \Leftrightarrow \mathbb{C})$ nell'ipotesi che la proposizione $(\mathbb{B} \Rightarrow \mathbb{C})$ risulti vera.
10) Determinare i punti di massimo e di minimo, sia assoluti che relativi, per la funzione $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 7$ nell'intervallo $[-1, 3]$.

II Appello Sessione Invernale 2024 - Compito $\mathbb{B}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = \log^2 x - 2\log x + 1$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[5]{(1+x)^2} - 1}{\operatorname{sen} x} \ ; \quad \lim_{x\to -\infty} \frac{x^3 - 3x + 1}{x^3 + 7 + x^4}.$$
3) Disegnare un possibile grafico per un funzione che soddisfi entrambe le seguenti definizioni di limite:
a) $\forall \varepsilon\ \exists \delta(\varepsilon) : 0 < |x - 1| < \delta(\varepsilon) \Rightarrow f(x) > \varepsilon$;
b) $\forall \varepsilon > 0\ \exists \delta(\varepsilon) : x < \delta(\varepsilon) \Rightarrow |f(x) - 2| < \varepsilon$.

4) Data la funzione $f(x)=\dfrac{x+1}{x-2}$, dopo aver determinato l'espressione della funzione composta $F(x)=f(f(x))$, determinare poi l'espressione dell'inversa di $F(x)$.
5) Calcolare $\displaystyle\int_0^1 2x^2+x\,e^{3x}\,\mathrm{d}x$.
6) Verificare se e dove la retta tangente al grafico della funzione $f(x)=x^3-3x^2-5x$ risulta parallela alla retta di equazione $y=4x-1$.
7) Data la funzione $f(x,y)=x^3+y^2-x+2xy$ se ne determinino gli eventuali punti di massimo o minimo relativo.
8) Data $\mathbb{A}=\left\|\begin{matrix}k&1&1\\1&k&1\\1&1&k\end{matrix}\right\|$, $\mathbb{X}=\left\|\begin{matrix}1\\2\\-1\end{matrix}\right\|$ e $\mathbb{Y}=\left\|\begin{matrix}1\\-1\\1\end{matrix}\right\|$, trovare il valore del parametro k per il quale il vettore $\mathbb{A}\cdot\mathbb{X}$ risulta perpendicolare al vettore $\mathbb{Y}$.
9) Determinare quando risulta falsa la proposizione $(\mathbb{A}\Rightarrow\mathbb{B})\,e\,(\mathbb{B}\Rightarrow\mathbb{C})$ nell'ipotesi che la proposizione $(\mathbb{A}\Leftrightarrow\mathbb{C})$ risulti vera.
10) Determinare i punti di massimo e di minimo, sia assoluti che relativi, per la funzione $f(x)=x^3-9x^2+24x-10$ nell'intervallo $[0,3]$.

Appello Sessione Straordinaria I 2024

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x)=e^{2x-x^2}$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{e^{x^2}-e^{-x^2}}{x^2}$; $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\frac{x^3+x^2-\operatorname{sen}x}{x^2-2x+3\cos x}$.
3) Disegnare un possibile grafico per un funzione che soddisfi entrambe le seguenti definizioni di limite:
a) $\forall\varepsilon\,\exists\delta(\varepsilon): x<\delta(\varepsilon)\Rightarrow f(x)>\varepsilon$;
b) $\forall\varepsilon>0\ \exists\delta(\varepsilon): x>\delta(\varepsilon)\Rightarrow 0<f(x)<\varepsilon$.
4) Data la funzione $f(x)=2-\dfrac{1}{x}$, dopo aver determinato l'espressione della funzione composta $F(x)=f(f(x))$, determinare poi l'espressione dell'inversa di $F(x)$.
5) Calcolare $\displaystyle\int_1^2\left(x^2-\frac{1}{x^2}\right)\mathrm{d}x$.
6) Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f(x)=x^3-3x+1$ nel punto $x=0$ e determinare poi l'area del triangolo nel primo quadrante avente per vertici i punti in cui tale retta taglia gli assi.
7) Data la funzione $f(x,y)=x^3+2x^2-4x-y^2$ se ne determinino gli eventuali punti di massimo o minimo relativo.
8) Dati $\mathbb{A}=\left\|\begin{matrix}k&0&1\\1&k&0\\1&0&k\end{matrix}\right\|$, $\mathbb{X}=\left\|\begin{matrix}1\\-1\\2\end{matrix}\right\|$ e $\mathbb{Y}=\left\|\begin{matrix}1\\0\\1\end{matrix}\right\|$, trovare il valore del parametro k per il quale il vettore $\mathbb{A}\cdot\mathbb{X}$ risulta parallelo al vettore $\mathbb{Y}$.
9) Date tre proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, costruire la tavola di verità della proposizione composta $(non\,(\mathbb{A}\Rightarrow\mathbb{C}))\Leftrightarrow(\mathbb{B}\Rightarrow\mathbb{C})$ sotto l'ipotesi che una e solo una fra le tre proposizioni sia vera.
10) Determinare gli intervalli in cui risulta concava o convessa la funzione $f(x)=x^2\log x$.

I Appello Sessione Estiva 2024

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = 2e^x + e^{-x}$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x \to 0} \dfrac{1 - \cos 3x}{1 - \cos 2x}$; $\lim_{x \to +\infty} \left(1 + \dfrac{2}{1 - 2x}\right)^{3x}$.
3) Determinare il valore del parametro k per il quale $\lim_{x \to 0} \dfrac{1 - e^{kx}}{1 - e^x} = 4$.
4) Data la funzione $f(x) = 1 - \dfrac{1}{2x + 1}$, sapendo che $f(g(x)) = x - 1$, determinare l'espressione della funzione $g(x)$ e determinare poi l'espressione della funzione $g(x - 1)$.
5) Calcolare $\displaystyle\int_1^e 3x - \frac{1}{2x}\, \mathrm{d}x$.
6) Trovare il punto x_0 in cui la retta tangente al grafico della funzione $f(x) = x^2 - 4x - 1$ risulta perpendicolare alla retta di equazione $y = 3x - 1$.
7) Determinare il gradiente della funzione $f(x, y) = e^{x^3 - y} + 2 \log\left(x + 4y^2\right) - y$ nel punto $(1, 1)$.
8) Data la matrice $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} k & 1 & -1 \\ 3 & m & 1 \\ 1 & 1 & k \end{Vmatrix}$, ed i vettori $\mathbb{X} = \begin{Vmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{Vmatrix}$ e $\mathbb{Y} = \begin{Vmatrix} -1 \\ 4 \\ 4 \end{Vmatrix}$, determinare il valore dei parametri m e k per i quali risulta $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X} = \mathbb{Y}$.
9) Date tre proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, costruire la tavola di verità della proposizione composta $(\mathbb{A} \Rightarrow non\, \mathbb{C}) \Leftrightarrow (non\, \mathbb{B} \Rightarrow \mathbb{C})$ sotto l'ipotesi che almeno due fra le tre proposizioni siano vere.
10) Determinare l'espressione del polinomio di Taylor di secondo grado nel punto $x = 1$ per la funzione $f(x) = x^2 \log x$.

II Appello Sessione Estiva 2024

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = 3e^{2x} - 2e^{3x}$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x \to 0} \dfrac{e^{3x} - 1}{\operatorname{sen} 2x}$; $\lim_{x \to +\infty} \left(\dfrac{2 + x + x^2}{1 + 2x^2}\right)^{1 - 3x}$.
3) Disegnare un possibile grafico per un funzione che soddisfi entrambe le seguenti definizioni di limite:
a) $\forall \varepsilon\ \exists \delta(\varepsilon) : x < \delta(\varepsilon) \Rightarrow f(x) > \varepsilon$;
b) $\forall \varepsilon > 0\ \exists \delta(\varepsilon) : x > \delta(\varepsilon) \Rightarrow |f(x)| < \varepsilon$.
4) Date le funzioni $f(x) = 2x + 1$, $g(x) = e^{2x} - 1$ e $h(x)$, sapendo che $f(g(h(x))) = x$, determinare l'espressione della funzione $h(x)$.
5) Calcolare $\displaystyle\int_0^1 e^{3x} - x^{3e}\, \mathrm{d}x$.
6) Date le funzioni $f(x) = e^{2x} + 1$ e $g(x) = x^2 - kx + 1$, determinare il valore del parametro k in modo che le due funzioni abbiano, nel punto $x = 1$, rette tangenti al loro grafico tra loro parallele.
7) Data la funzione $f(x, y) = 3x - 2e^y - 3x^2 + 2y$, determinarne gli eventuali punti di massimo e/o minimo.

8) Date le matrici $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} 2 & k \\ 1 & 1 \\ k & 1 \end{Vmatrix}$ e $\mathbb{B} = \begin{Vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{Vmatrix}$, ed il vettore $\mathbb{X} = \begin{Vmatrix} 1 \\ -1 \end{Vmatrix}$, determinare i valori del parametro k per i quali il modulo del vettore $\mathbb{A} \cdot \mathbb{B} \cdot \mathbb{X}$ risulta pari a 2.
9) Si verifichi se la proposizione $[non\,(\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B})] \Leftrightarrow (non\,\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B})$, dove $\mathbb{A}$ e $\mathbb{B}$ sono due generiche proposizioni, risulti o meno una tautologia.
10) Data la funzione $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$, determinare per quale valore del parametro k la funzione data soddisfa alle ipotesi del Teorema di Rolle nell'intervallo $[0, k]$, determinando poi il conseguente punto stazionario e la sua natura.

I Appello Sessione Autunnale 2024

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x \to 0} \frac{3^x - 1}{2^x - 1}$; $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{2+x}{1+x^2} \right)^{1-x}$.
3) Determinare il valore del parametro k per il quale $\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} 3x}{\operatorname{sen} kx} = 4$.
4) Date le funzioni $f(x) = 3x - k$ e $g(x) = e^x - 1$, determinare il valore del parametro k per il quale $f(g(x)) = 3g(x) + 5$.
5) Calcolare $\int_0^1 e^{3x} - e^{-3x}\,\mathrm{d}x$.
6) Date le funzioni $f(x) = e^{2x} - 1$ e $g(x) = x^2 - kx$, determinare il valore del parametro k in modo che le due funzioni abbiano, nel punto $x = 1$, rette tangenti al loro grafico tra loro perpendicolari.
7) Data la funzione $f(x, y) = x^2 - kxy + y^2$, determinare, al variare del parametro k, la natura dei suoi punti stazionari.
8) Data la matrice $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 7 & -5 & 1 \\ 6 & -6 & 2 \end{Vmatrix}$ ed il vettore $\mathbb{X} = \begin{Vmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{Vmatrix}$, determinare il valore del parametro k per il quale risulta $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X} = k\,\mathbb{X}$.
9) Date le quattro proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$, $\mathbb{C}$ e $\mathbb{D}$ si costruisca la tavola di verità della proposizione: $[(\mathbb{A}\; e\; \mathbb{B}) \Rightarrow (\mathbb{C}\; o\; \mathbb{B})] \Leftrightarrow \mathbb{D}$ sapendo che la proposizione $\mathbb{A}$ è sempre vera mentre la proposizione $\mathbb{D}$ è sempre falsa.
10) Data la funzione $f(x) = x^3 - kx^2 - 1$, determinare per quale valore del parametro k la funzione presenta un punto di flesso in $x_0 = 3$.

II Appello Sessione Autunnale 2024

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = x - \log x$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{\log(1 + 2x)}$; $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{2+x}{1+x} \right)^{1-x}$.
3) Date le funzioni $f(x) = 3x + 1$, $g(x) = e^x$ e $h(x)$, si determini l'espressione di $h(x)$ sapendo che risulta $f(g(h(x))) = 2^x - 1$.
4) Determinare il Campo di esistenza della funzione $f(x) = \log\left(\frac{e^x - 2}{e^x - 1} \right)$.

5) Calcolare $\displaystyle\int_1^2 \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}\,\mathrm{d}x$.
6) Data la funzione $f(x) = \log(x-3)$ si determini il punto x_0 nel quale la retta tangente al grafico della funzione risulta perpendicolare alla retta di equazione $y = -7x - 1$, determinando poi l'equazione di tale retta tangente.
7) Data la funzione $f(x,y) = x^2 - 2xy + y - y^2$, determinare la natura del suo punto stazionario.
8) Dati i vettori $\mathbb{X}_1 = (1,1,m)$ e $\mathbb{X}_2 = (2,k,4)$, sia $\mathbb{A}$ la matrice avente $\mathbb{X}_1$ ed $\mathbb{X}_2$ come righe e sia $\mathbb{Y} = (1,-1,1)$. Si determinino i valori di m e k per cui $\mathbb{A} \cdot \mathbb{Y}$ dà per risultato il vettore nullo.
9) Date tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare i casi di verità e di falsità della proposizione $\mathbb{P} \Rightarrow \mathbb{Q}$ con $\mathbb{P} : (\mathbb{A}\, e\, \mathbb{B}) \Rightarrow (\mathbb{B}\, o\, \mathbb{C})$ e $\mathbb{Q} : \mathbb{A} \Leftrightarrow non\, \mathbb{C}$, nell'ipotesi che la proposizione $\mathbb{A} \Leftrightarrow \mathbb{B}$ sia vera.
10) Determinare l'espressione del Polinomio di Mac Laurin di secondo grado per la funzione $f(x) = e^{3x} - e^{2x} + e^x$.