

COMPITI DI ANALISI MATEMATICA
AA. 2024/25

Prova Intermedia 2024

I M 1) Calcolare le radici terze del numero $e^{\log 8 + \frac{3}{4}\pi i}$, limitandosi ad esprimerle in forma trigonometrica.

I M 2) Data la funzione $f(x, y) = \begin{cases} \frac{|xy|}{\sqrt{x^2 + y^2}} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$, si verifichi se risulta

continua e poi anche differenziabile in $(0, 0)$.

I M 3) Data la funzione $f(x, y) = x^3 + y^3$ ed il versore u del vettore $(1, 1)$, determinare tutti i punti (x, y) nei quali risulta: $\begin{cases} \mathcal{D}_u f(x, y) = 3\sqrt{2} \\ \mathcal{D}_{u,u}^2 f(x, y) = 0 \end{cases}$.

I M 4) Determinare se con l'equazione $f(x, y) = x^2 \cdot \log y + y e^x - x = 1$, soddisfatta nel punto $P = (0, 1)$, è possibile definire una funzione implicita. In caso affermativo, calcolarne le derivate prima e seconda. Che tipo di punto viene determinato?

I M 5) Verificare se con il sistema $\begin{cases} f(x, y, z) = xy + xz - 2yz = 0 \\ g(x, y, z) = 2xyz - x^2z - y^3z = 0 \end{cases}$ si può definire, in un intorno di $P(1, 1, 1)$, una funzione in forma implicita. Se ciò è possibile, definire tale funzione e calcolarne le derivate prime.