

## COMPITI DI MATEMATICA GENERALE AA. 2024/25

### Prova Intermedia Anno 2024-Compito A1

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{\sin^2 x}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{1 - x + x^2}{1 + 2x + x^3} \right)^{\frac{1-x^2}{x}}.$$

2) Date le funzioni  $f(x) = \log\left(\frac{1+x}{x}\right)$  e  $g(x) = 2x - 1$ , determinare l'espressione delle funzioni composte  $f(g(x))$  e  $g(f(x))$  e di queste determinare poi l'espressione dell'inversa.

3) Determinare il valore del parametro  $k$  per il quale  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+kx)}{3x} = 3$ .

4) Date le tre generiche proposizioni  $\mathbb{A}$ ,  $\mathbb{B}$  e  $\mathbb{C}$ , determinare i casi di verità e di falsità della proposizione  $(\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B}) \vee (\mathbb{C} \wedge \text{non } \mathbb{A})$  nell'ipotesi che la proposizione  $(\mathbb{A} \Leftrightarrow \mathbb{C})$  sia falsa.

5) Determinare il campo d'esistenza della funzione  $f(x) = \log\left(\frac{3^x - 2}{1 - x}\right)$ .

### Prova Intermedia Anno 2024-Compito B1

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - 1}{\log(1-x)}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{1 - 3x + 2x^2}{1 + 2x + 3x^2} \right)^{1-x}.$$

2) Date le funzioni  $f(x) = \log\left(\frac{x+2}{x}\right)$  e  $g(x) = 3x - 1$ , determinare l'espressione delle funzioni composte  $f(g(x))$  e  $g(f(x))$  e di queste determinare poi l'espressione dell'inversa.

3) Determinare il valore del parametro  $k$  per il quale  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos kx}{kx^2} = 5$ .

4) Date le tre generiche proposizioni  $\mathbb{A}$ ,  $\mathbb{B}$  e  $\mathbb{C}$ , determinare i casi di verità e di falsità della proposizione  $(\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{C}) \wedge (\text{non } \mathbb{B} \vee \mathbb{C})$  nell'ipotesi che la proposizione  $(\mathbb{A} \Leftrightarrow \mathbb{B})$  sia vera.

5) Determinare il campo d'esistenza della funzione  $f(x) = \log\left(\frac{2^x - 3}{x - 2}\right)$ .

### Prova Intermedia Anno 2024-Compito C1

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{2x} - 1}{\sin 3x}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{1 + x^2}{1 + x^3} \right)^{1+x^2}.$$

2) Date le funzioni  $f(x) = \log\left(\frac{x+1}{2x}\right)$  e  $g(x) = 2x - 1$ , determinare l'espressione delle funzioni composte  $f(g(x))$  e  $g(f(x))$  e di queste determinare poi l'espressione dell'inversa.

3) Determinare il valore del parametro  $k$  per il quale  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+kx)^2 - 1}{2x} = 4$ .

4) Date le tre generiche proposizioni  $\mathbb{A}$ ,  $\mathbb{B}$  e  $\mathbb{C}$ , determinare i casi di verità e di falsità della proposizione  $(\mathbb{A} \wedge \mathbb{B}) \Rightarrow (\text{non } \mathbb{C} \vee \mathbb{B})$  nell'ipotesi che la proposizione  $(\mathbb{A} \Leftrightarrow \mathbb{B})$  sia falsa.

5) Determinare il campo d'esistenza della funzione  $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{3-e^x}}$ .

**Prova Intermedia Anno 2024-Compito D1**

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x^2)}{\sin(x^2-x)}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{1+x+3x^2}{2-x+2x^2} \right)^{2-x}.$$

2) Date le funzioni  $f(x) = \log\left(\frac{2x-1}{x}\right)$  e  $g(x) = x+2$ , determinare l'espressione delle funzioni composte  $f(g(x))$  e  $g(f(x))$  e di queste determinare poi l'espressione dell'inversa.

3) Determinare il valore del parametro  $k$  per il quale  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - e^{kx}}{x} = 0$ .

4) Date le tre generiche proposizioni  $\mathbb{A}$ ,  $\mathbb{B}$  e  $\mathbb{C}$ , determinare i casi di verità e di falsità della proposizione  $(\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{C}) \vee (\text{non } \mathbb{A} \wedge \mathbb{B})$  nell'ipotesi che la proposizione  $(\mathbb{B} \Leftrightarrow \mathbb{C})$  sia vera.

5) Determinare il campo d'esistenza della funzione  $f(x) = \sqrt{\frac{e^x - 2}{x - 3}}$ .

**Prova Intermedia Anno 2024-Compito A2**

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{tg}(3x+x^2)}{\sin(2x-x^2)}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{4+3x}{3+3x} \right)^{2x-1}.$$

2) Date le due funzioni  $f(x)$  e  $g(x)$ , sapendo che  $f(x) = 2^{x-1}$  e che  $f(g(x)) = 3x - 5$ , determinare la funzione  $g(x)$  e l'espressione dell'inversa di  $g(x)$ .

3) Data la funzione  $f(x) = 2^{3x-1} - k$  si considerino il punto in cui essa taglia l'asse delle ascisse, l'origine degli assi ed il punto  $(0, 6)$ . Per quale valore del parametro  $k$  il triangolo avente questi tre punti come vertici ha area uguale a 3?

4) Determinare il campo d'esistenza della funzione  $f(x) = \sqrt{2 - \log_2(2-x)}$ .

5) Date le proposizioni  $\mathbb{A}$  e  $\mathbb{B}$ , e data la proposizione  $\mathbb{P} : (\mathbb{A} \Leftrightarrow \text{non } \mathbb{B}) \vee (\mathbb{B} \Rightarrow \mathbb{A})$ , determinare se la proposizione  $\mathbb{P}$  risulti una tautologia.

**Prova Intermedia Anno 2024-Compito B2**

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+\sin 2x)}{\text{tg } 3x}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{3+2x}{2+2x} \right)^{3x}.$$

2) Date le due funzioni  $f(x)$  e  $g(x)$ , sapendo che  $f(x) = 3^{x+1}$  e che  $f(g(x)) = 5x + 2$ , determinare la funzione  $g(x)$  e l'espressione dell'inversa di  $g(x)$ .

3) Data la funzione  $f(x) = \log(x+1) - k$  si considerino il punto in cui essa taglia l'asse delle ascisse, l'origine degli assi ed il punto  $(0, 2)$ . Per quale valore del parametro  $k$  il triangolo avente questi tre punti come vertici ha area uguale a 3?

4) Determinare il campo d'esistenza per la funzione  $f(x) = \sqrt{1 - \log_3(6-x)}$ .

5) Date le proposizioni  $\mathbb{A}$  e  $\mathbb{B}$ , e data la proposizione  $\mathbb{P} : (\text{non } \mathbb{A} \Leftrightarrow \mathbb{B}) \vee (\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B})$ , determinare se la proposizione  $\mathbb{P}$  risulti una tautologia.

**Prova Intermedia Anno 2024-Compito C2**

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+2x)^3 - 1}{\log(1+3x)}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x+4}{x+3} \right)^{2x+3}.$$

2) Date le due funzioni  $f(x)$  e  $g(x)$ , sapendo che  $f(x) = 2^{x+1}$  e che  $f(g(x)) = 2x - 3$ , determinare la funzione  $g(x)$  e l'espressione dell'inversa di  $g(x)$ .

3) Data la funzione  $f(x) = e^{2-x} - k$  si considerino il punto in cui essa taglia l'asse delle ascisse, l'origine degli assi ed il punto  $(0, 4)$ . Per quale valore del parametro  $k$  il triangolo avente questi tre punti come vertici ha area uguale a 2?

4) Determinare il campo d'esistenza per la funzione  $f(x) = \sqrt{1 - \log_2(4-x)}$ .

5) Date le proposizioni  $\mathbb{A}$  e  $\mathbb{B}$ , e data la proposizione  $\mathbb{P} : (\mathbb{A} \wedge \mathbb{B}) \vee (\text{non } \mathbb{B} \Leftrightarrow \mathbb{A})$ , determinare se la proposizione  $\mathbb{P}$  risulti una tautologia.

**Prova Intermedia Anno 2024-Compito D2**

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{\sin x} - 1}{2^x - 1}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{2x+4}{2x+3} \right)^{3x-1}.$$

2) Date le due funzioni  $f(x)$  e  $g(x)$ , sapendo che  $f(x) = 3^{2-x}$  e che  $f(g(x)) = 2x + 1$ , determinare la funzione  $g(x)$  e l'espressione dell'inversa di  $g(x)$ .

3) Data la funzione  $f(x) = \log(3-x) - k$  si considerino il punto in cui essa taglia l'asse delle ascisse, l'origine degli assi ed il punto  $(0, 4)$ . Per quale valore del parametro  $k$  il triangolo avente questi tre punti come vertici ha area uguale a 2?

4) Determinare il campo d'esistenza per la funzione  $f(x) = \sqrt{2 - \log_3(5-x)}$ .

5) Date le proposizioni  $\mathbb{A}$  e  $\mathbb{B}$ , e data la proposizione  $\mathbb{P} : (\mathbb{A} \Leftrightarrow \mathbb{B}) \vee (\mathbb{A} \wedge \text{non } \mathbb{B})$ , determinare se la proposizione  $\mathbb{P}$  risulti una tautologia.