

COMPITI DI MATEMATICA GENERALE AA. 2024/25

Prova Intermedia Anno 2024-Compito A1

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{\sin^2 x}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1 - x + x^2}{1 + 2x + x^3} \right)^{\frac{1-x^2}{x}}.$$

2) Date le funzioni $f(x) = \log \left(\frac{1+x}{x} \right)$ e $g(x) = 2x - 1$, determinare l'espressione delle funzioni composte $f(g(x))$ e $g(f(x))$ e di queste determinare poi l'espressione dell'inversa.

3) Determinare il valore del parametro k per il quale $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+kx)}{3x} = 3$.

4) Date le tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare i casi di verità e di falsità della proposizione $(\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B}) \vee (\mathbb{C} \wedge \neg \mathbb{A})$ nell'ipotesi che la proposizione $(\mathbb{A} \Leftrightarrow \mathbb{C})$ sia falsa.

5) Determinare il campo d'esistenza della funzione $f(x) = \log \left(\frac{3^x - 2}{1 - x} \right)$.

Prova Intermedia Anno 2024-Compito B1

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x}-1}{\log(1-x)}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1-3x+2x^2}{1+2x+3x^2} \right)^{1-x}.$$

2) Date le funzioni $f(x) = \log \left(\frac{x+2}{x} \right)$ e $g(x) = 3x - 1$, determinare l'espressione delle funzioni composte $f(g(x))$ e $g(f(x))$ e di queste determinare poi l'espressione dell'inversa.

3) Determinare il valore del parametro k per il quale $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos kx}{kx^2} = 5$.

4) Date le tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare i casi di verità e di falsità della proposizione $(\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{C}) \wedge (\neg \mathbb{B} \vee \mathbb{C})$ nell'ipotesi che la proposizione $(\mathbb{A} \Leftrightarrow \mathbb{B})$ sia vera.

5) Determinare il campo d'esistenza della funzione $f(x) = \log \left(\frac{2^x - 3}{x - 2} \right)$.

Prova Intermedia Anno 2024-Compito C1

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{2x} - 1}{\sin 3x}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1+x^2}{1+x^3} \right)^{1+x^2}.$$

2) Date le funzioni $f(x) = \log \left(\frac{x+1}{2x} \right)$ e $g(x) = 2x - 1$, determinare l'espressione delle funzioni composte $f(g(x))$ e $g(f(x))$ e di queste determinare poi l'espressione dell'inversa.

3) Determinare il valore del parametro k per il quale $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+kx)^2 - 1}{2x} = 4$.

4) Date le tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare i casi di verità e di falsità della proposizione $(\mathbb{A} \wedge \mathbb{B}) \Rightarrow (\neg \mathbb{C} \vee \mathbb{B})$ nell'ipotesi che la proposizione $(\mathbb{A} \Leftrightarrow \mathbb{B})$ sia falsa.

5) Determinare il campo d'esistenza della funzione $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{3-e^x}}$.

Prova Intermedia Anno 2024-Compito D1

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x^2)}{\sin(x^2-x)}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1+x+3x^2}{2-x+2x^2} \right)^{2-x}.$$

2) Date le funzioni $f(x) = \log\left(\frac{2x-1}{x}\right)$ e $g(x) = x+2$, determinare l'espressione delle funzioni composte $f(g(x))$ e $g(f(x))$ e di queste determinare poi l'espressione dell'inversa.

3) Determinare il valore del parametro k per il quale $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - e^{kx}}{x} = 0$.

4) Date le tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare i casi di verità e di falsità della proposizione $(\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{C})$ o $(\text{non } \mathbb{A} \wedge \mathbb{B})$ nell'ipotesi che la proposizione $(\mathbb{B} \Leftrightarrow \mathbb{C})$ sia vera.

5) Determinare il campo d'esistenza della funzione $f(x) = \sqrt{\frac{e^x - 2}{x - 3}}$.

Prova Intermedia Anno 2024-Compito A2

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(3x+x^2)}{\sin(2x-x^2)}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4+3x}{3+3x} \right)^{2x-1}.$$

2) Date le due funzioni $f(x)$ e $g(x)$, sapendo che $f(x) = 2^{x-1}$ e che $f(g(x)) = 3x-5$, determinare la funzione $g(x)$ e l'espressione dell'inversa di $g(x)$.

3) Data la funzione $f(x) = 2^{3x-1} - k$ si considerino il punto in cui essa taglia l'asse delle ascisse, l'origine degli assi ed il punto $(0, 6)$. Per quale valore del parametro k il triangolo avente questi tre punti come vertici ha area uguale a 3?

4) Determinare il campo d'esistenza della funzione $f(x) = \sqrt{2 - \log_2(2-x)}$.

5) Date le proposizioni $\mathbb{A}$ e $\mathbb{B}$, e data la proposizione $\mathbb{P} : (\mathbb{A} \Leftrightarrow \text{non } \mathbb{B})$ o $(\mathbb{B} \Rightarrow \mathbb{A})$, determinare se la proposizione $\mathbb{P}$ risulti una tautologia.

Prova Intermedia Anno 2024-Compito B2

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+\sin 2x)}{\operatorname{tg} 3x}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3+2x}{2+2x} \right)^{3x}.$$

2) Date le due funzioni $f(x)$ e $g(x)$, sapendo che $f(x) = 3^{x+1}$ e che $f(g(x)) = 5x+2$, determinare la funzione $g(x)$ e l'espressione dell'inversa di $g(x)$.

3) Data la funzione $f(x) = \log(x+1) - k$ si considerino il punto in cui essa taglia l'asse delle ascisse, l'origine degli assi ed il punto $(0, 2)$. Per quale valore del parametro k il triangolo avente questi tre punti come vertici ha area uguale a 3?

4) Determinare il campo d'esistenza per la funzione $f(x) = \sqrt{1 - \log_3(6-x)}$.

5) Date le proposizioni $\mathbb{A}$ e $\mathbb{B}$, e data la proposizione $\mathbb{P} : (\text{non } \mathbb{A} \Leftrightarrow \mathbb{B})$ o $(\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B})$, determinare se la proposizione $\mathbb{P}$ risulti una tautologia.

Prova Intermedia Anno 2024-Compito C2

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+2x)^3 - 1}{\log(1+3x)}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+4}{x+3} \right)^{2x+3}.$$

2) Date le due funzioni $f(x)$ e $g(x)$, sapendo che $f(x) = 2^{x+1}$ e che $f(g(x)) = 2x - 3$, determinare la funzione $g(x)$ e l'espressione dell'inversa di $g(x)$.

3) Data la funzione $f(x) = e^{2-x} - k$ si considerino il punto in cui essa taglia l'asse delle ascisse, l'origine degli assi ed il punto $(0, 4)$. Per quale valore del parametro k il triangolo avente questi tre punti come vertici ha area uguale a 2?

4) Determinare il campo d'esistenza per la funzione $f(x) = \sqrt{1 - \log_2(4 - x)}$.

5) Date le proposizioni $\mathbb{A}$ e $\mathbb{B}$, e data la proposizione $\mathbb{P} : (\mathbb{A} \wedge \mathbb{B}) \vee (\text{non } \mathbb{B} \Leftrightarrow \mathbb{A})$, determinare se la proposizione $\mathbb{P}$ risulti una tautologia.

Prova Intermedia Anno 2024-Compito D2

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{\sin x} - 1}{2^x - 1}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x+4}{2x+3} \right)^{3x-1}.$$

2) Date le due funzioni $f(x)$ e $g(x)$, sapendo che $f(x) = 3^{2-x}$ e che $f(g(x)) = 2x + 1$, determinare la funzione $g(x)$ e l'espressione dell'inversa di $g(x)$.

3) Data la funzione $f(x) = \log(3 - x) - k$ si considerino il punto in cui essa taglia l'asse delle ascisse, l'origine degli assi ed il punto $(0, 4)$. Per quale valore del parametro k il triangolo avente questi tre punti come vertici ha area uguale a 2?

4) Determinare il campo d'esistenza per la funzione $f(x) = \sqrt{2 - \log_3(5 - x)}$.

5) Date le proposizioni $\mathbb{A}$ e $\mathbb{B}$, e data la proposizione $\mathbb{P} : (\mathbb{A} \Leftrightarrow \mathbb{B}) \vee (\mathbb{A} \wedge \text{non } \mathbb{B})$, determinare se la proposizione $\mathbb{P}$ risulti una tautologia.

I Appello Sessione Invernale 2025 - Compito A

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = (3 - x)e^{x+2}$.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{\sin^2 2x}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3 - x + x^2}{2 + x + 2x^2} \right)^{\frac{1-x^2}{2+x}}.$$

3) Date $f(x) = e^{1-2x}$ e $g(x) = \frac{x-2}{x+1}$, siano $f^{-1}(x)$ e $g^{-1}(x)$ le espressioni delle loro funzioni inverse. Determinare l'espressione della funzione composta $f^{-1}(g^{-1}(x))$.

4) Calcolare $\int_0^1 2x^3 - 3\sqrt[3]{x} + e^{3x} dx$.

5) Data $f(x, y) = 3x^2 - 3x^2y + 2y^2 - 3y$, si determinino i suoi eventuali punti di massimo e minimo relativo.

6) Data la funzione $f(x) = \log(x - 2)$, determinare il punto (x_0, y_0) in cui la retta tangente al grafico della funzione è parallela alla retta di equazione $y = \frac{1}{2}x + 1$, e determinare poi l'equazione di tale retta tangente.

7) Data la funzione $f(x) = 3 \log 2x$ sapendo che il suo differenziale $df(2)$ è uguale a 0,1 si determini il valore dell'incremento dx .

8) Date le matrici $\mathbb{A} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix}$ e $\mathbb{B} = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}$ trovare il vettore $\mathbb{X} = \begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix}$ per

il quale il vettore $\mathbb{A} \cdot \mathbb{B} \cdot \mathbb{X}$ risulta perpendicolare al vettore $(1, -1)$ e di modulo pari a 9.

9) Si verifichi se la proposizione $[non(\mathbb{B} \Rightarrow \mathbb{A})] \Rightarrow (\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B})$, dove $\mathbb{A}$ e $\mathbb{B}$ sono due generiche proposizioni, risulti o meno una tautologia.

10) Determinare dove risulta convessa la funzione $f(x) = (e^x + 2)(e^x - 3)$.

I Appello Sessione Invernale 2025 - Compito B

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = (x + 2)e^{1-x}$.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x^2}{1 - \cos 2x}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1 - x + 3x^2}{2 + 3x + 2x^2} \right)^{\frac{1-x^2}{2-x}}.$$

3) Date $f(x) = e^{3+x}$ e $g(x) = \frac{x-1}{x+3}$, siano $f^{-1}(x)$ e $g^{-1}(x)$ le espressioni delle loro funzioni inverse. Determinare l'espressione della funzione composta $f^{-1}(g^{-1}(x))$.

4) Calcolare $\int_0^1 e^{2x} - 3x^2 - 2\sqrt{x} \, dx$.

5) Data $f(x, y) = 2x^2 + 3x + 3y^2 + 3xy^2$, si determinino i suoi eventuali punti di massimo e minimo relativo.

6) Data la funzione $f(x) = \log(x + 3)$, determinare il punto (x_0, y_0) in cui la retta tangente al grafico della funzione è parallela alla retta di equazione $y = \frac{1}{3}x - 1$, e determinare poi l'equazione di tale retta tangente.

7) Data la funzione $f(x) = 2 \log 3x$ sapendo che il suo differenziale $df(3)$ è uguale a 0,1 si determini il valore dell'incremento dx .

8) Date le matrici $\mathbb{A} = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$ e $\mathbb{B} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{vmatrix}$ trovare il vettore $\mathbb{X} = \begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix}$

per il quale il vettore $\mathbb{A} \cdot \mathbb{B} \cdot \mathbb{X}$ risulta perpendicolare al vettore $(1, -1)$ e di modulo pari a 8.

9) Si verifichi se la proposizione $[(\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B})] \Rightarrow non(\mathbb{B} \Rightarrow \mathbb{A})$, dove $\mathbb{A}$ e $\mathbb{B}$ sono due generiche proposizioni, risulti o meno una tautologia.

10) Determinare dove risulta convessa la funzione $f(x) = (e^x + 1)(e^x - 4)$.

II Appello Sessione Invernale 2025

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = e^x - e^{1-x}$.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + 2x)}{\log(1 - x)}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x^2 - \sin x}{2x^2 - \cos x} \right)^{\frac{x^2}{1+x}}.$$

3) Date $f(x) = \log x$ e $g(x) = \log x - 1$, determinare l'espressione della funzione composta $f(g(x))$, il suo campo di esistenza, dove risulta invertibile e l'espressione della sua funzione inversa.

4) Calcolare $\int_1^e \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2} + \sqrt[5]{x^3} \, dx$.

5) Data $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3x^2 + 6y^2$, si determinino i suoi eventuali punti di massimo e minimo relativo.

6) Sapendo che la retta tangente al grafico della funzione $f(x) = x^2 - 4x + 2$ nel punto x_0 ha equazione $y = -2$, trovare x_0 .

7) Determinare, usando la Regola di De L'Hopital, il valore del $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - \operatorname{tg} x}{\operatorname{sen}^2 x}$.

8) Data la matrice $\mathbb{A} = \begin{vmatrix} m & 3 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$ ed il vettore $\mathbb{X} = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{vmatrix}$, determinare il valore

di m in modo che il vettore $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X}$ risulti parallelo al vettore $\mathbb{Y} = \begin{vmatrix} 4 \\ 6 \\ -4 \end{vmatrix}$.

9) Date le tre proposizioni:

$\mathbb{A}$: la funzione $f(x) = \frac{1}{x}$ è continua $\forall x \in \mathbb{R}$;

$\mathbb{B}$: la funzione $g(x) = e^x$ è derivabile $\forall x \in \mathbb{R}$;

$\mathbb{C}$: se due funzioni sono derivabili, anche il loro prodotto è una funzione derivabile;
dopo aver determinato verità o falsità di ciascuna delle tre proposizioni, determinare verità o falsità della proposizione : $(\mathbb{A} \circ \mathbb{B}) \Rightarrow (\text{non } \mathbb{A} \circ \mathbb{C})$.

10) Data la funzione $f(x) = 3 \operatorname{sen} 2x - 2 \cos 3x$, se ne determini l'espressione del polinomio di Mac Laurin di secondo grado.

Appello Sessione Straordinaria I 2025

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = x^3 - 6x$.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{2x}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{e^x}\right)^{e^x + 1}.$$

3) Date le funzioni $f(x) = x^2 - 2$ e $g(x) = x + 1$, dopo aver determinato le funzioni composte $f(g(x))$ e $g(f(x))$, risolvere la disequazione $f(g(x)) + g(f(x)) \leq 10$.

4) Data la funzione $f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{cx}$, sapendo che essa presenta, sia sulla destra che sulla sinistra, un asintoto obliquo di equazione $y = x$ e che interseca l'asse delle ascisse nel punto $(1, 0)$, determinare i valori dei parametri a , b e c .

5) Calcolare $\int_0^1 \frac{e^{2x}}{1 + e^{2x}} dx$.

6) Data la funzione $f(x, y) = y^2 + xy^2 + x^2 - 14x$, determinare la natura dei suoi punti stazionari.

7) Data la funzione $f(x) = \frac{5}{x}$, si consideri la retta tangente al suo grafico nel punto $x = 1$; siano A e B i punti in cui tale retta tangente taglia gli assi coordinati e sia O l'origine degli assi. Determinare l'area del triangolo AOB.

8) Data la matrice $\mathbb{A} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ ed il vettore $\mathbb{X} = \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix}$, trovare tutti i vettori che soddisfano all'uguaglianza $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X} = \mathbb{X}$.

9) Date le tre proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, nell'ipotesi che sia la proposizione $P_1 : \mathbb{B} \Rightarrow (\mathbb{A} \circ \mathbb{C})$ che la proposizione $P_2 : \mathbb{C} \Rightarrow (\mathbb{A} \circ \mathbb{B})$ siano vere, si determini se risulta sempre vera la proposizione $P : (\mathbb{B} \circ \mathbb{C}) \Rightarrow \mathbb{A}$.

10) Data la funzione $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$, si verifichi che essa soddisfa al Teorema di Rolle nell'intervallo $[0, 3]$, determinando poi il punto x_0 risultante dall'applicazione del Teorema.

I Appello Sessione Estiva 2025

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = x \cdot e^{2x}$.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + 2x)}{\log(1 + x)}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2 + x + 3x^2}{3 + x + 2x^2} \right)^{1-x}.$$

3) Date le funzioni $f(x) = \frac{1+x}{x}$, $g(x) = 2^x - 1$ e $h(x) = 3x - 1$, determinare l'espressione della funzione composta $f(g(h(x)))$ e di questa determinare poi l'espressione della funzione inversa.

4) Date le funzioni $f(x) = 3^{2x+1} + k$ e $g(x) = \log(x - 2)$, siano A il punto in cui $f(x)$ taglia l'asse delle ordinate, B quello in cui la funzione $g(x)$ taglia l'asse delle ascisse e sia O l'origine degli assi. Determinare il valore del parametro $k > 0$ in modo che il triangolo AOB abbia area uguale a 7.

5) Calcolare $\int_0^1 e^{2x} - e^{3x} + e^x dx$.

6) Data la funzione $f(x, y) = x^2y - y^2 + xy$, determinare la natura dei suoi punti stazionari.

7) Data la funzione $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$ si determinino i punti nei quali la retta tangente al grafico della funzione nel punto $x = 1$ taglia l'asse delle ascisse e quello delle ordinate.

8) Data la matrice $\mathbb{A} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & k \\ 0 & k & 2 \\ k & 1 & -1 \end{vmatrix}$ ed il vettore $\mathbb{X} = \begin{vmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{vmatrix}$ determinare il valore del parametro k affinché il vettore $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X}$ sia perpendicolare al vettore $(1, -1, 1)$.

9) Date le generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare i casi di verità e di falsità della proposizione $P : (\mathbb{A} \Leftrightarrow \mathbb{B}) \Rightarrow (\mathbb{B} \Leftrightarrow \mathbb{C})$ nell'ipotesi che la proposizione $(\text{non } \mathbb{A} \circ \mathbb{B})$ sia vera.

10) Determinare l'espressione del Polinomio di Mac Laurin di secondo grado per la funzione $f(x) = e^x - \log(x + 1)$.

II Appello Sessione Estiva 2025

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = x^2 \cdot e^{-x}$.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{\log(1 + x^2)}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{5 + x}{3 + x} \right)^{1-x}.$$

3) Date le funzioni $f(x) = \frac{x-1}{x}$ e $g(x) = e^x + 1$, determinare l'espressione della funzione composta $f(g(x))$ e di questa determinare poi dove risulti invertibile e l'espressione della sua funzione inversa.

4) Date le funzioni $f(x) = e^{2x-1} + k$ e $g(x) = 2e^{x+1}$, dopo aver determinato il punto x_0 in cui i loro grafici hanno rette tangenti parallele, si determini il valore del parametro k per il quale le due rette tangenti sono coincidenti.

5) Calcolare $\int_0^1 \frac{e^x}{1+2e^x} dx$.

6) Data la funzione $f(x, y) = x^2 + xy^2 + xy$, determinare la natura dei suoi punti stazionari.

7) Data la funzione $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ si determini il punto x_0 per il quale risulti applicabile alla funzione data il Teorema di Rolle nell'intervallo $[x_0, 1]$, determinando poi il punto stazionario conseguente all'applicazione del Teorema.

8) Data la matrice $\mathbb{A} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & k \\ 0 & k & 2 \\ k & 1 & 1 \end{vmatrix}$ ed il vettore $\mathbb{X} = \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{vmatrix}$ determinare il valore del parametro k affinché il vettore $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X}$ sia parallelo al vettore $(1, 1, 1)$.

9) Date le generiche proposizioni $\mathbb{A}$ e $\mathbb{B}$, dette $P_1 : \mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B}$ e $P_2 : \mathbb{A} \Leftrightarrow \mathbb{B}$ determinare un connettivo logico $*$ in modo tale che la proposizione $P_1 * P_2$ risulti una tautologia.

10) Determinare gli eventuali punti di flesso per la funzione $f(x) = x^4 \cdot \log x$.

I Appello Sessione Autunnale 2025

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = x \cdot e^{1-x}$.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin x^2}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4 + 2x}{2 + 4x} \right)^{1-x}.$$

3) Data la funzione $f(x) = \log x$ sia $F(x) = f(1 - f(x))$; determinare Campo di esistenza ed espressione della funzione inversa di $F(x)$.

4) Sapendo che la retta tangente al grafico di $f(x) = x \log x - x$ nel punto x_0 ha equazione $y = -1$, trovare x_0 .

5) Calcolare $\int_0^1 e^{1-x} + \frac{1}{x+1} dx$.

6) Data la funzione $f(x, y) = x^2 + y^2 - 3x + 6y$, determinare la natura dei suoi punti stazionari.

7) Data la funzione $f(x) = x^2 - 2x + 3$ si determini il punto x_0 ottenuto applicando alla funzione il Teorema di Lagrange (o del Valor Medio) nell'intervallo $[0, 1]$.

8) Data la matrice $\mathbb{A} = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & -5 & -1 \end{vmatrix}$ e il vettore $\mathbb{X} = (1, 2, -3)$, si determini il valore

del parametro k per cui vale l'uguaglianza $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X} = k \mathbb{X}$.

9) Date tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare se risultano logicamente equivalenti le due proposizioni $\mathbb{P}_1 : \mathbb{A} \Rightarrow (\mathbb{B} \Rightarrow \mathbb{C})$ e $\mathbb{P}_2 : (\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B}) \Rightarrow \mathbb{C}$.

10) Trovare gli eventuali punti di massimo o di minimo per la funzione $f(x) = x^3 \cdot \log x$.