COMPITI DI MATEMATICA GENERALE AA. 2025/26

Prova Intermedia Anno 2025-Compito $\mathbb{A}1$

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos 2x}{x\cdot(3^x-1)}$; $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x-1}{x+5}\right)^x$.
2) Determinare il campo d'esistenza della funzione $f(x)=\log(1-\log(1-x))$.
3) Date le funzioni $f(x)=\frac{1}{1-x}$, $g(x)=2^x-1$ e $h(x)=3x$, determinare l'espressione della funzione composta $f(g(h(x)))$ e di questa determinare poi l'espressione dell'inversa.
4) Date le tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare i casi di verità e di falsità della proposizione $(\mathbb{A}\Leftrightarrow\mathbb{B})\Rightarrow(\mathbb{B}\Leftrightarrow\mathbb{C})$ sotto l'ipotesi che la proposizione $(non\,\mathbb{A}\,o\,\mathbb{B})$ sia falsa.
5) Date le funzioni $f(x)=2^{x-1}+k$ e $g(x)=\log(x-3)$, siano A il punto in cui $f(x)$ taglia l'asse delle ordinate, B quello in cui la funzione $g(x)$ taglia l'asse delle ascisse e sia O l'origine degli assi. Determinare il valore del parametro k in modo che il triangolo AOB abbia area uguale a 3.

Prova Intermedia Anno 2025-Compito $\mathbb{B}1$

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x\to 0} \frac{\log(1-x)}{\operatorname{tg} 2x}$; $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{3x+1}{2+2x}\right)^x$.
2) Determinare il campo d'esistenza della funzione $f(x)=\frac{1}{\log(x-1)-2}$.
3) Date le funzioni $f(x)=\log x$, $g(x)=\frac{x+1}{x}$ e $h(x)=x-3$, determinare l'espressione della funzione composta $f(g(h(x)))$ e di questa determinare poi l'espressione dell'inversa.
4) Date le tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare i casi di verità e di falsità della proposizione $(\mathbb{A}\Rightarrow\mathbb{B})\Leftrightarrow(\mathbb{C}\Rightarrow\mathbb{B})$ sotto l'ipotesi che la proposizione $(non\,\mathbb{B}\,o\,\mathbb{C})$ sia falsa.
5) Date le funzioni $f(x)=3^{1-x}+k$ e $g(x)=\log(x-2)$, siano A il punto in cui $f(x)$ taglia l'asse delle ordinate, B quello in cui la funzione $g(x)$ taglia l'asse delle ascisse e sia O l'origine degli assi. Determinare il valore del parametro k in modo che il triangolo AOB abbia area uguale a 6.

Prova Intermedia Anno 2025-Compito $\mathbb{C}1$

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+\operatorname{sen} x}-1}{\operatorname{tg} 2x}$; $\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{x+5}{x+3}\right)^x$.
2) Determinare il campo d'esistenza della funzione $f(x)=\log(2-\log x)$.
3) Date le funzioni $f(x)=3x+1$, $g(x)=\frac{x}{x+1}$ e $h(x)=2^x$, determinare l'espressione della funzione composta $f(g(h(x)))$ e di questa determinare poi l'espressione dell'inversa.
4) Date le tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare i casi di verità e di falsità della proposizione $(\mathbb{A}\Leftrightarrow\mathbb{B})\Leftrightarrow(\mathbb{C}\Rightarrow\mathbb{A})$ sotto l'ipotesi che la proposizione $(non\,\mathbb{A}\,e\,\mathbb{C})$ sia vera.
5) Date le funzioni $f(x)=k\cdot 3^{1+x}$ e $g(x)=\log(x-3)$, siano A il punto in cui $f(x)$ taglia l'asse delle ordinate, B quello in cui la funzione $g(x)$ taglia l'asse delle ascisse e sia O l'origine

degli assi. Determinare il valore del parametro k in modo che il triangolo AOB abbia area uguale a 12.

$\boxed{\text{Prova Intermedia Anno 2025-Compito } \mathbb{D}1}$

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x\to 0} \dfrac{x\,(2^x - 1)}{\operatorname{sen}^2 x}$; $\lim_{x\to +\infty} \left(\dfrac{3+2x}{3+3x}\right)^{1-x}$.
2) Determinare il campo d'esistenza della funzione $f(x) = \log(1-x)\cdot \log^2 x$.
3) Date le funzioni $f(x) = \dfrac{x}{x+3}$, $g(x) = \log x$ e $h(x) = 2x$, determinare l'espressione della funzione composta $f(g(h(x)))$ e di questa determinare poi l'espressione dell'inversa.
4) Date le tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare i casi di verità e di falsità della proposizione $(\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B}) \Rightarrow (\mathbb{B} \Leftrightarrow \mathbb{C})$ sotto l'ipotesi che la proposizione $(\mathbb{C}\, e\, non\, \mathbb{B})$ sia vera.
5) Date le funzioni $f(x) = 2^{1-x} + k$ e $g(x) = \log(x-4)$, siano A il punto in cui $f(x)$ taglia l'asse delle ordinate, B quello in cui la funzione $g(x)$ taglia l'asse delle ascisse e sia O l'origine degli assi. Determinare il valore del parametro k in modo che il triangolo AOB abbia area uguale a 10.

$\boxed{\text{I Appello Sessione Invernale 2026 - Compito } \mathbb{A}}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = (x-1)^2 \cdot e^x$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x\to 0} \dfrac{\log(1+x^2)}{1-\cos 2x}$; $\lim_{x\to +\infty} \left(\dfrac{x^3 - 2^{-x} + x}{3\operatorname{sen} x + 2x^3}\right)^x$.
3) Date le funzioni $f(x) = \dfrac{1-x}{x+1}$ e $g(x) = e^{1-x}$, determinata l'espressione della funzione composta $f(g(x))$, di questa si determini dove risulta invertibile, nonchè l'espressione della sua funzione inversa.
4) Data la funzione $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$ e la retta di equazione $y = -8x - 2$ si determini il punto (x_0, y_0) nel quale tale retta risulta tangente al grafico della funzione.
5) Calcolare $\displaystyle\int_0^1 3x^2 + 2\sqrt[3]{x^2} + 3e^{2x-1}\,\mathrm{d}x$.
6) Data $f(x,y) = 2x^2 - 3xy^2 + 3y^2 - x + 2$, se ne determinino gli eventuali punti di massimo e/o minimo relativo.
7) Data $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} k & 1 & 2 \\ 2 & k & 1 \\ 1 & 2 & k \end{Vmatrix}$, $\mathbb{X} = \begin{Vmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{Vmatrix}$ e $\mathbb{Y} = \begin{Vmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{Vmatrix}$, determinare il valore del parametro k per il quale il vettore $\mathbb{A}\cdot\mathbb{X}$ risulta perpendicolare al vettore $\mathbb{Y}$.
8) Data $f(x) = \operatorname{sen} 2x - e^{3x}$, si determini l'espressione del polinomio di MacLaurin di II grado della funzione.
9) Date tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare quando risulta vera la proposizione $(\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B})\, o\, (\mathbb{C} \Leftrightarrow \mathbb{B})$ nell'ipotesi che la proposizione $(\mathbb{A}\, e\, \mathbb{C})$ risulti altrettanto vera.
10) Determinare i punti di massimo e di minimo, sia assoluti che relativi, per la funzione $f(x) = x^2\, e^{x^4}$ limitatamente all'intervallo $[-1, 1]$.

$\boxed{\text{I Appello Sessione Invernale 2026 - Compito } \mathbb{B}}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = (x+1)^2 \cdot e^x$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x \to 0} \dfrac{1 - \cos x}{\log(1 + 2x^2)}$; $\lim_{x \to +\infty} \left(\dfrac{2x^2 + 3^{-x} - 5x}{\cos x + x^2} \right)^x$.
3) Date le funzioni $f(x) = \dfrac{2 - x}{x + 1}$ e $g(x) = e^{x-2}$, determinata l'espressione della funzione composta $f(g(x))$, di questa si determini dove risulta invertibile, nonchè l'espressione della sua funzione inversa.
4) Data la funzione $f(x) = x^2 - 5x + 3$ e la retta di equazione $y = x - 6$ si determini il punto (x_0, y_0) nel quale tale retta risulta tangente al grafico della funzione.
5) Calcolare $\int_0^1 2x^3 + 3\sqrt[4]{x^3} + 2e^{2x+1}\,\mathrm{d}x$.
6) Data $f(x,y) = 3x^2y - 3x^2 - 2y^2 + y - 3$, se ne determinino gli eventuali punti di massimo e/o minimo relativo.
7) Data $\mathbb{A} = \begin{Vmatrix} 2 & 1 & k \\ 1 & k & 2 \\ k & 2 & 1 \end{Vmatrix}$, $\mathbb{X} = \begin{Vmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{Vmatrix}$ e $\mathbb{Y} = \begin{Vmatrix} 2 \\ -6 \\ -8 \end{Vmatrix}$, determinare il valore del parametro k per il quale il vettore $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X}$ risulta parallelo al vettore $\mathbb{Y}$.
8) Data $f(x) = \cos 3x - e^{2x}$, si determini l'espressione del polinomio di MacLaurin di II grado della funzione.
9) Date tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare quando risulta falsa la proposizione $(\mathbb{A} \Leftrightarrow \mathbb{B})\, e\, (\mathbb{B} \Rightarrow \mathbb{C})$ nell'ipotesi che la proposizione $(\mathbb{A}\, o\, \mathbb{C})$ risulti falsa.
10) Determinare i punti di massimo e di minimo, sia assoluti che relativi, per la funzione $f(x) = x^4\, e^{x^2}$ limitatamente all'intervallo $[-1, 1]$.