

COMPITI DI MATEMATICA GENERALE AA. 2025/26

Prova Intermedia Anno 2025-Compito A1

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \cdot (3^x - 1)}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x-1}{x+5} \right)^x.$$

2) Determinare il campo d'esistenza della funzione $f(x) = \log(1 - \log(1 - x))$.

3) Date le funzioni $f(x) = \frac{1}{1-x}$, $g(x) = 2^x - 1$ e $h(x) = 3x$, determinare l'espressione della funzione composta $f(g(h(x)))$ e di questa determinare poi l'espressione dell'inversa.

4) Date le tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare i casi di verità e di falsità della proposizione $(\mathbb{A} \Leftrightarrow \mathbb{B}) \Rightarrow (\mathbb{B} \Leftrightarrow \mathbb{C})$ sotto l'ipotesi che la proposizione $(\text{non } \mathbb{A} \text{ o } \mathbb{B})$ sia falsa.

5) Date le funzioni $f(x) = 2^{x-1} + k$ e $g(x) = \log(x - 3)$, siano A il punto in cui $f(x)$ taglia l'asse delle ordinate, B quello in cui la funzione $g(x)$ taglia l'asse delle ascisse e sia O l'origine degli assi. Determinare il valore del parametro k in modo che il triangolo AOB abbia area uguale a 3.

Prova Intermedia Anno 2025-Compito B1

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1-x)}{\operatorname{tg} 2x}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x+1}{2+2x} \right)^x.$$

2) Determinare il campo d'esistenza della funzione $f(x) = \frac{1}{\log(x-1) - 2}$.

3) Date le funzioni $f(x) = \log x$, $g(x) = \frac{x+1}{x}$ e $h(x) = x - 3$, determinare l'espressione della funzione composta $f(g(h(x)))$ e di questa determinare poi l'espressione dell'inversa.

4) Date le tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare i casi di verità e di falsità della proposizione $(\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B}) \Leftrightarrow (\mathbb{C} \Rightarrow \mathbb{B})$ sotto l'ipotesi che la proposizione $(\text{non } \mathbb{B} \text{ o } \mathbb{C})$ sia falsa.

5) Date le funzioni $f(x) = 3^{1-x} + k$ e $g(x) = \log(x - 2)$, siano A il punto in cui $f(x)$ taglia l'asse delle ordinate, B quello in cui la funzione $g(x)$ taglia l'asse delle ascisse e sia O l'origine degli assi. Determinare il valore del parametro k in modo che il triangolo AOB abbia area uguale a 6.

Prova Intermedia Anno 2025-Compito C1

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin x} - 1}{\operatorname{tg} 2x}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x+5}{x+3} \right)^x.$$

2) Determinare il campo d'esistenza della funzione $f(x) = \log(2 - \log x)$.

3) Date le funzioni $f(x) = 3x + 1$, $g(x) = \frac{x}{x+1}$ e $h(x) = 2^x$, determinare l'espressione della funzione composta $f(g(h(x)))$ e di questa determinare poi l'espressione dell'inversa.

4) Date le tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare i casi di verità e di falsità della proposizione $(\mathbb{A} \Leftrightarrow \mathbb{B}) \Leftrightarrow (\mathbb{C} \Rightarrow \mathbb{A})$ sotto l'ipotesi che la proposizione $(\text{non } \mathbb{A} \text{ e } \mathbb{C})$ sia vera.

5) Date le funzioni $f(x) = k \cdot 3^{1+x}$ e $g(x) = \log(x - 3)$, siano A il punto in cui $f(x)$ taglia l'asse delle ordinate, B quello in cui la funzione $g(x)$ taglia l'asse delle ascisse e sia O l'origine

degli assi. Determinare il valore del parametro k in modo che il triangolo AOB abbia area uguale a 12.

Prova Intermedia Anno 2025-Compito D1

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(2^x - 1)}{\sin^2 x}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3 + 2x}{3 + 3x} \right)^{1-x}.$$

2) Determinare il campo d'esistenza della funzione $f(x) = \log(1 - x) \cdot \log^2 x$.

3) Date le funzioni $f(x) = \frac{x}{x+3}$, $g(x) = \log x$ e $h(x) = 2x$, determinare l'espressione della funzione composta $f(g(h(x)))$ e di questa determinare poi l'espressione dell'inversa.

4) Date le tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare i casi di verità e di falsità della proposizione $(\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B}) \Rightarrow (\mathbb{B} \Leftrightarrow \mathbb{C})$ sotto l'ipotesi che la proposizione $(\mathbb{C} \text{ e non } \mathbb{B})$ sia vera.

5) Date le funzioni $f(x) = 2^{1-x} + k$ e $g(x) = \log(x - 4)$, siano A il punto in cui $f(x)$ taglia l'asse delle ordinate, B quello in cui la funzione $g(x)$ taglia l'asse delle ascisse e sia O l'origine degli assi. Determinare il valore del parametro k in modo che il triangolo AOB abbia area uguale a 10.

I Appello Sessione Invernale 2026 - Compito A

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = (x - 1)^2 \cdot e^x$.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + x^2)}{1 - \cos 2x}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^3 - 2^{-x} + x}{3 \sin x + 2x^3} \right)^x.$$

3) Date le funzioni $f(x) = \frac{1-x}{x+1}$ e $g(x) = e^{1-x}$, determinata l'espressione della funzione composta $f(g(x))$, di questa si determini dove risulta invertibile, nonché l'espressione della sua funzione inversa.

4) Data la funzione $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$ e la retta di equazione $y = -8x - 2$ si determini il punto (x_0, y_0) nel quale tale retta risulta tangente al grafico della funzione.

5) Calcolare $\int_0^1 3x^2 + 2\sqrt[3]{x^2} + 3e^{2x-1} dx$.

6) Data $f(x, y) = 2x^2 - 3xy^2 + 3y^2 - x + 2$, se ne determinino gli eventuali punti di massimo e/o minimo relativo.

7) Data $\mathbb{A} = \begin{vmatrix} k & 1 & 2 \\ 2 & k & 1 \\ 1 & 2 & k \end{vmatrix}$, $\mathbb{X} = \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{vmatrix}$ e $\mathbb{Y} = \begin{vmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{vmatrix}$, determinare il valore del para-

metro k per il quale il vettore $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X}$ risulta perpendicolare al vettore $\mathbb{Y}$.

8) Data $f(x) = \sin 2x - e^{3x}$, si determini l'espressione del polinomio di MacLaurin di II grado della funzione.

9) Date tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare quando risulta vera la proposizione $(\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B}) \vee (\mathbb{C} \Leftrightarrow \mathbb{B})$ nell'ipotesi che la proposizione $(\mathbb{A} \vee \mathbb{C})$ risulti altrettanto vera.

10) Determinare i punti di massimo e di minimo, sia assoluti che relativi, per la funzione $f(x) = x^2 e^{x^4}$ limitatamente all'intervallo $[-1, 1]$.

I Appello Sessione Invernale 2026 - Compito B

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = (x+1)^2 \cdot e^x$.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\log(1 + 2x^2)}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x^2 + 3^{-x} - 5x}{\cos x + x^2} \right)^x.$$

3) Date le funzioni $f(x) = \frac{2-x}{x+1}$ e $g(x) = e^{x-2}$, determinata l'espressione della funzione composta $f(g(x))$, di questa si determini dove risulta invertibile, nonché l'espressione della sua funzione inversa.

4) Data la funzione $f(x) = x^2 - 5x + 3$ e la retta di equazione $y = x - 6$ si determini il punto (x_0, y_0) nel quale tale retta risulta tangente al grafico della funzione.

5) Calcolare $\int_0^1 2x^3 + 3\sqrt[4]{x^3} + 2e^{2x+1} dx$.

6) Data $f(x, y) = 3x^2y - 3x^2 - 2y^2 + y - 3$, se ne determinino gli eventuali punti di massimo e/o minimo relativo.

7) Data $\mathbb{A} = \begin{vmatrix} 2 & 1 & k \\ 1 & k & 2 \\ k & 2 & 1 \end{vmatrix}$, $\mathbb{X} = \begin{vmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{vmatrix}$ e $\mathbb{Y} = \begin{vmatrix} 2 \\ -6 \\ -8 \end{vmatrix}$, determinare il valore del para-

metro k per il quale il vettore $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X}$ risulta parallelo al vettore $\mathbb{Y}$.

8) Data $f(x) = \cos 3x - e^{2x}$, si determini l'espressione del polinomio di MacLaurin di II grado della funzione.

9) Date tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare quando risulta falsa la proposizione $(\mathbb{A} \Leftrightarrow \mathbb{B}) \vee (\mathbb{B} \Rightarrow \mathbb{C})$ nell'ipotesi che la proposizione $(\mathbb{A} \wedge \mathbb{C})$ risulti falsa.

10) Determinare i punti di massimo e di minimo, sia assoluti che relativi, per la funzione $f(x) = x^4 e^{x^2}$ limitatamente all'intervallo $[-1, 1]$.

II Appello Sessione Invernale 2026 - Compito A

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = (x^2 + x - 1) \cdot e^x$.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + 2x^2} - 1}{1 - \cos x}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1+x}{3+x} \right)^x.$$

3) Determinare il valore del parametro k per il quale $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin kx}{\sin 3x} = \pi$.

4) Data la funzione $f(x) = \frac{2-x}{x+1}$ sapendo che $f(g(x)) = 1 - e^{x-2}$, dopo aver determinato l'espressione della funzione $g(x)$, di quest'ultima si determini l'espressione della sua funzione inversa.

5) Determinare il valore del parametro k per il quale $\int_0^k e^{2x-1} dx = 1$.

6) Data $f(x, y) = x^2 + y^2 - kx - my - 1$, si determini il valore dei parametri k e m affinché la funzione abbia un punto di minimo nel punto $(2, 3)$.

7) Determinare il valore del parametro k per cui $\left\| \begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{vmatrix} k & 1 \\ 1 & -k \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 \\ -2 \end{vmatrix} \right\| = 5$.

8) La funzione $f(x) = \log(2x+1)$ ha il differenziale $df(x_0) = \frac{1}{3}$ per un incremento $dx = \frac{1}{2}$. Determinare il punto x_0 .

9) Si determini se la proposizione $P : [\mathbb{A} \vee (\text{non } \mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B})] \Rightarrow \mathbb{B}$ risulta una tautologia.

10) Data la funzione $f(x) = x^3 \cdot \log^2 x$, determinare i punti nei quali la retta tangente al grafico della funzione risulta orizzontale, stabilendo poi la natura di tali punti.

II Appello Sessione Invernale 2026 - Compito B

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = (x^2 - 3x + 3) \cdot e^x$.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{(1 + x^2)^5 - 1}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2+x}{3+x} \right)^x.$$

3) Determinare il valore del parametro k per il quale $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{e^{kx} - 1} = \log 2$.

4) Data la funzione $f(x) = \frac{3-x}{x+2}$ sapendo che $f(g(x)) = 1 + e^{x-1}$, dopo aver determinato l'espressione della funzione $g(x)$, di quest'ultima si determini l'espressione della sua funzione inversa.

5) Determinare il valore del parametro k per il quale $\int_0^k \frac{2}{2x+1} dx = 1$.

6) Data $f(x, y) = kx + my - x^2 - y^2 + 1$, si determini il valore dei parametri k e m affinché la funzione abbia un punto di massimo nel punto $(3, 2)$.

7) Determinare il valore del parametro k per cui $\left\| \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \right\| \cdot \left\| \begin{pmatrix} 1 & k \\ -k & 1 \end{pmatrix} \right\| \cdot \left\| \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \right\| = 5$.

8) La funzione $f(x) = e^{x-1}$ ha il differenziale $df(x_0) = \frac{1}{4}$ per un incremento $dx = \frac{1}{2}$.

Determinare il punto x_0 .

9) Si determini se la proposizione $P : [\mathbb{A} \circ (\mathbb{A} \Rightarrow \text{non } \mathbb{B})] \Rightarrow \mathbb{B}$ risulta una tautologia.

10) Data la funzione $f(x) = x^2 \cdot \log^2 x$, determinare i punti nei quali la retta tangente al grafico della funzione risulta orizzontale, stabilendo poi la natura di tali punti.