COMPITI DI MATEMATICA GENERALE AA. 2025/26

Prova Intermedia Anno 2025-Compito $\mathbb{A}1$

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos 2x}{x\cdot(3^x-1)}$; $\lim_{x\to+\infty} \left(\frac{x-1}{x+5}\right)^x$.
2) Determinare il campo d'esistenza della funzione $f(x)=\log(1-\log(1-x))$.
3) Date le funzioni $f(x)=\frac{1}{1-x}$, $g(x)=2^x-1$ e $h(x)=3x$, determinare l'espressione della funzione composta $f(g(h(x)))$ e di questa determinare poi l'espressione dell'inversa.
4) Date le tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare i casi di verità e di falsità della proposizione $(\mathbb{A} \Leftrightarrow \mathbb{B}) \Rightarrow (\mathbb{B} \Leftrightarrow \mathbb{C})$ sotto l'ipotesi che la proposizione $(non\,\mathbb{A}\,o\,\mathbb{B})$ sia falsa.
5) Date le funzioni $f(x)=2^{x-1}+k$ e $g(x)=\log(x-3)$, siano A il punto in cui $f(x)$ taglia l'asse delle ordinate, B quello in cui la funzione $g(x)$ taglia l'asse delle ascisse e sia O l'origine degli assi. Determinare il valore del parametro k in modo che il triangolo AOB abbia area uguale a 3.

Prova Intermedia Anno 2025-Compito $\mathbb{B}1$

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x\to 0} \frac{\log(1-x)}{\operatorname{tg} 2x}$; $\lim_{x\to+\infty} \left(\frac{3x+1}{2+2x}\right)^x$.
2) Determinare il campo d'esistenza della funzione $f(x)=\frac{1}{\log(x-1)-2}$.
3) Date le funzioni $f(x)=\log x$, $g(x)=\frac{x+1}{x}$ e $h(x)=x-3$, determinare l'espressione della funzione composta $f(g(h(x)))$ e di questa determinare poi l'espressione dell'inversa.
4) Date le tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare i casi di verità e di falsità della proposizione $(\mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B}) \Leftrightarrow (\mathbb{C} \Rightarrow \mathbb{B})$ sotto l'ipotesi che la proposizione $(non\,\mathbb{B}\,o\,\mathbb{C})$ sia falsa.
5) Date le funzioni $f(x)=3^{1-x}+k$ e $g(x)=\log(x-2)$, siano A il punto in cui $f(x)$ taglia l'asse delle ordinate, B quello in cui la funzione $g(x)$ taglia l'asse delle ascisse e sia O l'origine degli assi. Determinare il valore del parametro k in modo che il triangolo AOB abbia area uguale a 6.

Prova Intermedia Anno 2025-Compito $\mathbb{C}1$

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+\operatorname{sen} x}-1}{\operatorname{tg} 2x}$; $\lim_{x\to-\infty} \left(\frac{x+5}{x+3}\right)^x$.
2) Determinare il campo d'esistenza della funzione $f(x)=\log(2-\log x)$.
3) Date le funzioni $f(x)=3x+1$, $g(x)=\frac{x}{x+1}$ e $h(x)=2^x$, determinare l'espressione della funzione composta $f(g(h(x)))$ e di questa determinare poi l'espressione dell'inversa.
4) Date le tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare i casi di verità e di falsità della proposizione $(\mathbb{A} \Leftrightarrow \mathbb{B}) \Leftrightarrow (\mathbb{C} \Rightarrow \mathbb{A})$ sotto l'ipotesi che la proposizione $(non\,\mathbb{A}\,e\,\mathbb{C})$ sia vera.
5) Date le funzioni $f(x)=k\cdot 3^{1+x}$ e $g(x)=\log(x-3)$, siano A il punto in cui $f(x)$ taglia l'asse delle ordinate, B quello in cui la funzione $g(x)$ taglia l'asse delle ascisse e sia O l'origine

degli assi. Determinare il valore del parametro k in modo che il triangolo AOB abbia area uguale a 12.

$\boxed{\text{Prova Intermedia Anno 2025-Compito } \mathbb{D}1}$

1) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 0} \frac{x\,(2^x-1)}{\operatorname{sen}^2 x}\ ;\quad \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{3+2x}{3+3x}\right)^{1-x}.$$

2) Determinare il campo d'esistenza della funzione $f(x)=\log(1-x)\cdot\log^2 x$.

3) Date le funzioni $f(x)=\dfrac{x}{x+3}$, $g(x)=\log x$ e $h(x)=2x$, determinare l'espressione della funzione composta $f(g(h(x)))$ e di questa determinare poi l'espressione dell'inversa.

4) Date le tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare i casi di verità e di falsità della proposizione $(\mathbb{A}\Rightarrow\mathbb{B})\Rightarrow(\mathbb{B}\Leftrightarrow\mathbb{C})$ sotto l'ipotesi che la proposizione $(\mathbb{C}\,e\,non\,\mathbb{B})$ sia vera.

5) Date le funzioni $f(x)=2^{1-x}+k$ e $g(x)=\log(x-4)$, siano A il punto in cui $f(x)$ taglia l'asse delle ordinate, B quello in cui la funzione $g(x)$ taglia l'asse delle ascisse e sia O l'origine degli assi. Determinare il valore del parametro k in modo che il triangolo AOB abbia area uguale a 10.

$\boxed{\text{I Appello Sessione Invernale 2026 - Compito } \mathbb{A}}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x)=(x-1)^2\cdot e^x$.

2) Determinare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\log(1+x^2)}{1-\cos 2x}\ ;\quad \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x^3-2^{-x}+x}{3\operatorname{sen}x+2x^3}\right)^x.$$

3) Date le funzioni $f(x)=\dfrac{1-x}{x+1}$ e $g(x)=e^{1-x}$, determinata l'espressione della funzione composta $f(g(x))$, di questa si determini dove risulta invertibile, nonchè l'espressione della sua funzione inversa.

4) Data la funzione $f(x)=3x^2-2x+1$ e la retta di equazione $y=-8x-2$ si determini il punto (x_0,y_0) nel quale tale retta risulta tangente al grafico della funzione.

5) Calcolare $\displaystyle\int_0^1 3x^2+2\sqrt[3]{x^2}+3e^{2x-1}\,\mathrm{d}x$.

6) Data $f(x,y)=2x^2-3xy^2+3y^2-x+2$, se ne determinino gli eventuali punti di massimo e/o minimo relativo.

7) Data $\mathbb{A}=\left\|\begin{matrix}k&1&2\\2&k&1\\1&2&k\end{matrix}\right\|$, $\mathbb{X}=\left\|\begin{matrix}1\\2\\-1\end{matrix}\right\|$ e $\mathbb{Y}=\left\|\begin{matrix}-2\\1\\-1\end{matrix}\right\|$, determinare il valore del parametro k per il quale il vettore $\mathbb{A}\cdot\mathbb{X}$ risulta perpendicolare al vettore $\mathbb{Y}$.

8) Data $f(x)=\operatorname{sen}2x-e^{3x}$, si determini l'espressione del polinomio di MacLaurin di II grado della funzione.

9) Date tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare quando risulta vera la proposizione $(\mathbb{A}\Rightarrow\mathbb{B})\,o\,(\mathbb{C}\Leftrightarrow\mathbb{B})$ nell'ipotesi che la proposizione $(\mathbb{A}\,e\,\mathbb{C})$ risulti altrettanto vera.

10) Determinare i punti di massimo e di minimo, sia assoluti che relativi, per la funzione $f(x)=x^2\,e^{x^4}$ limitatamente all'intervallo $[-1,1]$.

$\boxed{\text{I Appello Sessione Invernale 2026 - Compito } \mathbb{B}}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = (x+1)^2 \cdot e^x$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x \to 0} \dfrac{1 - \cos x}{\log(1 + 2x^2)}$; $\lim_{x \to +\infty} \left(\dfrac{2x^2 + 3^{-x} - 5x}{\cos x + x^2} \right)^x$.
3) Date le funzioni $f(x) = \dfrac{2 - x}{x + 1}$ e $g(x) = e^{x-2}$, determinata l'espressione della funzione composta $f(g(x))$, di questa si determini dove risulta invertibile, nonchè l'espressione della sua funzione inversa.
4) Data la funzione $f(x) = x^2 - 5x + 3$ e la retta di equazione $y = x - 6$ si determini il punto (x_0, y_0) nel quale tale retta risulta tangente al grafico della funzione.
5) Calcolare $\int_0^1 2x^3 + 3\sqrt[4]{x^3} + 2e^{2x+1}\,\mathrm{d}x$.
6) Data $f(x, y) = 3x^2y - 3x^2 - 2y^2 + y - 3$, se ne determinino gli eventuali punti di massimo e/o minimo relativo.
7) Data $\mathbb{A} = \left\| \begin{matrix} 2 & 1 & k \\ 1 & k & 2 \\ k & 2 & 1 \end{matrix} \right\|$, $\mathbb{X} = \left\| \begin{matrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{matrix} \right\|$ e $\mathbb{Y} = \left\| \begin{matrix} 2 \\ -6 \\ -8 \end{matrix} \right\|$, determinare il valore del parametro k per il quale il vettore $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X}$ risulta parallelo al vettore $\mathbb{Y}$.
8) Data $f(x) = \cos 3x - e^{2x}$, si determini l'espressione del polinomio di MacLaurin di II grado della funzione.
9) Date tre generiche proposizioni $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, determinare quando risulta falsa la proposizione $(\mathbb{A} \Leftrightarrow \mathbb{B})\, e\, (\mathbb{B} \Rightarrow \mathbb{C})$ nell'ipotesi che la proposizione $(\mathbb{A}\, o\, \mathbb{C})$ risulti falsa.
10) Determinare i punti di massimo e di minimo, sia assoluti che relativi, per la funzione $f(x) = x^4 e^{x^2}$ limitatamente all'intervallo $[-1, 1]$.

II Appello Sessione Invernale 2026 - Compito $\mathbb{A}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = \left(x^2 + x - 1\right) \cdot e^x$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{1 + 2x^2} - 1}{1 - \cos x}$; $\lim_{x \to +\infty} \left(\dfrac{1 + x}{3 + x} \right)^x$.
3) Determinare il valore del parametro k per il quale $\lim_{x \to 0} \dfrac{\operatorname{sen} kx}{\operatorname{sen} 3x} = \pi$.
4) Data la funzione $f(x) = \dfrac{2 - x}{x + 1}$ sapendo che $f(g(x)) = 1 - e^{x-2}$, dopo aver determinato l'espressione della funzione $g(x)$, di quest'ultima si determini l'espressione della sua funzione inversa.
5) Determinare il valore del parametro k per il quale $\int_0^k e^{2x-1}\,\mathrm{d}x = 1$.
6) Data $f(x, y) = x^2 + y^2 - kx - my - 1$, si determini il valore dei parametri k e m affinchè la funzione abbia un punto di minimo nel punto $(2, 3)$.
7) Determinare il valore del parametro k per cui $\|\, 2 \quad 1 \,\| \cdot \left\| \begin{matrix} k & 1 \\ 1 & -k \end{matrix} \right\| \cdot \left\| \begin{matrix} 1 \\ -2 \end{matrix} \right\| = 5$.
8) La funzione $f(x) = \log(2x + 1)$ ha il differenziale $\mathrm{d}f(x_0) = \dfrac{1}{3}$ per un incremento $\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2}$. Determinare il punto x_0.
9) Si determini se la proposizione $P : [\mathbb{A}\, e\, (non\, \mathbb{A} \Rightarrow \mathbb{B})] \Rightarrow \mathbb{B}$ risulta una tautologia.

10) Data la funzione $f(x) = x^3 \cdot \log^2 x$, determinare i punti nei quali la retta tangente al grafico della funzione risulta orizzontale, stabilendo poi la natura di tali punti.

$\boxed{\text{II Appello Sessione Invernale 2026 - Compito } \mathbb{B}}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = \left(x^2 - 3x + 3\right) \cdot e^x$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1 - \cos 3x}{\left(1 + x^2\right)^5 - 1}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{2 + x}{3 + x}\right)^x$.
3) Determinare il valore del parametro k per il quale $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{2^x - 1}{e^{kx} - 1} = \log 2$.
4) Data la funzione $f(x) = \dfrac{3 - x}{x + 2}$ sapendo che $f(g(x)) = 1 + e^{x-1}$, dopo aver determinato l'espressione della funzione $g(x)$, di quest'ultima si determini l'espressione della sua funzione inversa.
5) Determinare il valore del parametro k per il quale $\displaystyle\int_0^k \frac{2}{2x + 1}\, \mathrm{d}x = 1$.
6) Data $f(x, y) = kx + my - x^2 - y^2 + 1$, si determini il valore dei parametri k e m affinchè la funzione abbia un punto di massimo nel punto $(3, 2)$.
7) Determinare il valore del parametro k per cui $\left\| 1 \quad 2 \right\| \cdot \left\| \begin{matrix} 1 & k \\ -k & 1 \end{matrix} \right\| \cdot \left\| \begin{matrix} 2 \\ -1 \end{matrix} \right\| = 5$.
8) La funzione $f(x) = e^{x-1}$ ha il differenziale $\mathrm{d}f(x_0) = \dfrac{1}{4}$ per un incremento $\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2}$.
Determinare il punto x_0.
9) Si determini se la proposizione $P : [\mathbb{A}\, o\, (\mathbb{A} \Rightarrow non\, \mathbb{B})] \ \Rightarrow \mathbb{B}$ risulta una tautologia.
10) Data la funzione $f(x) = x^2 \cdot \log^2 x$, determinare i punti nei quali la retta tangente al grafico della funzione risulta orizzontale, stabilendo poi la natura di tali punti.

$\boxed{\text{Appello Sessione Straordinaria I 2026}}$

1) Determinare l'andamento del grafico della funzione $f(x) = (x - 1) \cdot e^{1-x}$.
2) Determinare il valore dei seguenti limiti:
$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\operatorname{sen}\left(e^x - 1\right)}{\operatorname{sen} 2x}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{1 + x}{3 + x^2}\right)^{1-x}$.
3) Dopo aver calcolato il limite: $\lim\limits_{x \to +\infty} \log\left(1 + e^{1-x}\right)$, si enunci per esso la definizione di limite in forma metrica.
4) Date le funzioni $f(x) = 1 - 3x$, $g(x) = 1 + \dfrac{1}{x}$ e $h(x) = 2^{1-x}$, determinare l'espressione della funzione composta $F(x) = h(g(f(x)))$ e di questa $F(x)$ determinare poi l'espressione della sua funzione inversa.
5) Determinare il valore del parametro k per il quale $\displaystyle\int_0^k \frac{1}{x + 1}\, \mathrm{d}x = 1$.
6) Data $f(x, y) = x^3 - 2x^2 + y^2 - 2xy$, si determini la natura dei suoi punti stazionari.
7) Date le matrici $\mathbb{A} = \left\| \begin{matrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{matrix} \right\|$, $\mathbb{B} = \left\| \begin{matrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{matrix} \right\|$ ed il vettore $\mathbb{C} = \left\| \begin{matrix} 1 \\ -1 \end{matrix} \right\|$, si determini il modulo del vettore $\mathbb{Y} = \mathbb{A} \cdot \mathbb{B} \cdot \mathbb{C}$.

8) Data la funzione $f(x) = x^2 - 2x$, si determini il valore del parametro k per il quale alla funzione data risulta applicabile il Teorema di Rolle nell'intervallo $[0; k]$, determinando poi il punto x_0 risultante dall'applicazione del Teorema.
9) Determinare verità o falsità delle tre proposizioni semplici $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$ e $\mathbb{C}$, sapendo che le proposizioni composte $P_1 : \mathbb{A} \Rightarrow non\, \mathbb{B}$, e $P_2 : (\mathbb{A}\; e\; \mathbb{B}) \Leftrightarrow non\, \mathbb{C}$ sono entrambe false.
10) Data la funzione $f(x) = x \cdot \log x$, determinare il punto nel quale la retta tangente al grafico della funzione risulta parallela alla retta di equazione $y = 2x - 3$.