**MICROECONOMIA PER MANAGER**

**ANNO ACCADEMICO 2024-2025**

**Prof. Nicola Dimitri**

**Insieme n° 1 di Esercizi**

**Nota:** il testo di alcuni problemi si riferisci ad esercizi svolti in classe che invece, per mancanza di tempo, non abbiamo ancora eseguito. Nel corso delle prossime lezioni, discuteremo sia la versione che “avremmo già dovuto vedere in classe” che le versioni qui sotto.

1. Considerate il seguente gioco “Indovina la Differenza Assoluta”. Vi sono due giocatori, I e II, ciascuno deve scegliere un numero 1 e 6. Il giocatore I sceglie x mentre II sceglie y, con x,y=1,..,6. La scelta è simultanea. Il numero che si avvicina maggiormente alla differenza |x-y| prende 1 mentre l’altro prende 0. Se x ed y sono equidistanti da |x-y| entrambi prendono (1/2). Definire la tabella dei payoff e ricavare gli Equilibri di Nash (EN) in strategie pure. Esistono strategie dominanti? Se si, quali? Ripetere lo stesso esercizio con indovina il prodotto xy, ovvero chi si avvicina maggiormente al prodotto prende 1, l’altro zero, mentre in caso di parità prendono (1/2) entrambi. Considerando le stesse regole di punteggio, replicare infine l’esercizio per chi si avvicina maggiormente a (2/3) della media (x+y)/2, ovvero (x+y)/3.
2. Considerate il gioco del voto discusso in classe, con 3 giocatori e 4 alternative (a,b,c,d). Se x>y, significa “x è preferito a y”, identificare gli EN se per il giocatore le preferenze sono a>b>c>d, per il giocatore 2 sono b>c>d>a e per il 3 sono d>a>c>b.

1. Considerate la seguente semplice versione del gioco “Corsa agli Investimenti” visto in classe. Vi sono due imprese 1 (che investe l’ammontare x), e 2 (che investe l’ammontare y). Il payoff della prima impresa è pari a (1-x) se x>y, a 0 se x=y ed a –x se x<y. Analogamente quello della seconda impresa è pari a (1-y) se y>x, a 0 se y=x ed a –y se y<x. Ricavare gli EN in strategie pure.

Ripetere l’esercizio se i payoffs, nel caso di stesso livello d’investimento, per entrambe le imprese è ora pari ad (1/2). Il resto rimane inalterato.

1. Considerate la variante dell’asta di Vickrey, dove chi vince (offerta più alta) paga il secondo prezzo più alto (come in Vickrey) ma anche chi perde deve pagare il secondo prezzo (ovvero il prezzo che ha offerto). Questo gioco si chiama la “Guerra di Attrito”, ed è stato introdotto da biologi per modellare sfide tra maschi di una specie legate alla supremazia in un territorio ecc. Ricavate le funzioni di risposta ottimale e gli EN. Esistono strategie dominanti come in Vickrey?
2. Considerate la seguente asta (adottata per molti anni dalla Federazione Italiana Calcio per risolvere la comproprietà di atleti calciatori) con due giocatori, con la regola di spareggio come quella discussa in classe e $v\_{1}>v\_{2}$. Il payoff del giocatore 1 è dato da

$$Π\_{1}\left(b\_{1}\right)=\left\{\begin{array}{c}v\_{1}-b\_{1} se b\_{1}\geq b\_{2}\\b\_{2}-v\_{1} se b\_{1}<b\_{2}\end{array}\right.$$

Mentre per il giocatore 2 è dato da

$$Π\_{2}\left(b\_{2}\right)=\left\{\begin{array}{c}v\_{2}-b\_{2} se b\_{2}>b\_{1}\\b\_{1}-v\_{2} se b\_{1}\geq b\_{2}\end{array}\right.$$

Ricavare le funzioni di risposta ottimale e gli EN del gioco.

1. Considerate un’asta con tre giocatori al terzo prezzo, analoga a quelle viste in classe: ovvero, il prezzo più alto vince ma paga il terzo prezzo. Se $v\_{1}>v\_{2}>v\_{3}$ e la regola di spareggio assegna l’oggetto al giocatore con il valore più alto, discutere perché offrire un prezzo pari al proprio valore non è EN, e indicare almeno due EN.
2. Considerate il seguente gioco. Vi sono due giocatori, I e II, ciascuno deve scegliere un numero 1 e 6. Il giocatore I sceglie x mentre II sceglie y, con x,y=1,2,3. La scelta è simultanea. Se entrambi scrivono lo stesso numero allora il giocatore I prende un punto mentre il giocatore II perde un punto. Altrimenti prendono zero punti entrambi. Ricavare gli EN in strategie pure. Discutere inoltre se le distribuzioni di probabilità ($\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3})$ per il giocatore I e II sono ENSM. Infine, discutere anche se le distribuzioni ($\frac{1}{2},\frac{1}{2},0)$ per entrambi i giocatori sono ENSM
3. Considerate il gioco di locazione visto in classe, con i clienti distribuiti sul segmento unitario secondo una distribuzione triangolare, con base il segmento unitario ed altezza pari a 2 concentrata sull’origine del segmento unitario. Determinare l’EN. Quale sarebbe invece l’EN se l’altezza pari a 2 cadesse ad una distanza pari ad 1/3 dall’origine?
4. Considerate il gioco di locazione visto in classe con tre giocatori e distribuzione uniforme dei clienti. Il payoff di ciascuno è ancora dato dalla quota dei clienti “più vicini”. Discutere perché i tre che si posizionano al centro del segmento unitario non è un EN.
5. Considerate la seguente versione a là Tullock della “Corsa agli Investimenti” (con probabilità di vittoria) vista in classe, in cui ora per il giocatore $1$ il costo totale del suo investimento è pari a $c\_{1}x$ mentre per il giocatore $2$ è pari a $c\_{2}y$, con $c\_{1}>c\_{2}$. Determinare e discutere l’Equilibrio di Nash.
6. Considerate il gioco con b>a>c>d (non sostituite numeri)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **S** | **D** |
| **A** | a,a | d,b |
| **B** | b,d | c,c |

 Disegnare le funzioni di risposta ottimale dei due giocatori. Individuare gli Equilibri di Nash in strategie pure, miste e disegnare l’area cooperativa e di randomizzazione pubblica.