Università degli Studi di Siena

Facoltà di Economia

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 12-13)

17 novembre 2012

Compito $\mathbb{A}$✓

1) (6 punti) Siano p, q e r tre proposizioni semplici. Sapendo che la proposizione $\neg(p\ e\ r) \Rightarrow (p\ o\ q)$ è sicuramente falsa, possiamo concludere che la proposizione $(\neg p\ e\ \neg r) \Rightarrow \neg(q\ e\ r)$ è sicuramente vera? (Giustificare la risposta)
2) (5 punti) Sia $\mathcal{R}$ una relazione definita sull'insieme $\mathbb{R}$ nel seguente modo: $x\mathcal{R}y \Leftrightarrow x$ ed y sono entrambi numeri irrazionali. Studia le proprietà soddisfatte da $\mathcal{R}$.
3) (7 punti) Si consideri l'insieme $A = \{x \in \mathbb{R}\text{: } 2^x \geq \frac{1}{4}\}$: indica un insieme aperto B tale che $\delta(A \cap B) = \{-1, 2\}$ e con l'insieme B prima indicato determina $\overset{\circ}{A/B}$.
4) (6 punti) Siano date le funzioni $f(x) = 3^{x-2}$, $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ e $h(x) = |x|$. Indica le espressioni delle funzioni composte $f \circ g$, $g \circ h$ e $g \circ f \circ g$.
5) (7 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 1} \frac{9^x - 9}{3^x - 3}$; $\lim\limits_{x \to 0} \frac{(1 + sen\, 2x)^3 - 1}{x}$
6) (5 punti) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim\limits_{x \to -3} 5x + 12$.

✓ Il compito è diviso in 6 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 36; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 20 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico.

Università degli Studi di Siena

Facoltà di Economia

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 12-13)

17 novembre 2012

Compito $\mathbb{B}$✓

1) (6 punti) Siano p, q e r tre proposizioni semplici. Sapendo che la proposizione $(\neg p\ e\ \neg r) \Rightarrow \neg(q\ e\ r)$ è sicuramente falsa, possiamo concludere che la proposizione $(q\ o\ r) \Rightarrow \neg(p\ e\ q)$ è sicuramente vera? (Giustificare la risposta)
2) (5 punti) Sia $\mathcal{R}$ una relazione definita sull'insieme $\mathbb{R}$ nel seguente modo: $x\mathcal{R}y \Leftrightarrow$ almeno uno fra x ed y è razionale. Studia le proprietà soddisfatte da $\mathcal{R}$.
3) (7 punti) Si consideri l'insieme $A = \{x \in \mathbb{R}\colon 3^x < \sqrt[3]{9}\}$: indica un insieme chiuso B tale che $\mathcal{D}(A \cap B) = [-1, 0]$ e con l'insieme B prima indicato determina $\delta(A/B)$.
4) (6 punti) Siano date le funzioni $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x+2}}$, $g(x) = 4^{\frac{1}{x}}$ e $h(x) = |x|$. Indica le espressioni delle funzioni composte $g \circ f$, $h \circ f$ e $f \circ f \circ g$.
5) (7 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{4^x - 4}{16^x - 16}$; $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\log(1 + sen\,2x)}{sen\,3x}$
6) (5 punti) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim\limits_{x \to 4} 5 - 2x$.

✓ Il compito è diviso in 6 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 36; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 20 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico.

Università degli Studi di Siena

Facoltà di Economia

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 12-13)

17 novembre 2012

Compito C[✓]

1) (6 punti) Siano p, q e r tre proposizioni semplici. Sapendo che la proposizione $(p\ e\ q) \Leftrightarrow (q\ o\ r)$ è sicuramente falsa, possiamo concludere che la proposizione $\neg(p\ e\ q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow r)$ è sicuramente vera? (Giustificare la risposta)
2) (5 punti) Sia $\mathcal{R}$ una relazione definita sull'insieme $\mathbb{R}$ nel seguente modo: $x\mathcal{R}y \Leftrightarrow$ uno e solo uno fra x ed y è un numero irrazionale. Studia le proprietà soddisfatte da $\mathcal{R}$.
3) (7 punti) Si consideri l'insieme $A = \{x \in \mathbb{R}\colon\ 5^x \leq \dfrac{1}{25}\}$: indica un insieme aperto B tale che $\overline{A \cap B} = [-10,\ -2]$ e con l'insieme B prima indicato determina $\mathring{B}/A$.
4) (6 punti) Siano date le funzioni $f(x) = \cos x$, $g(x) = \log(6x-1)$ e $h(x) = \dfrac{1}{|x|}$.

   Indica le espressioni delle funzioni composte $f \circ g$, $h \circ f$ e $g \circ f \circ h$.
5) (7 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{5^x - 5}{25^x - 25}$; $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{tg(1-\cos x)}{x^2}$
6) (5 punti) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim\limits_{x \to 1} 2x - 4$.

✓ Il compito è diviso in 6 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 36; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 20 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico.

Università degli Studi di Siena

Facoltà di Economia

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 12-13)

17 novembre 2012

Compito $\mathbb{D}$✓

1) (6 punti) Siano p, q e r tre proposizioni semplici. Sapendo che la proposizione $(p\ e\ r) \Rightarrow (\neg p\ e\ \neg q)$ è sicuramente falsa, possiamo concludere che la proposizione $(q \Leftrightarrow r) \Rightarrow \neg(p\ o\ r)$ è sicuramente vera? (Giustificare la risposta)
2) (5 punti) Sia $\mathcal{R}$ una relazione definita sull'insieme $\mathbb{R}$ nel seguente modo: $x\mathcal{R}y \Leftrightarrow x$ ed y sono entrambi numeri razionali. Studia le proprietà soddisfatte da $\mathcal{R}$.
3) (7 punti) Si consideri l'insieme $A = \{x \in \mathbb{R}\colon\ 3^x \geq \dfrac{1}{27}\}$: indica un insieme chiuso B tale che $A \overset{\circ}{\cap} B =]-1, 2[$ e con l'insieme B prima indicato determina $\delta(A/B)$.
4) (6 punti) Siano date le funzioni $f(x) = \sqrt{3^x}$, $g(x) = \dfrac{1}{x^2}$ e $h(x) = \dfrac{1}{|x|}$. Indica le espressioni delle funzioni composte $f \circ h$, $g \circ h$ e $g \circ f \circ f$.
5) (7 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{4^x - 4}{2^x - 2}$; $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{(1 + sen\, x)^2 - 1}{3x}$
6) (5 punti) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim\limits_{x \to 0} 3x - 2$.

✓ Il compito è diviso in 6 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 36; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 20 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico.

Università degli Studi di Siena

Facoltà di Economia

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 12-13)

17 novembre 2012

Compito $\mathbb{E}$✓

1) (6 punti) Siano p, q e r tre proposizioni semplici. Sapendo che la proposizione $(r \Rightarrow p) \Leftrightarrow (q\; e\; r)$ è sicuramente vera, possiamo concludere che la proposizione $\neg(p\; e\; r) \Leftrightarrow (q \Leftrightarrow r)$ è sicuramente falsa? (Giustificare la risposta)
2) (5 punti) Sia $\mathcal{R}$ una relazione definita sull'insieme $\mathbb{R}$ nel seguente modo: $x\mathcal{R}y \Leftrightarrow$ almeno uno fra x ed y è irrazionale. Studia le proprietà soddisfatte da $\mathcal{R}$.
3) (7 punti) Si consideri l'insieme $A = \{x \in \mathbb{R}\text{: } 4^x > \sqrt[5]{64}\}$: indica un insieme aperto B tale che $\delta(A \cup B) = \{0\}$ e con l'insieme B prima indicato determina $\overline{B/A}$.
4) (6 punti) Siano date le funzioni $f(x) = tg\, x$, $g(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$ e $h(x) = \dfrac{1}{|x|}$. Indica le espressioni delle funzioni composte $h \circ g$, $g \circ f$ e $f \circ h \circ f$.
5) (7 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{4^x - 16}{16^x - 256}$; $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{sen(sen\, 2x)}{sen\, 2x}$
6) (5 punti) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim\limits_{x \to -3} 10 + 5x$.

✓ Il compito è diviso in 6 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 36; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 20 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico.

Università degli Studi di Siena

Facoltà di Economia

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 12-13)

17 novembre 2012

Compito $\mathbb{F}$✓

1) (6 punti) Siano p, q e r tre proposizioni semplici. Sapendo che la proposizione $(\neg r \Rightarrow q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow r)$ è sicuramente falsa, possiamo concludere che la proposizione $(p \; e \; q) \Rightarrow (p \Leftrightarrow r)$ è sicuramente vera? (Giustificare la risposta)
2) (5 punti) Sia $\mathcal{R}$ una relazione definita sull'insieme $\mathbb{R}$ nel seguente modo: $x\mathcal{R}y \Leftrightarrow$ uno e solo uno fra x ed y è un numero razionale. Studia le proprietà soddisfatte da $\mathcal{R}$.
3) (7 punti) Si consideri l'insieme $A = \{x \in \mathbb{R}\colon \; 4^x \geq 1\}$: indica un insieme chiuso B tale che $\delta(B/A) = \{0\}$ e con l'insieme B prima indicato determina $\overset{\circ}{A}/B$.
4) (6 punti) Siano date le funzioni $f(x) = \log \frac{1}{x}$, $g(x) = sen\, x$ e $h(x) = |x|$. Indica le espressioni delle funzioni composte $f \circ g$, $h \circ f$ e $g \circ f \circ f$.
5) (7 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 1} \frac{3^x - 3}{9^x - 9}$; $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\log(1 - tg\, x)}{3x}$
6) (5 punti) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim\limits_{x \to -1} 4x - 2$.

✓ Il compito è diviso in 6 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 36; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 20 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico.

Università degli Studi di Siena

Facoltà di Economia

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 12-13)

17 novembre 2012

Compito $\mathbb{G}$✓

1) (6 punti) Siano p, q, r e s quattro proposizioni semplici. Sapendo che la proposizione r è sicuramente vera e la proposizione $(\neg p \Leftrightarrow s)$ è sicuramente falsa, possiamo concludere che la proposizione $(p\ e\ r) \Rightarrow (s\ o\ q)$ è sicuramente vera? (Giustificare la risposta)
2) (5 punti) Sia $\mathcal{R}$ una relazione definita sull'insieme $\mathbb{R}$ nel seguente modo: $x\mathcal{R}y \Leftrightarrow 0 \leq xy \leq 1$. Studia le proprietà soddisfatte da $\mathcal{R}$.
3) (6 punti) Si consideri l'insieme $A = \{x \in \mathbb{R}\colon \frac{1}{x+6} \leq 2\}$ e $\mathcal{B} = \{x \in \mathbb{Z}\colon |x| \leq 2\}$: indica la fontiera dell'intersezione fra i due insiemi $\delta(A \cap B)$ e la chiusura dell'unione fra i due insiemi $\overline{A \cup B}$.
4) (6 punti) Sia data la funzione $f(x) = 1 - x^3$; indica l'espressione della funzione $g(x)$ sapendo che la composta $g(f(x)) = \sqrt[6]{1-x^3}$. Con l'espressione di $g(x)$ prima indicata determina la funzione $f(g(f(x)))$.
5) (7 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^{1-\cos x}-1}{x}$; $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{x^3-x^5}{5x^3+x^6}$
6) (6 punti) Sia data la funzione: $f(x) = \begin{cases} \frac{\log(1-x)}{x} & \text{se } x < 0 \\ a+x & \text{se } 0 \leq x \end{cases}$. Indica il valore del parametro a che rende la funzione continua su tutto l'insieme $\mathbb{R}$ e tramite il parametro a indicato calcola il rapporto incrementale della funzione f fra i punti $x_1 = -1$ e $x_2 = 1$.

✓ Il compito è diviso in 6 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 36; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 20 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico.

Università degli Studi di Siena

Facoltà di Economia

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 12-13)

17 novembre 2012

Compito $\mathbb{H}$✓

1) (6 punti) Siano p, q, r e s quattro proposizioni semplici. Sapendo che la proposizione q è sicuramente falsa e la proposizione $(p \Leftrightarrow \neg r)$ è sicuramente vera, possiamo concludere che la proposizione $(s\ o\ r) \Rightarrow \neg(q \Leftrightarrow p)$ è sicuramente vera? (Giustificare la risposta)
2) (5 punti) Sia $\mathcal{R}$ una relazione definita sull'insieme $\mathbb{R}$ nel seguente modo: $x\mathcal{R}y \Leftrightarrow 1 \leq xy \leq 10$. Studia le proprietà soddisfatte da $\mathcal{R}$.
3) (6 punti) Si consideri l'insieme $A = \{x \in \mathbb{R}\colon \dfrac{1}{x-1} \leq -2\}$ e $\mathcal{B} = \{x \in \mathbb{Z}\colon |x| \leq 3\}$: indica la fontiera della differenza fra i due insiemi $\delta(A/B)$ e il derivato dell'unione fra i due insiemi $\mathcal{D}(A \cup B)$.
4) (6 punti) Sia data la funzione $f(x) = \cos x$; indica l'espressione della funzione $g(x)$ sapendo che la composta $g(f(x)) = \log_6 \cos x$. Con l'espressione di $g(x)$ prima indicata determina la funzione $f(g(g(x)))$.
5) (7 punti) Calcola i seguenti limiti: $\displaystyle \lim_{x \to 0} \frac{2^x - 1}{sen\, x}$; $\displaystyle \lim_{x \to -\infty} \frac{x^2 + 3x - 5x^5}{5x^4 + x^3}$
6) (6 punti) Sia data la funzione: $f(x) = \begin{cases} a + x & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{sen(-x)}{x} & \text{se } 0 < x \end{cases}$. Indica il valore del parametro a che rende la funzione continua su tutto l'insieme $\mathbb{R}$ e tramite il parametro a indicato calcola il rapporto incrementale della funzione f fra i punti $x_1 = -\pi$ e $x_2 = \pi$.

✓ Il compito è diviso in 6 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 36; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 20 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico.

Università degli Studi di Siena

Facoltà di Economia

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 12-13)

17 novembre 2012

Compito II✓

1) (6 punti) Siano p, q, r e s quattro proposizioni semplici. Sapendo che la proposizione s è sicuramente vera e la proposizione $(p \Leftrightarrow \neg r)$ è sicuramente falsa, possiamo concludere che la proposizione $\neg q \Rightarrow (p \Rightarrow s)$ è sicuramente vera? (Giustificare la risposta)

2) (5 punti) Sia $\mathcal{R}$ una relazione definita sull'insieme $\mathbb{R}$ nel seguente modo: $x\mathcal{R}y \Leftrightarrow -1 \leq xy \leq 1$. Studia le proprietà soddisfatte da $\mathcal{R}$.

3) (6 punti) Si consideri l'insieme $A = \{x \in \mathbb{R}\colon \dfrac{1}{x-2} \geq 1\}$ e $\mathcal{B} = \{x \in \mathbb{Z}\colon |x| \leq 3\}$: indica l'interno dell'unione fra i due insiemi $A \cup B$ e la frontiera dell'intersezione fra i due insiemi $\delta(A \cap B)$.

4) (6 punti) Sia data la funzione $f(x) = 3^x$; indica l'espressione della funzione $g(x)$ sapendo che la composta $g(f(x)) = 5^{3^x}$. Con l'espressione di $g(x)$ prima indicata determina la funzione $g(g(x) + f(x))$.

5) (7 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{2x}-1}{sen\, x}$; $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{x^3 - x^8}{x^5 + x^6 - 13}$

6) (6 punti) Sia data la funzione: $f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - e^{-x}}{x} & \text{se } x < 0 \\ a - x & \text{se } 0 \leq x \end{cases}$. Indica il valore del parametro a che rende la funzione continua su tutto l'insieme $\mathbb{R}$ e tramite il parametro a indicato calcola il rapporto incrementale della funzione f fra i punti $x_1 = -2$ e $x_2 = 2$.

✓ Il compito è diviso in 6 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 36; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 20 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico.

Università degli Studi di Siena

Facoltà di Economia

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 12-13)

17 novembre 2012

Compito $\mathbb{L}$✓

1) (6 punti) Siano p, q, r e s quattro proposizioni semplici. Sapendo che la proposizione q è sicuramente falsa e la proposizione $(\neg p \Leftrightarrow \neg r)$ è sicuramente falsa, possiamo concludere che la proposizione $(p\ o\ s) \Rightarrow (r\ e\ q)$ è sicuramente falsa? (Giustificare la risposta)
2) (5 punti) Sia $\mathcal{R}$ una relazione definita sull'insieme $\mathbb{R}$ nel seguente modo: $x\mathcal{R}y \Leftrightarrow -1 \leq xy \leq 0$. Studia le proprietà soddisfatte da $\mathcal{R}$.
3) (6 punti) Si consideri l'insieme $A = \{x \in \mathbb{R}\text{: } \frac{1}{x-2} > \frac{1}{5}\}$ e $\mathcal{B} = \{x \in \mathbb{Z}\text{: } |x| \leq 2\}$: indica la fontiera dell'unione fra i due insiemi $\delta(A \cup B)$ e la chiusura dell'intersezione fra i due insiemi $\overline{A \cap B}$.
4) (6 punti) Sia data la funzione $f(x) = \sqrt{2x+1}$; indica l'espressione della funzione $g(x)$ sapendo che la composta $f(g(x)) = \sqrt{4x+1}$. Con l'espressione di $g(x)$ prima indicata determina la funzione $f(g(x) - f(x))$.
5) (7 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1-\cos 3x}{x^2}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x^6 - x^5 - x}{x^3 + 5x^6}$
6) (6 punti) Sia data la funzione: $f(x) = \begin{cases} a - x & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{(1-x)^3-1}{x} & \text{se } 0 < x \end{cases}$. Indica il valore del parametro a che rende la funzione continua su tutto l'insieme $\mathbb{R}$ e tramite il parametro a indicato calcola il rapporto incrementale della funzione f fra i punti $x_1 = -3$ e $x_2 = 3$.

✓ Il compito è diviso in 6 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 36; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 20 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico.

Università degli Studi di Siena

Facoltà di Economia

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 12-13)

17 novembre 2012

Compito $\mathbb{M}$✓

1) (6 punti) Siano p, q, r e s quattro proposizioni semplici. Sapendo che la proposizione r è sicuramente vera e la proposizione $(p \Leftrightarrow q)$ è sicuramente falsa, possiamo concludere che la proposizione $(s \Leftrightarrow q) \Rightarrow (q\ o\ r)$ è sicuramente falsa? (Giustificare la risposta)
2) (5 punti) Sia $\mathcal{R}$ una relazione definita sull'insieme $\mathbb{R}$ nel seguente modo: $x\mathcal{R}y \Leftrightarrow\ -10 \leq xy \leq\ -1$. Studia le proprietà soddisfatte da $\mathcal{R}$.
3) (6 punti) Si consideri l'insieme $A = \{x \in \mathbb{R}\text{: } \frac{1}{x+2} > 1\}$ e $\mathcal{B} = \{x \in \mathbb{Z}\text{: } |x| \leq 2\}$: indica il derivato della differenza fra i due insiemi $\mathcal{D}(A/B)$ e la frontiera dell'unione fra i due insiemi $\delta(A \cup B)$.
4) (6 punti) Sia data la funzione $f(x) = tg\,x$; indica l'espressione della funzione $g(x)$ sapendo che la composta $g(f(x)) = 6^{tg\,x+1}$. Con l'espressione di $g(x)$ prima indicata determina la funzione $f(f(g(x)))$.
5) (7 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \frac{3^x - 1}{3^{-x} - 1}$; $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{x^2 - 3x^5 + 5x^6}{5x^4 + x^3}$
6) (6 punti) Sia data la funzione: $f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos 2x}{x} & \text{se } x < 0 \\ a - x & \text{se } 0 \leq x \end{cases}$. Indica il valore del parametro a che rende la funzione continua su tutto l'insieme $\mathbb{R}$ e tramite il parametro a indicato calcola il rapporto incrementale della funzione f fra i punti $x_1 = -\frac{\pi}{2}$ e $x_2 = \frac{\pi}{2}$.

✓ Il compito è diviso in 6 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 36; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 20 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico.

Università degli Studi di Siena

Facoltà di Economia

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 12-13)

17 novembre 2012

Compito $\mathbb{N}$✓

1) (6 punti) Siano p, q, r e s quattro proposizioni semplici. Sapendo che la proposizione p è sicuramente falsa e la proposizione $(\neg s \Leftrightarrow r)$ è sicuramente vera, possiamo concludere che la proposizione $\neg(r \Rightarrow s) \Rightarrow (q\ e\ \neg p)$ è sicuramente vera? (Giustificare la risposta)
2) (5 punti) Sia $\mathcal{R}$ una relazione definita sull'insieme $\mathbb{R}$ nel seguente modo: $x\mathcal{R}y \Leftrightarrow\ -2 \leq xy \leq 2$. Studia le proprietà soddisfatte da $\mathcal{R}$.
3) (6 punti) Si consideri l'insieme $A = \{x \in \mathbb{R}\text{: } \frac{1}{x+1} < 3\,\}$ e $\mathcal{B} = \{x \in \mathbb{Z}\text{: } |x| \leq 1\,\}$: indica la frontiera dell'intersezione fra i due insiemi $\delta(A \cap B)$ e l'interno dell'unione fra i due insiemi $\overset{\circ}{A \cup B}$.
4) (6 punti) Sia data la funzione $f(x) = \log x$; indica l'espressione della funzione $g(x)$ sapendo che la composta $f(g(x)) = \log(3x-1)$. Con l'espressione di $g(x)$ prima indicata determina la funzione $f(g(x) - f(x))$.
5) (7 punti) Calcola i seguenti limiti: $\underset{x\,\to\,0}{lim} \frac{e^{-sen\,x} - 1}{x}$; $\underset{x\,\to\,+\infty}{lim} \frac{x^3 - x}{x^5 + x^9 - 2}$
6) (6 punti) Sia data la funzione: $f(x) = \begin{cases} a + x & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{(1+x)^2 - 1}{4x} & \text{se } 0 < x \end{cases}$. Indica il valore del parametro a che rende la funzione continua su tutto l'insieme $\mathbb{R}$ e tramite il parametro a indicato calcola il rapporto incrementale della funzione f fra i punti $x_1 = -\frac{1}{2}$ e $x_2 = \frac{1}{2}$.

✓ Il compito è diviso in 6 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 36; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 20 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico.

Università degli Studi di Siena

Dipartimento di Economia Politica e Statistica

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 12-13)

1 febbraio 2013

Compito $\mathbb{A}$ ✓

1) (7 punti) Siano dati tre insiemi A, B e C. Sapendo che $B \subset \mathcal{C}(A \cap C)$, possiamo concludere con certezza che $(B \cap C) \subset \mathcal{C}(A)$? (Giustificare la risposta) (Con il simbolo $\mathcal{C}$ si indica il complementare dell'insieme)
2) (7 punti) Sia $\mathbb{T}$ l'insieme di tutti i triangoli sul piano, con $\mathcal{R}$ indichiamo una relazione definita sull'insieme $\mathbb{T}$ nel seguente modo: $\mathcal{T}_1 \, \mathcal{R} \, \mathcal{T}_2 \Leftrightarrow \mathcal{T}_1$ e $\mathcal{T}_2$ sono triangoli isoperimetrici (hanno lo stesso perimetro). Studia le proprietà soddisfatte da $\mathcal{R}$.
3) (7 punti) Si consideri la funzione $f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x} + 1 & \text{se } x \le 0 \\ ax + b & \text{se } x > 0 \end{cases}$. Indica, se esistono, valori dei parametri a e b in modo tale che alla funzione f sia applicabile il Teorema degli zeri nell'intervallo $[-3, 3]$.
4) (7 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{5^x - 5}{25^x - 25}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} x\left(tg\,\dfrac{1}{x} + tg^2\,\dfrac{1}{x}\right)$.
5) (11 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = x\sqrt{x+9}$.
6) (7 punti) Calcola $\displaystyle\int \big(x \cdot \log(2x)\big)\, dx$.
7) (7 punti) Siano dati i vettori $V = (1, 0, 2)$ e $W = (0, -1, 2)$; determina vettori $U = (u_1, u_2, u_3)$ di norma $\|U\| = 3$ e perpendicolari sia a V che a W.
8) (7 punti) Studia la natura dei punti critici della funzione $f(x, y) = x^3 - 4y^2 - 3y - 2x^2$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Dipartimento di Economia Politica e Statistica

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 12-13)

1 febbraio 2013

Compito $\mathbb{B}$✓

1) (7 punti) Siano dati tre insiemi A, B e C. Sapendo che $\mathcal{C}(B) \subset A \cap C$, possiamo concludere con certezza che $(A \cup C) \subset B$? (Giustificare la risposta) (Con il simbolo $\mathcal{C}$ si indica il complementare dell'insieme)
2) (7 punti) Sia $\mathbb{T}$ l'insieme di tutti i triangoli sul piano, con $\mathcal{R}$ indichiamo una relazione definita sull'insieme $\mathbb{T}$ nel seguente modo: $\mathcal{T}_1 \, \mathcal{R} \, \mathcal{T}_2 \Leftrightarrow \mathcal{T}_1$ e $\mathcal{T}_2$ hanno la stessa area. Studia le proprietà soddisfatte da $\mathcal{R}$.
3) (7 punti) Si consideri la funzione $f(x) = \begin{cases} \sqrt{-2x} + 2 & \text{se } x \leq 0 \\ ax + b & \text{se } x > 0 \end{cases}$. Indica, se esistono, valori dei parametri a e b in modo tale che alla funzione f sia applicabile il Teorema degli zeri nell'intervallo $[-2, 2]$.
4) (7 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{9^x - 9}{81^x - 81}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} x\left(sen\,\dfrac{1}{x} - sen^2\,\dfrac{1}{x}\right)$.
5) (11 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = x\sqrt{x+6}$.
6) (7 punti) Calcola $\displaystyle\int \left(x \cdot \log(4x)\right) dx$.
7) (7 punti) Siano dati i vettori $V = (1, 0, 2)$ e $W = (0, -1, 2)$; determina vettori $U = (u_1, u_2, u_3)$ di norma $\|U\| = 6$ e perpendicolari sia a V che a W.
8) (7 punti) Studia la natura dei punti critici della funzione $f(x, y) = x^3 + 4y^2 - 5y + x^2$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Dipartimento di Economia Politica e Statistica

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 12-13)

1 febbraio 2013

Compito $\mathbb{C}$✓

1) (7 punti) Siano dati tre insiemi A, B e C. Sapendo che $A \subset \mathcal{C}(B \cup C)$, possiamo concludere con certezza che $(A/C) \subset \mathcal{C}(B)$? (Giustificare la risposta) (Con il simbolo $\mathcal{C}$ si indica il complementare dell'insieme)
2) (7 punti) Sia $\mathbb{T}$ l'insieme di tutti i triangoli sul piano, con $\mathcal{R}$ indichiamo una relazione definita sull'insieme $\mathbb{T}$ nel seguente modo: $\mathcal{T}_1 \, \mathcal{R} \, \mathcal{T}_2 \Leftrightarrow \mathcal{T}_1$ e $\mathcal{T}_2$ sono congruenti (traslati si possono sovrapporre perfettamente). Studia le proprietà soddisfatte da $\mathcal{R}$.
3) (7 punti) Si consideri la funzione $f(x) = \begin{cases} \sqrt{-4x} + 4 & \text{se } x \leq 0 \\ ax + b & \text{se } x > 0 \end{cases}$. Indica, se esistono, valori dei parametri a e b in modo tale che alla funzione f sia applicabile il Teorema degli zeri nell'intervallo $[-1, 1]$.
4) (7 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim_{x \to 1} \dfrac{7^x - 7}{49^x - 49}$; $\lim_{x \to +\infty} x\left(sen\,\dfrac{2}{x} + sen^3\,\dfrac{1}{x}\right)$.
5) (11 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = x\sqrt{x+3}$.
6) (7 punti) Calcola $\displaystyle\int \left(2x \cdot \log(x)\right) dx$.
7) (7 punti) Siano dati i vettori $V = (1, 0, 2)$ e $W = (0, -1, 2)$; determina vettori $U = (u_1, u_2, u_3)$ di norma $\|U\| = 9$ e perpendicolari sia a V che a W.
8) (7 punti) Studia la natura dei punti critici della funzione $f(x, y) = x^3 + 4y^2 - 6y - x^2$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Dipartimento di Economia Politica e Statistica

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 12-13)

1 febbraio 2013

Compito $\mathbb{D}$✓

1) (7 punti) Siano dati tre insiemi A, B e C. Sapendo che $(A/C) \subset \mathcal{C}(B)$, possiamo concludere con certezza che $(A/B) \subset \mathcal{C}(C)$? (Giustificare la risposta) (Con il simbolo $\mathcal{C}$ si indica il complementare dell'insieme)
2) (7 punti) Sia $\mathbb{T}$ l'insieme di tutti i triangoli sul piano, con $\mathcal{R}$ indichiamo una relazione definita sull'insieme $\mathbb{T}$ nel seguente modo: $\mathcal{T}_1 \, \mathcal{R} \, \mathcal{T}_2 \Leftrightarrow \mathcal{T}_1$ e $\mathcal{T}_2$ hanno un lato di ugual lunghezza. Studia le proprietà soddisfatte da $\mathcal{R}$.
3) (7 punti) Si consideri la funzione $f(x) = \begin{cases} ax + b & \text{se } x \leq 0 \\ x^3 - 5 & \text{se } x > 0 \end{cases}$. Indica, se esistono, valori dei parametri a e b in modo tale che alla funzione f sia applicabile il Teorema degli zeri nell'intervallo $[-2, 2]$.
4) (7 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 1} \frac{16^x - 16}{4^x - 4}$; $\lim\limits_{x \to -\infty} x^2 \cdot sen \frac{3}{x}$.
5) (11 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = x\sqrt{6 - x}$.
6) (7 punti) Calcola $\int \log^2(3x)\, dx$.
7) (7 punti) Siano dati i vettori $V = (1, 1, 0)$ e $W = (0, -1, -1)$; determina vettori $U = (u_1, u_2, u_3)$ di norma $\|U\| = 2\sqrt{3}$ e perpendicolari sia a V che a W.
8) (7 punti) Studia la natura dei punti critici della funzione
   $f(x, y) = x^3 - 4y^2 + y - 8x^2$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Dipartimento di Economia Politica e Statistica

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 12-13)

1 febbraio 2013

Compito $\mathbb{E}$✓

1) (7 punti) Siano dati tre insiemi A, B e C. Sapendo che $\mathcal{C}(A/C) \subset B$, possiamo concludere con certezza che $(A/B) \subset C$? (Giustificare la risposta) (Con il simbolo $\mathcal{C}$ si indica il complementare dell'insieme)

2) (7 punti) Sia $\mathbb{T}$ l'insieme di tutti i triangoli sul piano, con $\mathcal{R}$ indichiamo una relazione definita sull'insieme $\mathbb{T}$ nel seguente modo: $\mathcal{T}_1\,\mathcal{R}\,\mathcal{T}_2 \Leftrightarrow \mathcal{T}_1$ e $\mathcal{T}_2$ hanno uno ed un solo angolo di ugual ampiezza. Studia le proprietà soddisfatte da $\mathcal{R}$.

3) (7 punti) Si consideri la funzione $f(x) = \begin{cases} ax+b & \text{se } x \leq 0 \\ x^3 - 30 & \text{se } x > 0 \end{cases}$. Indica, se esistono, valori dei parametri a e b in modo tale che alla funzione f sia applicabile il Teorema degli zeri nell'intervallo $[-3, 3]$.

4) (7 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{4^x - 4}{2^x - 2}$; $\lim\limits_{x \to -\infty} x^2 \cdot sen\, \dfrac{1}{x}$.

5) (11 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = x\sqrt{9-x}$.

6) (7 punti) Calcola $\displaystyle\int \log^2(x)\, dx$.

7) (7 punti) Siano dati i vettori $V = (1,1,0)$ e $W = (0,-1,-1)$; determina vettori $U = (u_1, u_2, u_3)$ di norma $\|U\| = 4\sqrt{3}$ e perpendicolari sia a V che a W.

8) (7 punti) Studia la natura dei punti critici della funzione $f(x,y) = x^3 + y^2 + 3y - 8x^2$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Dipartimento di Economia Politica e Statistica

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 12-13)

1 febbraio 2013

Compito $\mathbb{F}$✓

1) (7 punti) Siano dati tre insiemi A, B e C. Sapendo che $A/\mathcal{C}(B \cup C) \subset B$, possiamo concludere con certezza che $A \subset B$? (Giustificare la risposta) (Con il simbolo $\mathcal{C}$ si indica il complementare dell'insieme)
2) (7 punti) Sia $\mathbb{T}$ l'insieme di tutti i triangoli sul piano, con $\mathcal{R}$ indichiamo una relazione definita sull'insieme $\mathbb{T}$ nel seguente modo: $\mathcal{T}_1 \, \mathcal{R} \, \mathcal{T}_2 \Leftrightarrow \mathcal{T}_1$ e $\mathcal{T}_2$ hanno due lati di ugual lunghezza. Studia le proprietà soddisfatte da $\mathcal{R}$.
3) (7 punti) Si consideri la funzione $f(x) = \begin{cases} ax + b & \text{se } x \leq 0 \\ x^3 & \text{se } x > 0 \end{cases}$. Indica, se esistono, valori dei parametri a e b in modo tale che alla funzione f sia applicabile il Teorema degli zeri nell'intervallo $[-4, 4]$.
4) (7 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{36^x - 36}{6^x - 6}$; $\lim\limits_{x \to -\infty} x^2 \cdot sen \, \dfrac{-1}{x}$.
5) (11 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = x\sqrt{3 - x}$.
6) (7 punti) Calcola $\displaystyle\int \log^2(5x) \, dx$.
7) (7 punti) Siano dati i vettori $V = (1, 1, 0)$ e $W = (0, -1, -1)$; determina vettori $U = (u_1, u_2, u_3)$ di norma $\|U\| = 6\sqrt{3}$ e perpendicolari sia a V che a W.
8) (7 punti) Studia la natura dei punti critici della funzione $f(x, y) = x^3 + y^2 - 5y + x^2$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Dipartimento di Economia Politica e Statistica

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 12-13)

22 febbraio 2013

Compito $\mathbb{A}$✓

1) (7 punti) Siano dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}: x^2 + 2x \leq 3\}$ e $\mathbb{B} = \{x \in \mathbb{R}: 4^{x^2} \geq 64\}$. Dopo aver determinato gli insiemi differenza $\mathbb{A}/\mathbb{B}$ e $\mathbb{B}/\mathbb{A}$ indica la frontiera di entrambi: $\delta(\mathbb{A}/\mathbb{B})$ e $\delta(\mathbb{B}/\mathbb{A})$.
2) (7 punti) Siano date le funzioni $f(x) = 3x - 5$, $g(x) = \sqrt{3+x}$ e $h(x) = \frac{1}{x}$. Indica le espressioni delle funzioni composte $f(g(f(x)))$ e $h(f(g(x)))$.
3) (7 punti) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim\limits_{x \to 3} f(x)$; dove $f(x)$ è la funzione dell'esercizio 2.
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\log(1 + sen^2 x)}{1 - \cos x}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\frac{x^2+2}{x^2}\right)^{x - x^2}$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = \dfrac{6\sqrt{x-1}}{x+8}$ sapendo che essa presenta un unico punto di flesso. (non è richiesto ne il calcolo ne lo studio della derivata seconda).
6) (7 punti) Calcola $\int (x-5)e^{2x}\, dx$.
7) (7 punti) Siano date le matrici $\mathbb{M} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 8 \\ 0 & -3 & 6 \end{bmatrix}$ e $\mathbb{N} = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 0 & -1 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$; indica la matrice prodotto $\mathbb{M} \cdot \mathbb{N}$ ed un vettore $\mathbb{X} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ tale che $\mathbb{M} \cdot \mathbb{N} \cdot \mathbb{X} = \begin{pmatrix} -12 \\ -27 \end{pmatrix}$.
8) (7 punti) Studia la natura dei punti critici della funzione $f(x,y) = 3x^2y^2 - 2(y-6)^2$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Dipartimento di Economia Politica e Statistica

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 12-13)

22 febbraio 2013

Compito $\mathbb{B}$✓

1) (7 punti) Siano dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}: x^2 - 4x \geq -3\}$ e $\mathbb{B} = \{x \in \mathbb{R}: 5^{x^2} < 125\}$. Dopo aver determinato gli insiemi differenza $\mathbb{A}/\mathbb{B}$ e $\mathbb{B}/\mathbb{A}$ indica la frontiera di entrambi: $\delta(\mathbb{A}/\mathbb{B})$ e $\delta(\mathbb{B}/\mathbb{A})$.
2) (7 punti) Siano date le funzioni $f(x) = 3x + 1$, $g(x) = \sqrt{2x+1}$ e $h(x) = \frac{1}{x}$. Indica le espressioni delle funzioni composte $f(h(g(x)))$ e $h(f(f(x)))$.
3) (7 punti) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim_{x \to 2} f(x)$; dove $f(x)$ è la funzione dell'esercizio 2.
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim_{x \to 0} \frac{sen(\log(1+x))}{2x}$; $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x^3-3}{x^3}\right)^{x^3-5}$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = \frac{6\sqrt{x-4}}{x+5}$ sapendo che essa presenta un unico punto di flesso. (non è richiesto ne il calcolo ne lo studio della derivata seconda).
6) (7 punti) Calcola $\int (x+2)e^{-x}\,dx$.
7) (7 punti) Siano date le matrici $\mathbb{M} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 5 \end{bmatrix}$ e $\mathbb{N} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$; indica la matrice prodotto $\mathbb{M} \cdot \mathbb{N}$ ed un vettore $\mathbb{X} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ tale che $\mathbb{M} \cdot \mathbb{N} \cdot \mathbb{X} = \begin{pmatrix} 30 \\ 6 \end{pmatrix}$.
8) (7 punti) Studia la natura dei punti critici della funzione $f(x, y) = -3x^2y^2 - 5(y-1)^2$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Dipartimento di Economia Politica e Statistica

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 12-13)

22 febbraio 2013

Compito $\mathbb{C}$[✓]

1) (7 punti) Siano dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}: x^2 - x > 2\}$ e $\mathbb{B} = \{x \in \mathbb{R}: 2^{x^2} > 64\}$. Dopo aver determinato gli insiemi differenza $\mathbb{A}/\mathbb{B}$ e $\mathbb{B}/\mathbb{A}$ indica la frontiera di entrambi: $\delta(\mathbb{A}/\mathbb{B})$ e $\delta(\mathbb{B}/\mathbb{A})$.
2) (7 punti) Siano date le funzioni $f(x) = 5 + 3x$, $g(x) = \sqrt{1-6x}$ e $h(x) = \frac{1}{x}$. Indica le espressioni delle funzioni composte $h(g(g(x)))$ e $f(h(g(x)))$.
3) (7 punti) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim\limits_{x \to -5} f(x)$; dove $f(x)$ è la funzione dell'esercizio 2.
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{sen(sen(x))}{\log(1+x)}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2}\right)^{x^3+x^2}$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = \dfrac{6\sqrt{x-8}}{x+1}$ sapendo che essa presenta un unico punto di flesso. (non è richiesto ne il calcolo ne lo studio della derivata seconda).
6) (7 punti) Calcola $\int (3-x)e^{3x}\,dx$.
7) (7 punti) Siano date le matrici $\mathbb{M} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 4 \\ 0 & -4 & 2 \end{bmatrix}$ e $\mathbb{N} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$; indica la matrice prodotto $\mathbb{M} \cdot \mathbb{N}$ ed un vettore $\mathbb{X} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ tale che $\mathbb{M} \cdot \mathbb{N} \cdot \mathbb{X} = \begin{pmatrix} 5 \\ 16 \end{pmatrix}$.
8) (7 punti) Studia la natura dei punti critici della funzione $f(x,y) = 6x^2y^2 + 3(y-10)^2$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Dipartimento di Economia Politica e Statistica

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 12-13)

22 febbraio 2013

Compito $\mathbb{D}$[✓]

1) (7 punti) Siano dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}: x^2 + 5x < 6\}$ e $\mathbb{B} = \{x \in \mathbb{R}: 3^{x^2} < 27\}$. Dopo aver determinato gli insiemi differenza $\mathbb{A}/\mathbb{B}$ e $\mathbb{B}/\mathbb{A}$ indica la frontiera di entrambi: $\delta(\mathbb{A}/\mathbb{B})$ e $\delta(\mathbb{B}/\mathbb{A})$.

2) (7 punti) Siano date le funzioni $f(x) = 4 - 5x$, $g(x) = \sqrt{3 - 4x}$ e $h(x) = x^3$. Indica le espressioni delle funzioni composte $h(g(g(x)))$ e $f(h(g(x)))$.

3) (7 punti) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim\limits_{x \to -1} f(x)$; dove $f(x)$ è la funzione dell'esercizio 2.

4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{3^{sen^2 x} - 1}{tg x^2}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\frac{x^4 - 1}{x^4}\right)^{x - x^3}$.

5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = \dfrac{4\sqrt{x-3}}{x+1}$ sapendo che essa presenta un unico punto di flesso. (non è richiesto ne il calcolo ne lo studio della derivata seconda).

6) (7 punti) Calcola $\int (3x + 2) e^{-3x} \, dx$.

7) (7 punti) Siano date le matrici $\mathbb{M} = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 1 \\ 3 & -3 & 0 \end{bmatrix}$ e $\mathbb{N} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$; indica la matrice prodotto $\mathbb{M} \cdot \mathbb{N}$ ed un vettore $\mathbb{X} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ tale che $\mathbb{M} \cdot \mathbb{N} \cdot \mathbb{X} = \begin{pmatrix} -6 \\ 12 \end{pmatrix}$.

8) (7 punti) Studia la natura dei punti critici della funzione $f(x, y) = 5x^2y^2 + (x - 3)^2$.

[✓] Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Dipartimento di Economia Politica e Statistica

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 12-13)

22 febbraio 2013

Compito $\mathbb{E}$✓

1) (7 punti) Siano dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}: x^2 - x < 12\}$ e $\mathbb{B} = \{x \in \mathbb{R}: 2^{x^2} \geq 16\}$. Dopo aver determinato gli insiemi differenza $\mathbb{A}/\mathbb{B}$ e $\mathbb{B}/\mathbb{A}$ indica la frontiera di entrambi: $\delta(\mathbb{A}/\mathbb{B})$ e $\delta(\mathbb{B}/\mathbb{A})$.
2) (7 punti) Siano date le funzioni $f(x) = x + 3$, $g(x) = \sqrt{1+6x}$ e $h(x) = x^3$. Indica le espressioni delle funzioni composte $h(f(g(x)))$ e $f(f(g(x)))$.
3) (7 punti) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim_{x \to 4} f(x)$; dove $f(x)$ è la funzione dell'esercizio 2.
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim_{x \to 0} \frac{x^2}{tg(2^{x^2} - 1)}$; $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x^2-3}{x^2}\right)^{x^2-2x^3}$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = \dfrac{4\sqrt{x-2}}{x+2}$ sapendo che essa presenta un unico punto di flesso. (non è richiesto ne il calcolo ne lo studio della derivata seconda).
6) (7 punti) Calcola $\int (5-2x)e^{4x}\,dx$.
7) (7 punti) Siano date le matrici $\mathbb{M} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -3 & -3 & 0 \end{bmatrix}$ e $\mathbb{N} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$; indica la matrice prodotto $\mathbb{M} \cdot \mathbb{N}$ ed un vettore $\mathbb{X} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ tale che $\mathbb{M} \cdot \mathbb{N} \cdot \mathbb{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$.
8) (7 punti) Studia la natura dei punti critici della funzione $f(x,y) = -x^2y^2 - 8(x+3)^2$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Dipartimento di Economia Politica e Statistica

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 12-13)

22 febbraio 2013

Compito $\mathbb{F}^{\checkmark}$

1) (7 punti) Siano dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}: x^2 - 9x \geq 10\}$ e $\mathbb{B} = \{x \in \mathbb{R}: 6^{x^2} < 36\}$. Dopo aver determinato gli insiemi differenza $\mathbb{A}/\mathbb{B}$ e $\mathbb{B}/\mathbb{A}$ indica la frontiera di entrambi: $\delta(\mathbb{A}/\mathbb{B})$ e $\delta(\mathbb{B}/\mathbb{A})$.
2) (7 punti) Siano date le funzioni $f(x) = 1 - 3x$, $g(x) = \sqrt{6x+2}$ e $h(x) = x^3$. Indica le espressioni delle funzioni composte $g(f(h(x)))$ e $h(f(g(x)))$.
3) (7 punti) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim_{x \to 7} f(x)$; dove $f(x)$ è la funzione dell'esercizio 2.
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim_{x \to 0} \dfrac{1 - \cos x}{sen^2(sen(x))}$; $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x^3+3}{x^3}\right)^{x^3-2}$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = \dfrac{4\sqrt{x-1}}{x+3}$ sapendo che essa presenta un unico punto di flesso. (non è richiesto ne il calcolo ne lo studio della derivata seconda).
6) (7 punti) Calcola $\int (x+2)e^{4x}\,dx$.
7) (7 punti) Siano date le matrici $\mathbb{M} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 0 \end{bmatrix}$ e $\mathbb{N} = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 4 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$; indica la matrice prodotto $\mathbb{M} \cdot \mathbb{N}$ ed un vettore $\mathbb{X} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ tale che $\mathbb{M} \cdot \mathbb{N} \cdot \mathbb{X} = \begin{pmatrix} 12 \\ 30 \end{pmatrix}$.
8) (7 punti) Studia la natura dei punti critici della funzione $f(x,y) = -2x^2y^2 + 5(x-6)^2$.

$\checkmark$ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Dipartimento di Economia Politica e Statistica

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 11-12)

23 marzo 2013

Compito Unico✓

1) (7 punti) Siano p, q e r tre proposizioni semplici. Sapendo che la proposizione $p \Rightarrow q$ è sicuramente vera, possiamo concludere che la proposizione $(p\ e\ r) \Rightarrow (q\ o\ r)$ è sicuramente vera? (Giustificare la risposta).

2) (7 punti) Sia $\mathbb{Z}$ l'insieme dei numeri interi, con $\mathcal{R}$ indichiamo una relazione definita sull'insieme $\mathbb{Z}$ nel seguente modo: $m\mathcal{R}\,n \Leftrightarrow 1 + m^2 = 1 - n^2$. Studia le proprietà soddisfatte da $\mathcal{R}$.

3) (7 punti) Sia data la funzione $f(x) = \begin{cases} \log(1-x) & \text{se } x \leq -1 \\ mx + q & \text{se } -1 < x < 1 \\ \log(1+x) & \text{se } 1 \leq x \end{cases}$. Indica se esistono valori di m e q che rendono la funzione continua su l'insieme dei numeri reali $\mathbb{R}$.

4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\underset{x \to 0}{lim} \dfrac{1 - \cos(senx)}{x^2}$; $\underset{x \to \infty}{lim} \left(\dfrac{x^2+2}{x^2}\right)^x$.

5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = x^2 - \sqrt{x}$.

6) (7 punti) Calcola $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{senx}{1+\cos^2 x}\, dx$.

7) (7 punti) Determina il polinomio di MacLaurin di terzo grado della funzione $f(x) = e^{x-x^2}$.

8) (7 punti) Calcola le derivate parziali della funzione $f(x,y,z,w) = xyw - z^w + \dfrac{y}{x}$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Dipartimento di Economia Politica e Statistica

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 12-13)

10 giugno 2013

Compito $\mathbb{A}$✓

1) (7 punti) Si dia un esempio di una coppia di insiemi di numeri reali $\mathbb{A}$ e $\mathbb{B}$ non vuoti e disgiunti tali che $\delta(\mathbb{A} \cup \mathbb{B}) = \delta(\mathbb{A} \cap \mathbb{B})$. Con il simbolo δ si indica la frontiera di un insieme.

2) (7 punti) Sia data la funzione $f(x) = 2x - 1$, sapendo che la funzione composta $g(f(x) + g(x))$ è costante e pari a 0: $g(f(x) + g(x)) = 0, \ \forall x$, determina una possibile espressione della funzione $g(x)$ e quindi determina la funzione composta $f(g(x))$.

3) (7 punti) Sia $\mathcal{R}$ una relazione definita sull'insieme dei numeri reali $\mathbb{R}$ nel seguente modo: $x \, \mathcal{R} \, y \Leftrightarrow |x| \cdot |y| \leq x \cdot y$. Studia le proprietà soddisfatte da $\mathcal{R}$.

4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\displaystyle \lim_{x \to 0} \frac{sen^2 x - sen x}{x}$; $\displaystyle \lim_{x \to 5} \frac{\sqrt{6 - x} - 1}{x - 5}$.

5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = e^{2x} - e^{x} - 2$.

6) (7 punti) Calcola $\displaystyle \int_0^1 x(e^{x^2} - 1) \, dx$.

7) (7 punti) Siano date le matrici $\mathbb{M} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 0 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}$ e $\mathbb{N} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$; fra le tre operazioni matriciali che seguono due sono corrette ed una no; dopo aver indicato quale non è corretta e perché, calcola le altre due: $a)$ $\mathbb{M} \cdot \mathbb{N}$, $b)$ $\mathbb{N}^T \cdot \mathbb{M}^T$ $c)$ $(\mathbb{M} + \mathbb{N})^T$. (con la T in apice si indica la matrice trasposta)

8) (7 punti) Calcola le derivate parziali della funzione $f(x, y, z) = \sqrt{x^3 y - \log(y^2 z^3)}$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Dipartimento di Economia Politica e Statistica

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 12-13)

10 giugno 2013

Compito $\mathbb{B}$[✓]

1) (7 punti) Si dia un esempio di una coppia di insiemi di numeri reali $\mathbb{A}$ e $\mathbb{B}$ non vuoti e disgiunti tali che $\mathcal{D}(\mathbb{A} \cup \mathbb{B}) = \mathcal{D}(\mathbb{A} \cap \mathbb{B})$. Con il simbolo $\mathcal{D}$ si indica il derivato di un insieme.

2) (7 punti) Sia data la funzione $f(x) = 2 - x$, sapendo che la funzione composta $g(g(x) - f(x))$ è costante e pari a 1: $g(g(x) - f(x)) = 1,\ \forall x$, determina una possibile espressione della funzione $g(x)$ e quindi determina la funzione composta $f(g(x))$.

3) (7 punti) Sia $\mathcal{R}$ una relazione definita sull'insieme dei numeri reali $\mathbb{R}$ nel seguente modo: $x\,\mathcal{R}\,y \Leftrightarrow |x| \cdot |y| > x \cdot y$. Studia le proprietà soddisfatte da $\mathcal{R}$.

4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{sen(x - senx)}{x}$; $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{\sqrt{2+x} - 1}{x+1}$.

5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = e^{2x} + e^{x} - 2$.

6) (7 punti) Calcola $\displaystyle\int_0^1 x(e^{x^2} + 2)\, dx$.

7) (7 punti) Siano date le matrici $\mathbb{M} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 0 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}$ e $\mathbb{N} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$; fra le tre operazioni matriciali che seguono due sono corrette ed una no; dopo aver indicato quale non è corretta e perché, calcola le altre due: $a)$ $\mathbb{M} \cdot \mathbb{N}$, $b)$ $\mathbb{N}^T \cdot \mathbb{M}$ $c)$ $(\mathbb{M} + \mathbb{N})^T$. (con la T in apice si indica la matrice trasposta)

8) (7 punti) Calcola le derivate parziali della funzione $f(x, y, z) = \log\left(x^3 y - \sqrt{y^2 z^3}\right)$.

[✓] Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Dipartimento di Economia Politica e Statistica

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2012-2013)

5 luglio 2013

Compito $\mathbb{A}$✓

1) (6 punti) Siano dati tre proposizioni semplici p, q e r. Indica, giustificando la risposta, se la seguente proposizione composta è una tautologia oppure no: $\big((p \Rightarrow r)$ $o\,(q \;\Rightarrow r)\big) \;\Rightarrow\; \big((\,p\,o\,q) \Rightarrow r\big)$.

2) (6 punti) Si disegni sul piano cartesiano il grafico di una funzione $f(x)$ che soddisfi le seguenti tre condizioni:
i) f presenta asintoto verticale di equazione $x = 0$;
ii) f presenta asintoto obliquo di equazione $y = 1 - x$;
iii) $\forall \epsilon > 0, \exists \delta_\epsilon$: $|x-1| < \delta_\epsilon \Rightarrow |f(x) - 2| < \epsilon$.

3) (7 punti) Sia $\mathcal{R}$ una relazione definita sull'insieme dei numeri naturali $\mathbb{N}$ nel seguente modo: $x\,\mathcal{R}\,y \Leftrightarrow x$ ed y ammettono nella loro espressione decimale almeno una cifra in comune (Es. $123\,\mathcal{R}\,3557$ perché hanno la cifra 3 in comune, $123\,\not{\mathcal{R}}\,7557$ perchè non hanno cifre in comune). Studia le proprietà soddisfatte da $\mathcal{R}$.

4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\displaystyle \lim_{x \to 0} \frac{senx - sen(senx)}{x}$;
$\displaystyle \lim_{x \to -\infty} x^3 \cdot 2^x - x^2 \cdot 3^x$.

5) (12 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = xe^{2x-1}$.

6) (7 punti) Calcola i valori che può assumere il parametro α se $\displaystyle \int_{\frac{1}{2}}^{1} (\alpha x - \frac{1}{\alpha})\, dx = 0$.

7) (7 punti) Siano dati i vettori $V = (0,0,1)$ e $W = (1,\,-1,0)$; determina un vettore X di modulo pari a $\sqrt{2}$ e che sia ortogonale sia a V che a W. Calcola inoltre l'ampiezza dell'angolo che il vettore X prima determinato forma con il vettore $Z = (1,0,0)$.

8) (7 punti) Calcola le derivate parziali della funzione $f(x,y,z,w) = 5^{z^2 \cdot w^3 - x \cdot cos(xy)^2}$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Dipartimento di Economia Politica e Statistica

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2012-2013)

5 luglio 2013

Compito $\mathbb{B}$✓

1) (6 punti) Siano dati tre proposizioni semplici p, q e r. Indica, giustificando la risposta, se la seguente proposizione composta è una tautologia oppure no:
$\big((\,p\,e\,q) \Rightarrow r\big) \;\Rightarrow\; \big((p \Rightarrow r)\,e\,(q \;\Rightarrow r)\big)$.

2) (6 punti) Si disegni sul piano cartesiano il grafico di una funzione $f(x)$ che soddisfi le seguenti tre condizioni:
i) f presenta una discontinuità di prima specie in $x = 0$;
ii) f presenta asintoto obliquo di equazione $y = 1 + x$;
iii) $\forall\epsilon, \exists\delta_\epsilon$: $0 < |x-1| < \delta_\epsilon \Rightarrow f(x) > \epsilon$.

3) (7 punti) Sia $\mathcal{R}$ una relazione definita sull'insieme dei numeri naturali $\mathbb{N}$ nel seguente modo: $x\,\mathcal{R}\,y \Leftrightarrow x$ ed y presentano nella loro espressione decimale le stesse cifre eventualmente ripetute ed eventualmente in ordine diverso (Es. $123\,\mathcal{R}\,3221$ perché sono costruiti con le stesse cifre 1, 2, 3; $123\,\not\mathcal{R}\,1215$ e $123\,\not\mathcal{R}\,12$ perchè la cifra 3 è presente solo nel primo numero). Studia le proprietà soddisfatte da $\mathcal{R}$.

4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{1-cos(senx)}{x^2}$;
$\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x^3\cdot 2^x + x^2\cdot 3^{-x}}$.

5) (12 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = 2xe^{x+1}$.

6) (7 punti) Calcola i valori che può assumere il parametro α se $\displaystyle\int_1^2 (\alpha x - \frac{1}{\alpha})\,dx = 0$.

7) (7 punti) Siano dati i vettori $V = (1, 0, 0)$ e $W = (1, -1, 0)$; determina un vettore X di modulo pari a 2 e che sia ortogonale sia a V che a W. Calcola inoltre l'ampiezza dell'angolo che il vettore X prima determinato forma con il vettore $Z = (0, 1, 1)$.

8) (7 punti) Calcola le derivate parziali della funzione
$f(x, y, z, w) = z^4 \cdot w^3 - y \cdot 3^{sen(xw)^2}$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Dipartimento di Economia Politica e Statistica

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2012-2013)

5 luglio 2013

Compito $\mathbb{C}$ ✓

1) (6 punti) Siano dati tre proposizioni semplici p, q e r. Indica, giustificando la risposta, se la seguente proposizione composta è una tautologia oppure no:
$\big((\, p\, o\, q) \Rightarrow r\big) \ \Rightarrow \big((p \Rightarrow r)\, o\, (q \ \Rightarrow r)\big)$.

2) (6 punti) Si disegni sul piano cartesiano il grafico di una funzione $f(x)$ che soddisfi le seguenti tre condizioni:
i) f presenta asintoto orizzontale di equazione $y = 0$;
ii) f presenta una discontinuità di terza specie in $x = 0$;
iii) $\forall \epsilon > 0, \exists \delta_\epsilon$: $|x - 2| < \delta_\epsilon \Rightarrow |f(x) - 1| < \epsilon$.

3) (7 punti) Sia $\mathcal{R}$ una relazione definita sull'insieme dei numeri naturali $\mathbb{N}$ nel seguente modo: $x\,\mathcal{R}\,y \Leftrightarrow x$ ed y non ammettono nella loro espressione decimale alcuna cifra in comune (Es. $123\,\mathcal{R}\,4557$ perché non presentano nessuna cifra in comune, $123\,\not{\mathcal{R}}$ 7552 perchè presentano nella loro espressione la cifra 2 in comune). Studia le proprietà soddisfatte da $\mathcal{R}$.

4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\displaystyle \lim_{x \to 0} \frac{tgx - tg(senx)}{x}$;
$\displaystyle \lim_{x \to -\infty} x^3 \cdot 2^{-x} - x^2 \cdot 3^x$.

5) (12 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = xe^{2-x}$.

6) (7 punti) Calcola i valori che può assumere il parametro α se $\displaystyle \int_{\frac{1}{2}}^{2} (\alpha x - \frac{1}{\alpha})\, dx = 0$.

7) (7 punti) Siano dati i vettori $V = (0, 1, 0)$ e $W = (1, 0, \, -1)$; determina un vettore X di modulo pari a $\sqrt{8}$ e che sia ortogonale sia a V che a W. Calcola inoltre l'ampiezza dell'angolo che il vettore X prima determinato forma con il vettore $Z = (1, 0, 1)$.

8) (7 punti) Calcola le derivate parziali della funzione
$f(x, y, z, w) = 5^{z^2 \cdot w^3} - 3^{x \cdot cos(xy)}$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Dipartimento di Economia Politica e Statistica

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2012-2013)

6 settembre 2013

Compito $\mathbb{A}$✓

1) (6 punti) Per ognuna delle quattro proposizioni semplici che seguono indica, giustificando la risposta, se risulta vera o falsa ed in base alle risposte date determina la verità o falsità della proposizione composta $\big((p\ o\ r) \Rightarrow (q\ e\ r)\big) \Leftrightarrow \big(p\,e\,q\ e\ s\big)$:

p: $\exists x \in \mathbb{N}$: x è pari; q: $\forall x \in \mathbb{N}$, x è dispari;

r: $\exists x \in \mathbb{N}$: $2x$ è pari; s: $\forall x \in \mathbb{N}$, $2x$ è dispari.

2) (6 punti) Siano date le funzioni $f(x) = \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$ e $g(x) = \sqrt{x+1}$. Dopo aver determinato i campi di esistenza di f e g, indica le espressioni delle funzioni composte $f(g(x))$ e $g(f(x))$.

3) (7 punti) Sia data la funzione $f(x) = \begin{cases} ax & \text{se } x \le 1 \\ 3^x - 3 & \text{se } 1 < x < 3 \\ bx & \text{se } 3 \le x \end{cases}$. Indica se esistono valori di a e b che rendono la funzione continua su l'insieme dei numeri reali $\mathbb{R}$.

4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1 - cos(-sen\, x)}{x^2}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{x^2+1}{x^2}\right)^x$.

5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = e^{2x} + x$. (N.B. non sono richiesti lo studio del segno e le eventuali intersezioni con l'asse delle ascisse)

6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}\, dx$. (Suggerimento: può essere utile integrare per sostituzione)

7) (7 punti) Considerate le matrici $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$ e il vettore $C = \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \end{pmatrix}$, determina un vettore X tale che $A \cdot B^T \cdot X = C$.

8) (8 punti) Studia la natura dei punti critici della funzione $f(x,y) = 6x - 4y^3 - 6xy^2$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Dipartimento di Economia Politica e Statistica

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2012-2013)

6 settembre 2013

Compito $\mathbb{B}$✓

1) (6 punti) Per ognuna delle quattro proposizioni semplici che seguono indica, giustificando la risposta, se risulta vera o falsa ed in base alle risposte date determina la verità o falsità della proposizione composta $\big((p\ e\ r) \Leftrightarrow (q\ o\ r)\big) \Rightarrow \big(p\ o\ q\ o\ s\big)$:

p: $\exists x \in \mathbb{N}$: x è dispari; q: $\forall x \in \mathbb{N}$, x è pari;

r: $\exists x \in \mathbb{N}$: $4x$ è dispari; s: $\forall x \in \mathbb{N}$, $4x$ è pari.

2) (6 punti) Siano date le funzioni $f(x) = \dfrac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}}$ e $g(x) = \sqrt{1-x}$. Dopo aver determinato i campi di esistenza di f e g, indica le espressioni delle funzioni composte $f(g(x))$ e $g(f(x))$.

3) (7 punti) Sia data la funzione $f(x) = \begin{cases} ax & \text{se } x \le 1 \\ 2^x + 2 & \text{se } 1 < x < 2 \\ bx & \text{se } 2 \le x \end{cases}$. Indica se esistono valori di a e b che rendono la funzione continua su l'insieme dei numeri reali $\mathbb{R}$.

4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{sen(\cos x - 1)}{x^2}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{x+1}{x}\right)^{x^2}$.

5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = e^x + 2x$. (N.B. non sono richiesti lo studio del segno e le eventuali intersezioni con l'asse delle ascisse)

6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}\,dx$. (Suggerimento: può essere utile integrare per sostituzione)

7) (7 punti) Considerate le matrici $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ e il vettore $C = \begin{pmatrix} 22 \\ -4 \end{pmatrix}$, determina un vettore X tale che $A^T \cdot B \cdot X = C$.

8) (8 punti) Studia la natura dei punti critici della funzione $f(x,y) = 2y^3 + 2xy^2 - 8x$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Dipartimento di Economia Politica e Statistica

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2012-2013)

23 settembre 2013

Compito $\mathbb{A}$✓

1) (6 punti) Siano dati due insiemi A e B. Sapendo che $(A/B) \subset B$, possiamo concludere con certezza che $A \subset B$? (Giustificare la risposta) (Con il simbolo $/$ si indica l'operazione di differenza fra insiemi)

2) (6 punti) Sia data la funzionie $f(x) = \dfrac{2x-1}{3x+1}$. Indica se esistono valori di a tali per cui $f\left(\dfrac{1}{a}\right) = 2$.

3) (7 punti) Sia $\mathcal{R}$ una relazione definita sull'insieme dei vocaboli di un dizionario della lingua italiana nel seguente modo: $v_1 \, \mathcal{R} \, v_2 \Leftrightarrow$ i vocaboli v_1 e v_2 presentano la stessa lettera iniziale e la stessa lettera finale (Es. arcangelo $\mathcal{R}$ armadio mentre mamma $\not\mathcal{R}$ mano). Studia le proprietà soddisfatte da $\mathcal{R}$ ed indica se essa è una relazione di equivalenza.

4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\displaystyle \lim_{x \to 0} \frac{3^{x^2+2x^3}-1}{x^2}$; $\displaystyle \lim_{x \to +\infty} \frac{4^x - 1}{2^x + 1}$.

5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = \sqrt{1 + \dfrac{2}{x^2}}$. (Il calcolo e lo studio della derivata seconda sono facoltativi)

6) (8 punti) Calcola $\displaystyle \int e^{e^x + x} \, dx$.

7) (7 punti) Siano dati i vettori $V = (1, 3)$ e $W = (-1, 5)$; determina i vettori $U = (u_1, u_2)$ che soddisfano le condizioni $U \cdot V = U \cdot W$ e $\|U\| = \|V + W\|$.

8) (8 punti) Studia la natura dei punti critici della funzione $f(x, y) = x^2 - 2x - xy + y^2$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Dipartimento di Economia Politica e Statistica

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2012-2013)

23 settembre 2013

Compito $\mathbb{B}$ ✓

1) (6 punti) Siano dati due insiemi A e B. Sapendo che $(A/B) \subset \mathcal{C}(A)$, possiamo concludere con certezza che $A = \emptyset$? (Giustificare la risposta) (Con i simboli $\mathcal{C}$ e $/$ si indicano rispettivamente il complementare di un insieme e l'operazione di differenza fra insiemi)

2) (6 punti) Sia data la funzionie $f(x) = \dfrac{5x+1}{x-1}$. Indica se esistono valori di a tali per cui $f\left(\dfrac{2}{a}\right) = 1$.

3) (7 punti) Sia $\mathcal{R}$ una relazione definita sull'insieme dei vocaboli di un dizionario della lingua italiana nel seguente modo: $v_1 \, \mathcal{R} \, v_2 \Leftrightarrow$ i vocaboli v_1 e v_2 presentano la stessa lettera iniziale o la stessa lettera finale (Es. arcangelo $\mathcal{R}$ antenna, matematica $\mathcal{R}$ scienza mentre mamma $\not\mathcal{R}$ nano). Studia le proprietà soddisfatte da $\mathcal{R}$ ed indica se essa è una relazione di equivalenza.

4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{4^{x^3+2x^2}-1}{x^2}$; $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \frac{4^x - 2}{16^x - 4}$.

5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = \sqrt{4 + \dfrac{1}{x^2}}$. (Il calcolo e lo studio della derivata seconda sono facoltativi)

6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int e^{e^{-x}-x}\, dx$.

7) (7 punti) Siano dati i vettori $V = (1, 3)$ e $W = (7, -3)$; determina i vettori $U = (u_1, u_2)$ che soddisfano le condizioni $U \cdot V = U \cdot W$ e $\|U\| = \|V + W\|$.

8) (8 punti) Studia la natura dei punti critici della funzione $f(x, y) = x^2 - 2x + xy - y^2$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Dipartimento di Economia Politica e Statistica

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2012-2013)

10 ottobre 2013

Compito unico✓

1) (6 punti) Siano dati tre proposizioni semplici p, q e r. Costruisci la tavola di verità della seguente proposizione composta: $\big(p\ o\ q\big) \ \Rightarrow\ \big(\neg p\ \Rightarrow (p\ e\ r)\big)$.
2) (6 punti) Si disegni sul piano cartesiano il grafico di una funzione $f(x)$ che soddisfi le seguenti tre condizioni:
   i) f ha come dominio i numeri reali negativi;
   ii) f presenta asintoto verticale di equazione $x = 0$;
   iii) $\forall \epsilon > 0, \exists \delta_\epsilon : x < \delta_\epsilon \Rightarrow |f(x)| < \epsilon$.
3) (7 punti) Sia $\mathcal{R}$ una relazione definita sull'insieme dei numeri naturali $\mathbb{N}$ nel seguente modo: $x\,\mathcal{R}\,y \Leftrightarrow$ la somma delle cifre di x è uguale alla somma delle cifre di y (Es. $123\,\mathcal{R}\,33$ perché la somma delle cifre di entrambi è 6, $123\,\not{\mathcal{R}}\,75$ perchè la somma delle cifre del primo numero è 6 mentre quella del secondo è 12). Studia le proprietà soddisfatte da $\mathcal{R}$ ed indica se essa è una relazione di equivalenza.
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\displaystyle \lim_{x\to 0} \frac{sen(e^{2x}-1)}{sen x}$; $\displaystyle \lim_{x\to +\infty} \frac{\sqrt{1+x^2}}{x}$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = e^{\sqrt{x}}$.
6) (8 punti) Calcola $\displaystyle \int \frac{2+x}{1+x^2}\, dx$.
7) (7 punti) Siano date le matrici $A = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 0 \\ 0 & 4 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 & 1 \\ 0 & 2 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ e

   $C = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 1 & 7 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$; determina la matrice $\big(B \cdot A + C\big)^T$.
8) (8 punti) Calcola le derivate parziali della funzione $f(x,y,z) = x^{yz^2} - (xyz)^3$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.