Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 13-14)

15 novembre 2013

Compito $\mathbb{A}$✓

1) (5 punti) Siano p, q e r tre proposizioni semplici. Sapendo che la proposizione $p \Leftrightarrow r$ è sicuramente vera, possiamo concludere che la proposizione $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg r \Rightarrow \neg q)$ è sicuramente vera? (Giustificare la risposta)
2) (6 punti) Un numero è detto palindromo se letto da destra a sinistra o da sinistra a destra è equivalente (ad esempio 1221 è palindromo, 1231 non è palindromo). Quanti numeri palindromi di 9 cifre esistono? Quanti di questi numeri hanno cifre che nella composizione del numero si ripetono al massimo due volte?
3) (7 punti) Si considerino gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}\colon 2 \leq |x| < 4\}$ e $B =]-1; 6[$. Indica la frontiera della loro intersezione: $\delta(A \cap B)$, e l'interno della differenza fra B ed il complementare di A: $\overset{\circ}{\left(B/\mathcal{C}(A)\right)}$.
4) (6 punti) Siano date le funzioni $f(x) = 3^x$ e $g(x) = x + 2$. Indica le soluzioni della disequazione: $f\left(2 \cdot g(x)\right) - f\left(g(x) - 1\right) \leq 0$.
5) (7 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim_{x \to 0} (1 + 2\,senx)^{\frac{3}{x}}$;

   $\lim_{x \to -\infty} \left(\frac{x + 2x^2 - 2x^3}{x - x^2 - x^3}\right)^{x^2 - x}$.
6) (5 punti) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim_{x \to 0} \frac{1}{x^4}$.

✓ Il compito è diviso in 6 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 36; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 20 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico.

Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 13-14)

15 novembre 2013

Compito $\mathbb{B}$✓

1) (5 punti) Siano p, q e r tre proposizioni semplici. Sapendo che la proposizione $p \Leftrightarrow q$ è sicuramente falsa, possiamo concludere che la proposizione $(\neg p \Rightarrow \neg r) \Leftrightarrow (q \Rightarrow r)$ è sicuramente falsa? (Giustificare la risposta)
2) (6 punti) Un numero è detto palindromo se letto da destra a sinistra o da sinistra a destra è equivalente (ad esempio 1221 è palindromo, 1231 non è palindromo). Quanti numeri palindromi di 7 cifre esistono? Quanti di questi numeri hanno cifre che nella composizione del numero si ripetono al massimo due volte?
3) (7 punti) Si considerino gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}: \ -2 \leq |x| < 4\}$ e $B =]-5; \ -2[$. Indica la frontiera della loro unione: $\delta(A \cup B)$, e l'interno della differenza fra il complementare di B e A: $\overset{\circ}{\left(\mathcal{C}(B)/A\right)}$.
4) (6 punti) Siano date le funzioni $f(x) = 5^x$ e $g(x) = x - 1$. Indica le soluzioni della disequazione: $f\left(2 \cdot g(x)\right) - f\left(g(x) + 2\right) \geq 0$.
5) (7 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim_{x \to 0} (1 + 3x)^{\frac{1}{senx}}$; $\lim_{x \to -\infty} \left(\frac{x + 2x^2 + 2x^3}{5x - x^2 + 3x^3} \right)^{x - x^2}$.
6) (5 punti) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim_{x \to 0} -\frac{3}{x^4}$.

✓ Il compito è diviso in 6 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 36; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 20 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico.

Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 13-14)

15 novembre 2013

Compito $\mathbb{C}$✓

1) (5 punti) Siano p, q e r tre proposizioni semplici. Sapendo che la proposizione $\neg p \Leftrightarrow q$ è sicuramente vera, possiamo concludere che la proposizione $(p \Leftrightarrow r) \Rightarrow (\neg q \Leftrightarrow r)$ è sicuramente falsa? (Giustificare la risposta)
2) (6 punti) Un numero è detto palindromo se letto da destra a sinistra o da sinistra a destra è equivalente (ad esempio 1221 è palindromo, 1231 non è palindromo). Quanti numeri palindromi di 6 cifre esistono? Quanti di questi numeri hanno cifre che nella composizione del numero si ripetono al massimo due volte?
3) (7 punti) Si considerino gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}\colon\ 0 < |x| \leq 3\}$ e $B = [1;3]$. Indica l'interno della loro intersezione: $(A \overset{\circ}{\cap} B)$, e il derivato della differenza fra il complementare di B e A: $\mathcal{D}\big(\mathcal{C}(B)/A\big)$.
4) (6 punti) Siano date le funzioni $f(x) = 2^x$ e $g(x) = x + 1$. Indica le soluzioni della disequazione: $f\big(2 \cdot g(x)\big) - f\big(g(x) - 2\big) > 0$.
5) (7 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim_{x \to 0} (1 + arcsen\, x)^{\frac{2}{x}}$; $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{3x^4 + x^3 + 1}{5x^3 - x^2 + 3}\right)^{x - x^3}$.
6) (5 punti) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim_{x \to 0} -\frac{4}{x^2}$.

✓ Il compito è diviso in 6 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 36; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 20 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico.

Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 13-14)

15 novembre 2013

Compito $\mathbb{D}$✓

1) (5 punti) Siano p, q e r tre proposizioni semplici. Sapendo che la proposizione $p \Leftrightarrow \neg q$ è sicuramente falsa, possiamo concludere che la proposizione $(p \Leftrightarrow \neg r) \Rightarrow (\neg q \Leftrightarrow \neg r)$ è sicuramente falsa? (Giustificare la risposta)
2) (6 punti) Un numero è detto palindromo se letto da destra a sinistra o da sinistra a destra è equivalente (ad esempio 1221 è palindromo, 1231 non è palindromo). Quanti numeri palindromi di 8 cifre esistono? Quanti di questi numeri hanno cifre che nella composizione del numero si ripetono al massimo due volte?
3) (7 punti) Si considerino gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}\colon\ 4 \leq |x| \leq 6\}$ e $B = [-3; 3]$. Indica l'interno della loro unione: $(A \overset{\circ}{\cup} B)$, e il derivato della differenza fra il complementare di A e B: $\mathcal{D}\big(\mathcal{C}(A)/B\big)$.
4) (6 punti) Siano date le funzioni $f(x) = 3^x$ e $g(x) = x + 3$. Indica le soluzioni della disequazione: $f\big(2 \cdot g(x)\big) - f\big(g(x) - 1\big) > 0$.
5) (7 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim_{x \to 0} (1 + arctg\, x)^{-\frac{1}{x}}$;
$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{3x^4 + x^3 + 1}{5x^4 - 6x^2 + 2}\right)^{x^4 - x}.$$
6) (5 punti) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim_{x \to 0} \frac{2}{x^2}$.

✓ Il compito è diviso in 6 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 36; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 20 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico.

Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 13-14)

15 novembre 2013

Compito $\mathbb{E}$✓

1) (5 punti) Siano p, q e r tre proposizioni semplici. Sapendo che la proposizione $\neg r \Leftrightarrow \neg q$ è sicuramente vera, possiamo concludere che la proposizione $(p \Leftrightarrow r) \Rightarrow (\neg q \Leftrightarrow \neg p)$ è sicuramente vera? (Giustificare la risposta)
2) (6 punti) Un numero è detto palindromo se letto da destra a sinistra o da sinistra a destra è equivalente (ad esempio 1221 è palindromo, 1231 non è palindromo). Quanti numeri palindromi di 5 cifre esistono? Quanti di questi numeri hanno cifre che nella composizione del numero si ripetono al massimo due volte?
3) (7 punti) Si considerino gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}\colon\ 0 \leq |x| < 1\}$ e $B = [-1; 4[$. Indica il derivato della loro intersezione: $\mathcal{D}(A \cap B)$, e l'interno del complementare della differenza fra A e B: $\left(\overset{\circ}{\mathcal{C}(A/B)}\right)$.
4) (6 punti) Siano date le funzioni $f(x) = 6^x$ e $g(x) = x + 1$. Indica le soluzioni della disequazione: $f\big(2 \cdot g(x)\big) - f\big(g(x) - 3\big) > 0$.
5) (7 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} (1 + 4\, tg\, x)^{\frac{1}{2x}}$; $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(\dfrac{3x^2 + x^3 + 1}{5x^3 + x^2 - 2}\right)^{3x - x^2}$.
6) (5 punti) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim\limits_{x \to 0} -\dfrac{1}{5x^4}$.

✓ Il compito è diviso in 6 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 36; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 20 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico.

Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 13-14)

15 novembre 2013

Compito $\mathbb{F}^{\checkmark}$

1) (5 punti) Siano p, q e r tre proposizioni semplici. Sapendo che la proposizione $r \Leftrightarrow p$ è sicuramente vera, possiamo concludere che la proposizione $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg r)$ è sicuramente falsa? (Giustificare la risposta)
2) (6 punti) Un numero è detto palindromo se letto da destra a sinistra o da sinistra a destra è equivalente (ad esempio 1221 è palindromo, 1231 non è palindromo). Quanti numeri palindromi di 10 cifre esistono? Quanti di questi numeri hanno cifre che nella composizione del numero si ripetono al massimo due volte?
3) (7 punti) Si considerino gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}\colon 2 < |x| < 6\}$ e $B = [-3; 8[$. Indica il derivato della loro unione: $\mathcal{D}(A \cup B)$, e l'interno della differenza fra il complementare di A e il complementare di B: $\overset{\circ}{\big(\mathcal{C}(A)/\mathcal{C}(B)\big)}$.
4) (6 punti) Siano date le funzioni $f(x) = 5^x$ e $g(x) = x + 3$. Indica le soluzioni della disequazione: $f\big(2 \cdot g(x)\big) - f\big(g(x) - 2\big) > 0$.
5) (7 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim_{x \to 0} (1 + 4x)^{\frac{2}{arctg\, x}}$; $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{3x^2 + x^3 + 1}{5x^3 + x^5}\right)^{2x - x^4}$.
6) (5 punti) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim_{x \to 0} \frac{1}{3x^4}$.

$^{\checkmark}$ Il compito è diviso in 6 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 36; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 20 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico.

Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 13-14)

15 novembre 2013

Compito $\mathbb{G}$[✓]

1) (5 punti) Siano p, q e r tre proposizioni semplici. Sapendo che le proposizioni $p \Rightarrow \neg q$ e $q \Rightarrow \neg r$ sono sicuramente vere, possiamo concludere che la proposizione $p \Rightarrow (\neg r \; e \; \neg q)$ è sicuramente vera? (Giustificare la risposta)
2) (6 punti) Un numero è detto ripetitivo di ordine 3 se le prime tre cifre del numero si ripetono nello stesso ordine (ad esempio 111111 e 243243 sono ripetitivi di ordine 3, 243243245 non lo è). Quanti numeri di 9 cifre e ripetitivi di ordine 3 esistono? Quanti di questi numeri hanno cifre che nella composizione del numero si ripetono al massimo tre volte?
3) (7 punti) Si considerino gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}\colon 2|x| - 3 < 0\}$ e $B =]-1; 6[$. Indica la frontiera della loro intersezione: $\delta(A \cap B)$, e l'interno della differenza fra B ed il complementare di A: $\overset{\circ}{\big(B/\mathcal{C}(A)\big)}$.
4) (7 punti) Siano date le funzioni $f(x) = \begin{cases} -2 & \text{se } x < 0 \\ 2 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$ e $g(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \leq 0 \\ a & \text{se } x > 0 \end{cases}$. Se la funzione composta $g(f(x))$ è continua su tutta la retta reale, quale è il valore del parametro a?
5) (7 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x \cdot arcsen\, x + 2x^2 + senx^3}{x^2 - x^3}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(1 + \dfrac{3}{x^2 + x^3}\right)^{x^3}$.
6) (4 punti) Se la funzione $f(g(x)) = \sqrt{senx}$ e la funzione $g(f(x)) = sen\sqrt{x}$. Quali sono le espressioni delle funzioni $f(x)$ e $g(x)$?

✓ Il compito è diviso in 6 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 36; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 20 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico.

Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 13-14)

15 novembre 2013

Compito $\mathbb{H}$✓

1) (5 punti) Siano p, q e r tre proposizioni semplici. Sapendo che le proposizioni $\neg p \Rightarrow q$ e $\neg q \Rightarrow r$ sono sicuramente vere, possiamo concludere che la proposizione $p \Rightarrow \neg(r\ e\ q)$ è sicuramente falsa? (Giustificare la risposta)
2) (6 punti) Un numero è detto ripetitivo di ordine 3 se le prime tre cifre del numero si ripetono nello stesso ordine (ad esempio 111111 e 243243 sono ripetitivi di ordine 3, 243243245 non lo è). Quanti numeri di 6 cifre e ripetitivi di ordine 3 esistono? Quanti di questi numeri hanno cifre che nella composizione del numero si ripetono al massimo due volte?
3) (7 punti) Si considerino gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}\colon 4|x| - 5 < 0\}$ e $B = \,]-5;\,-1[$. Indica la frontiera della loro unione: $\delta(A \cup B)$, e l'interno della differenza fra il complementare di B e A: $\big(\overset{\circ}{\mathcal{C}(B)/A}\big)$.
4) (7 punti) Siano date le funzioni $f(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } x < 0 \\ 1 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$ e $g(x) = \begin{cases} 3 & \text{se } x \leq 0 \\ a & \text{se } x > 0 \end{cases}$.
   Se la funzione composta $g(f(x))$ è continua su tutta la retta reale, quale è il valore del parametro a?
5) (7 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x \cdot sen\, x + tg\, x^2 + x \cdot sen^2\, x}{x^2 + x^4}$;
   $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(1 - \dfrac{1}{x + x^3}\right)^{3x^3}$.
6) (4 punti) Se la funzione $f(g(x)) = tg\, senx$ e la funzione $g(f(x)) = sen\, tgx$. Quali sono le espressioni delle funzioni $f(x)$ e $g(x)$?

✓ Il compito è diviso in 6 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 36; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 20 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico.

Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 13-14)

15 novembre 2013

Compito $\mathbb{I}$✓

1) (5 punti) Siano p, q e r tre proposizioni semplici. Sapendo che le proposizioni $\neg p \Rightarrow \neg q$ e $q \Rightarrow r$ sono sicuramente vere, possiamo concludere che la proposizione $\neg p \Rightarrow (r\ o\ q)$ è sicuramente vera? (Giustificare la risposta)
2) (6 punti) Un numero è detto ripetitivo di ordine 2 se le prime due cifre del numero si ripetono nello stesso ordine (ad esempio 111111 e 242424 sono ripetitivi di ordine 2, 2425 non lo è). Quanti numeri di 6 cifre e ripetitivi di ordine 2 esistono? Quanti di questi numeri hanno cifre che nella composizione del numero si ripetono al massimo tre volte?
3) (7 punti) Si considerino gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}\colon 6|x| - 1 \leq 0\}$ e $B = [-1; 3]$. Indica l'interno della loro intersezione: $(\overset{\circ}{A \cap B})$, e il derivato della differenza fra il complementare di B e A: $\mathcal{D}\big(\mathcal{C}(B)/A\big)$.
4) (7 punti) Siano date le funzioni $f(x) = \begin{cases} 5 & \text{se } x < 0 \\ -1 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$ e $g(x) = \begin{cases} a & \text{se } x \leq 0 \\ 2 & \text{se } x > 0 \end{cases}$. Se la funzione composta $g(f(x))$ è continua su tutta la retta reale, quale è il valore del parametro a?
5) (7 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim_{x \to 0} \dfrac{x^2 + sen^2\, x + arcsen\, x^4}{3x^2 + x^5}$; $\lim_{x \to +\infty} \left(1 + \dfrac{1}{x + 3x^2}\right)^{x^2}$.
6) (4 punti) Se la funzione $f(g(x)) = log_3\, senx$ e la funzione $g(f(x)) = sen\, log_3 x$. Quali sono le espressioni delle funzioni $f(x)$ e $g(x)$?

✓ Il compito è diviso in 6 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 36; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 20 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico.

Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 13-14)

15 novembre 2013

Compito $\mathbb{J}$✓

1) (5 punti) Siano p, q e r tre proposizioni semplici. Sapendo che le proposizioni $p \Rightarrow \neg q$ e $q \Rightarrow \neg r$ sono sicuramente vere, possiamo concludere che la proposizione $p \Rightarrow (\neg r\ o\ \neg q)$ è sicuramente falsa? (Giustificare la risposta)
2) (6 punti) Un numero è detto ripetitivo di ordine 2 se le prime due cifre del numero si ripetono nello stesso ordine (ad esempio 111111 e 242424 sono ripetitivi di ordine 2, 2425 non lo è). Quanti numeri di 8 cifre e ripetitivi di ordine 2 esistono? Quanti di questi numeri hanno cifre che nella composizione del numero si ripetono al massimo quattro volte?
3) (7 punti) Si considerino gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}\colon 3|x| - 7 \leq 0\}$ e $B = [-3; 3]$. Indica l'interno della loro unione: $(A \overset{\circ}{\cup} B)$, e il derivato della differenza fra il complementare di A e B: $\mathcal{D}\big(\mathcal{C}(A)/B\big)$.
4) (7 punti) Siano date le funzioni $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x < 0 \\ -1 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$ e $g(x) = \begin{cases} a & \text{se } x \leq 0 \\ -2 & \text{se } x > 0 \end{cases}$. Se la funzione composta $g(f(x))$ è continua su tutta la retta reale, quale è il valore del parametro a?
5) (7 punti) Calcola i seguenti limiti: $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{\log(1+x^2) + sen^3\, x + arctg\, x^3}{x^2 + x^3}$; $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \left(1 + \frac{4}{x+x^2}\right)^{\frac{x^2}{2}}$.
6) (4 punti) Se la funzione $f(g(x)) = arcsen\, log\, x$ e la funzione $g(f(x)) = log\, arcsen\, x$. Quali sono le espressioni delle funzioni $f(x)$ e $g(x)$?

✓ Il compito è diviso in 6 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 36; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 20 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico.

Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 13-14)

15 novembre 2013

Compito $\mathbb{K}$✓

1) (5 punti) Siano p, q e r tre proposizioni semplici. Sapendo che le proposizioni $\neg r \Rightarrow q$ e $q \Rightarrow \neg p$ sono sicuramente vere, possiamo concludere che la proposizione $p \Rightarrow \neg(r\ o\ q)$ è sicuramente vera? (Giustificare la risposta)
2) (6 punti) Un numero è detto ripetitivo di ordine 4 se le prime quattro cifre del numero si ripetono nello stesso ordine (ad esempio 11111111 e 24342434 sono ripetitivi di ordine 4, 24343434 non lo è). Quanti numeri di 8 cifre e ripetitivi di ordine 4 esistono? Quanti di questi numeri hanno cifre che nella composizione del numero si ripetono al massimo due volte?
3) (7 punti) Si considerino gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}\colon 2|x| - 11 \leq 0\}$ e $B = [-1; 8[$. Indica il derivato della loro intersezione: $\mathcal{D}(A \cap B)$, e l'interno del complementare della differenza fra A e B: $\left(\mathcal{C}(\overset{\circ}{A}/B)\right)$.
4) (7 punti) Siano date le funzioni $f(x) = \begin{cases} 3 & \text{se } x < 0 \\ -3 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$ e $g(x) = \begin{cases} 2a & \text{se } x \leq 0 \\ 5 & \text{se } x > 0 \end{cases}$. Se la funzione composta $g(f(x))$ è continua su tutta la retta reale, quale è il valore del parametro a?
5) (7 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{x^3} - 1 + sen^2\,x + x^3}{4x^2 + x^3}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(1 - \dfrac{1}{x + x^2}\right)^{x^2 - x}$.
6) (4 punti) Se la funzione $f(g(x)) = cos\,log\,x$ e la funzione $g(f(x)) = log\,cos\,x$. Quali sono le espressioni delle funzioni $f(x)$ e $g(x)$?

✓ Il compito è diviso in 6 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 36; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 20 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico.

Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 13-14)

15 novembre 2013

Compito $\mathbb{L}$✓

1) (5 punti) Siano p, q e r tre proposizioni semplici. Sapendo che le proposizioni $\neg r \Rightarrow q$ e $\neg q \Rightarrow p$ sono sicuramente vere, possiamo concludere che la proposizione $(p\ o\ q) \Rightarrow \neg r$ è sicuramente falsa? (Giustificare la risposta)
2) (6 punti) Un numero è detto ripetitivo di ordine 4 se le prime quattro cifre del numero si ripetono nello stesso ordine (ad esempio 11111111 e 24342434 sono ripetitivi di ordine 4, 24343434 non lo è). Quanti numeri di 12 cifre e ripetitivi di ordine 4 esistono? Quanti di questi numeri hanno cifre che nella composizione del numero si ripetono al massimo tre volte?
3) (7 punti) Si considerino gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}\colon 3|x| - 4 \leq 0\}$ e $B =]-3;0]$. Indica il derivato della loro unione: $\mathcal{D}(A \cup B)$, e l'interno della differenza fra il complementare di A e il complementare di B: $\overset{\circ}{\overbrace{\left(\mathcal{C}(A)/\mathcal{C}(B)\right)}}$.
4) (7 punti) Siano date le funzioni $f(x) = \begin{cases} 2 & \text{se } x < 0 \\ -4 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$ e $g(x) = \begin{cases} 9 & \text{se } x \leq 0 \\ 3a & \text{se } x > 0 \end{cases}$. Se la funzione composta $g(f(x))$ è continua su tutta la retta reale, quale è il valore del parametro a?
5) (7 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x - 1 + sen^2\, x + tgx}{x + x^4}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(1 + \dfrac{1}{3x + x^2}\right)^{4x^2}$.
6) (4 punti) Se la funzione $f(g(x)) = 3^{\cos x}$ e la funzione $g(f(x)) = \cos 3^x$. Quali sono le espressioni delle funzioni $f(x)$ e $g(x)$?

✓ Il compito è diviso in 6 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 36; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 20 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 13-14)

27 gennaio 2014

Compito $\mathbb{A}$[✓]

1) (6 punti) Siano dati tre insiemi A, B e C. Se sono verificate le seguenti relazioni: $(A \cap B) \subseteq C$ e $(A \cup C) \subseteq B$, possiamo concludere che $B = C$? (Giustificare la risposta)
2) (7 punti) Le attuali targhe automobilistiche italiane sono formate attraverso un codice alfanumerico, in particolare ogni targa viene formata con quattro lettere dell'alfabeto inglese (26 lettere in totale) e tre cifre arabe (10 cifre in totale). Quante targhe distinte si possono formare? Quante se si richiede che una ed una sola cifra dispari sia presente sulla targa?
3) (7 punti) Sia data la funzione $f(x) = \begin{cases} \log(3-x) & \text{per } x < 1 \\ ax^b & \text{per } 1 \leq x \leq 2 \\ x^2 & \text{per } 2 < x \end{cases}$. Indica valori dei parametri a e b che rendono la funzione continua su tutto l'asse reale.
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim_{x \to 0} \frac{x^3 + sen^2 x}{x^2}$; $\lim_{x \to +\infty} x \log\left(1 - \frac{1}{x}\right)$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = \log(x^2 - 4x)$.
6) (8 punti) Calcola $\int \frac{1}{1+9x^2}\, dx$.
7) (6 punti) Considera i vettori $V = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ e $W = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$. Dopo aver indicato l'ampiezza dell'angolo formato dai due vettori, indica un vettore Z di modulo unitario e che formi sia con V che con W un angolo pari a $90°$.
8) (8 punti) Calcola le derivate parziali della funzione $f(x,y,z) = \cos(xyz^2) - xe^{x+y+z}$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 13-14)

27 gennaio 2014

Compito $\mathbb{B}$✓

1) (6 punti) Siano dati tre insiemi A, B e C. Se sono verificate le seguenti relazioni: $(B \cap C) \subseteq A$ e $(A \cup B) \subseteq C$, possiamo concludere che $B = C$? (Giustificare la risposta)
2) (7 punti) Le attuali targhe automobilistiche italiane sono formate attraverso un codice alfanumerico, in particolare ogni targa viene formata con quattro lettere dell'alfabeto inglese (26 lettere in totale) e tre cifre arabe (10 cifre in totale). Quante targhe distinte si possono formare? Quante se si richiede che nella targa siano presenti solo due cifre dispari e siano fra loro distinte?
3) (7 punti) Sia data la funzione $f(x) = \begin{cases} sen(\frac{\pi}{2}x) & \text{per } x < 1 \\ ax^b & \text{per } 1 \leq x \leq 4 \\ 3x+2 & \text{per } 4 < x \end{cases}$. Indica valori dei parametri a e b che rendono la funzione continua su tutto l'asse reale.
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \frac{tgx^3 + sen^3 x}{x^3}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} x \log\left(1 + \frac{3}{x}\right)$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = \log(x^2 - 3x)$.
6) (8 punti) Calcola $\int \frac{1}{1+16x^2}\, dx$.
7) (6 punti) Considera i vettori $V = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ e $W = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Dopo aver indicato l'ampiezza dell'angolo formato dai due vettori, indica un vettore Z di modulo unitario e che formi sia con V che con W un angolo pari a $90°$.
8) (8 punti) Calcola le derivate parziali della funzione $f(x,y,z) = sen(xy^3z) - ye^{x+y-z}$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 13-14)

27 gennaio 2014

Compito $\mathbb{C}$✓

1) (6 punti) Siano dati tre insiemi A, B e C. Se sono verificate le seguenti relazioni: $(A \cap C) \subseteq B$ e $(B \cup C) \subseteq A$, possiamo concludere che $B = C$? (Giustificare la risposta)
2) (7 punti) Le attuali targhe automobilistiche italiane sono formate attraverso un codice alfanumerico, in particolare ogni targa viene formata con quattro lettere dell'alfabeto inglese (26 lettere in totale) e tre cifre arabe (10 cifre in totale). Quante targhe distinte si possono formare? Quante se si richiede che una ed una sola cifra pari sia presente sulla targa? (0 è cifra pari)
3) (7 punti) Sia data la funzione $f(x) = \begin{cases} e^{2x} & \text{per } x < 1 \\ ax^b & \text{per } 1 \leq x \leq 3 \\ \frac{1}{x} & \text{per } 3 < x \end{cases}$. Indica valori dei parametri a e b che rendono la funzione continua su tutto l'asse reale.
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim_{x \to 0} \frac{arcsenx^2 + sen^2 x}{x}$; $\lim_{x \to +\infty} x \log\left(1 + \frac{1}{2x}\right)$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = \log(x^2 - 2x)$.
6) (8 punti) Calcola $\int \frac{1}{1+4x^2}\, dx$.
7) (6 punti) Considera i vettori $V = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ e $W = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$. Dopo aver indicato l'ampiezza dell'angolo formato dai due vettori, indica un vettore Z di modulo unitario e che formi sia con V che con W un angolo pari a $90°$.
8) (8 punti) Calcola le derivate parziali della funzione $f(x,y,z) = tg(x^4 yz) - ze^{x+y}$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 13-14)

27 gennaio 2014

Compito $\mathbb{D}$✓

1) (6 punti) Siano dati tre insiemi A, B e C. Se sono verificate le seguenti relazioni: $(B \cap C) \subseteq A$ e $(A \cup B) \subseteq C$, possiamo concludere che $A \subseteq B$? (Giustificare la risposta)
2) (7 punti) Le attuali targhe automobilistiche italiane sono formate attraverso un codice alfanumerico, in particolare ogni targa viene formata con quattro lettere dell'alfabeto inglese (26 lettere in totale) e tre cifre arabe (10 cifre in totale). Quante targhe distinte si possono formare? Quante se si richiede che una ed una sola vocale sia presente sulla targa?
3) (7 punti) Sia data la funzione $f(x) = \begin{cases} \log(5-x) & \text{per } x < 1 \\ bx^a & \text{per } 1 \leq x \leq 2 \\ x^3 & \text{per } 2 < x \end{cases}$. Indica valori dei parametri a e b che rendono la funzione continua su tutto l'asse reale.
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x^4 + 1 - \cos x}{x^2}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} x \log\left(1 - \dfrac{4}{x}\right)$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = \log(x - 4x^2)$.
6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int \frac{x}{1 + 9x^2}\, dx$.
7) (6 punti) Considera i vettori $V = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e $W = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$. Dopo aver indicato l'ampiezza dell'angolo formato dai due vettori, indica un vettore Z di modulo unitario e che formi sia con V che con W un angolo pari a $90°$.
8) (8 punti) Calcola le derivate parziali della funzione $f(x, y, z) = \cos\sqrt{xy} - x^{y+z}$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 13-14)

27 gennaio 2014

Compito $\mathbb{E}$[✓]

1) (6 punti) Siano dati tre insiemi A, B e C. Se sono verificate le seguenti relazioni: $(A \cap C) \subseteq B$ e $(B \cup C) \subseteq A$, possiamo concludere che $A \subseteq B$? (Giustificare la risposta)

2) (7 punti) Le attuali targhe automobilistiche italiane sono formate attraverso un codice alfanumerico, in particolare ogni targa viene formata con quattro lettere dell'alfabeto inglese (26 lettere in totale) e tre cifre arabe (10 cifre in totale). Quante targhe distinte si possono formare? Quante se si richiede che nelle quattro lettere si presenti una ed una sola vocale ripetuta due volte e le altre due sono consonanti?

3) (7 punti) Sia data la funzione $f(x) = \begin{cases} sen(-\frac{\pi}{2}x) & \text{per } x < 1 \\ bx^a & \text{per } 1 \leq x \leq 4 \\ 3 - 2x & \text{per } 4 < x \end{cases}$. Indica valori dei parametri a e b che rendono la funzione continua su tutto l'asse reale.

4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1 - \cos x - sen^2 x}{x^2}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} x \log\left(1 - \dfrac{7}{x}\right)$.

5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = \log(x - 3x^2)$.

6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int \frac{x}{1 + 16x^2}\, dx$.

7) (6 punti) Considera i vettori $V = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ e $W = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$. Dopo aver indicato l'ampiezza dell'angolo formato dai due vettori, indica un vettore Z di modulo unitario e che formi sia con V che con W un angolo pari a $90°$.

8) (8 punti) Calcola le derivate parziali della funzione $f(x, y, z) = \cos\sqrt{xz} - x^{y^3 + z}$.

[✓] Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 13-14)

27 gennaio 2014

Compito $\mathbb{F}$✓

1) (6 punti) Siano dati tre insiemi A, B e C. Se sono verificate le seguenti relazioni: $(B \cap C) \subseteq A$ e $(A \cup B) \subseteq C$, possiamo concludere che $C \subseteq A$? (Giustificare la risposta)
2) (7 punti) Le attuali targhe automobilistiche italiane sono formate attraverso un codice alfanumerico, in particolare ogni targa viene formata con quattro lettere dell'alfabeto inglese (26 lettere in totale) e tre cifre arabe (10 cifre in totale). Quante targhe distinte si possono formare? Quante se si richiede che nelle quattro lettere si presenti una ed una sola consonante?
3) (7 punti) Sia data la funzione $f(x) = \begin{cases} e^{3x} & \text{per } x < 1 \\ bx^a & \text{per } 1 \leq x \leq 3 \\ \frac{2}{x} & \text{per } 3 < x \end{cases}$. Indica valori dei parametri a e b che rendono la funzione continua su tutto l'asse reale.
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{x^2} - e^{2x}}{x}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} x \log\left(1 + \dfrac{5}{x}\right)$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = \log(x - 2x^2)$.
6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int \frac{x}{1 + 4x^2}\, dx$.
7) (6 punti) Considera i vettori $V = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ e $W = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Dopo aver indicato l'ampiezza dell'angolo formato dai due vettori, indica un vettore Z di modulo unitario e che formi sia con V che con W un angolo pari a $90°$.
8) (8 punti) Calcola le derivate parziali della funzione $f(x, y, z) = sen\sqrt{yz} - y^{z^3 + xz}$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 13-14)

17 febbraio 2014

Compito $\mathbb{A}$✓

1) (7 punti) Siano dati gli insiemi $A=\{n\in\mathbb{N}\colon n\leq 50\}=\{0,1,2,\dots,50\}$ e $B=\{n\in\mathbb{N}\colon n=10k \text{ con } k\in\mathbb{N}\}=\{0,10,20,\dots\}$. Indica un insieme di numeri naturali X non vuoto e non disgiunto da A tale per cui valga $(A\cap X)/(B\cap X)=\emptyset$.
2) (6 punti) In una classe composta da 22 alunni, 10 maschi e 12 femmine, l'insegnante di educazione fisica deve formare per il torneo studentesco di pallanuoto una squadra composta da 14 studenti (può essere mista oppure no). Quante squadre distinte può formare? Quante squadre distinte può invece formare se essa deve essere composta con 7 maschi e 7 femmine?
3) (8 punti) Considera gli insiemi $A=\{x\in\mathbb{R}\colon (x+3)(x-4)\leq 2\}$ e $B=\{x\in\mathbb{R}\colon \frac{1}{|x|}>4\}$. Dopo aver determinato gli insiemi $A\cup B$ e $\mathcal{C}(B/A)$, indica la frontiera di entrambi: $\delta(A\cup B)$ e $\delta(\mathcal{C}(B/A))$.
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+sen\,3x}-\sqrt{1+sen\,x}}{x}$; $\lim\limits_{x\to -\infty} e^{-2x}(1-cos\,e^{x})$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y=e^{\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}\log x}$.
6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int_{-1}^{3}(x+3)e^{x}\,dx$.
7) (6 punti) Considera le matrici $A=\begin{bmatrix}3 & 2 & 0\\ 5 & -2 & -1\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{bmatrix}$ e $X=\begin{bmatrix}x_1 & 0\\ x_2 & x_3\\ 0 & x_4\end{bmatrix}$. Determina gli elementi della matrice X in modo tale che valga l'uguaglianza: $A\cdot X=B$.
8) (7 punti) Determina gli eventuali punti di massimo e mininimo della funzione $f(x,y)=4y^3-2x^2-3xy$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 13-14)

17 febbraio 2014

Compito $\mathbb{B}$✓

1) (7 punti) Siano dati gli insiemi $A = \{n \in \mathbb{N}: n \leq 25\} = \{0, 1, 2, \ldots, 25\}$ e $B = \{n \in \mathbb{N}: n = 5k \text{ con } k \in \mathbb{N}\} = \{0, 5, 10, \ldots\}$. Indica un insieme di numeri naturali X non vuoto e non disgiunto da A tale per cui valga $(A \cap X)/(B \cap X) = \emptyset$.

2) (6 punti) In una classe composta da 18 alunni, 10 maschi e 8 femmine, l'insegnante di educazione fisica deve formare per il torneo studentesco di pallavolo una squadra composta da 12 studenti (può essere mista oppure no). Quante squadre distinte può formare? Quante squadre distinte può invece formare se essa deve essere composta con 6 maschi e 6 femmine?

3) (8 punti) Considera gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}: (x+8)(x-3) \leq 5\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R}: \frac{1}{|x|} > 6\}$. Dopo aver determinato gli insiemi $A \cap B$ e $\mathcal{C}(A/B)$, indica la frontiera di entrambi: $\delta(A \cap B)$ e $\delta(\mathcal{C}(A/B))$.

4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{1 + sen\, x} - \sqrt{1 + sen\, 4x}}{x}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} e^{2x}(1 - cos\, e^{-x})$.

5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = e^{\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}\log x}$.

6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int_{-2}^{2} (x+4)e^x \, dx$.

7) (6 punti) Considera le matrici $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 \\ -5 & 2 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ e $X = \begin{bmatrix} x_1 & x_3 \\ x_2 & 0 \\ 0 & x_4 \end{bmatrix}$. Determina gli elementi della matrice X in modo tale che valga l'uguaglianza: $A \cdot X = B$.

8) (7 punti) Determina gli eventuali punti di massimo e mininimo della funzione $f(x, y) = 4y^3 - 2x^2 + 4xy$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 13-14)

17 febbraio 2014

Compito $\mathbb{C}$✓

1) (7 punti) Siano dati gli insiemi $A = \{n \in \mathbb{N}: n \leq 100\} = \{0, 1, 2, \ldots, 100\}$ e $B = \{n \in \mathbb{N}: n = 20k \text{ con } k \in \mathbb{N}\} = \{0, 20, 40, \ldots\}$. Indica un insieme di numeri naturali X non vuoto e non disgiunto da A tale per cui valga $(A \cap X)/(B \cap X) = \emptyset$.
2) (6 punti) In una classe composta da 25 alunni, 15 maschi e 10 femmine, l'insegnante di educazione fisica deve formare per il torneo studentesco di pallacanestro una squadra composta da 10 studenti (può essere mista oppure no). Quante squadre distinte può formare? Quante squadre distinte può invece formare se essa deve essere composta con 5 maschi e 5 femmine?
3) (8 punti) Considera gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}: (x+1)(x-6) > 10\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R}: \frac{1}{|x|} > 5\}$. Dopo aver determinato gli insiemi A/B e $\mathcal{C}(B \cup A)$, indica la frontiera di entrambi: $\delta(A/B)$ e $\delta(\mathcal{C}(B \cup A))$.
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim_{x \to 0} \frac{x}{\sqrt{1 + sen\, 2x} - \sqrt{1 + sen\, x}}$; $\lim_{x \to -\infty} e^{-4x}(1 - cos\, e^{2x})$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = e^{\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\log x}$.
6) (8 punti) Calcola $\int_{-3}^{1} (x+1)e^x \, dx$.
7) (6 punti) Considera le matrici $A = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ e $X = \begin{bmatrix} x_1 & x_3 \\ x_2 & 0 \\ 0 & x_4 \end{bmatrix}$. Determina gli elementi della matrice X in modo tale che valga l'uguaglianza: $A \cdot X = B$.
8) (7 punti) Determina gli eventuali punti di massimo e mininimo della funzione $f(x, y) = y^3 + 2x^2 - 4xy$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 13-14)

17 febbraio 2014

Compito $\mathbb{D}$✓

1) (7 punti) Siano dati gli insiemi $A = \{n \in \mathbb{N}\colon n \leq 50\} = \{0, 1, 2, \ldots, 50\}$ e $B = \{n \in \mathbb{N}\colon n = 2k$ con $k \in \mathbb{N}\} = \{0, 2, 4, \ldots\}$. Indica un insieme di numeri naturali X non vuoto e non disgiunto da A tale per cui valga $(A \cap X)/(B \cap X) = \emptyset$.
2) (6 punti) In una classe composta da 16 alunni, 6 maschi e 10 femmine, l'insegnante di educazione fisica deve formare per il torneo studentesco di curling una squadra composta da 8 studenti (può essere mista oppure no). Quante squadre distinte può formare? Quante squadre distinte può invece formare se essa deve essere composta con 4 maschi e 4 femmine?
3) (8 punti) Considera gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}\colon (x+5)(x-5) > 1\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R}\colon \frac{1}{|x|} \geq 1\}$. Dopo aver determinato gli insiemi B/A e $\mathcal{C}(A \cap B)$, indica la frontiera di entrambi: $\delta(B/A)$ e $\delta(\mathcal{C}(A \cap B))$.
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x}{\sqrt{1 + sen\, x} - \sqrt{1 + sen\, 5x}}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} e^{4x}(1 - cos\, e^{-4x})$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = e^{\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\log x}$.
6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int_{-5}^{1} (x+5)e^x \, dx$.
7) (6 punti) Considera le matrici $A = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ e $X = \begin{bmatrix} 0 & x_3 \\ x_1 & 0 \\ x_2 & x_4 \end{bmatrix}$. Determina gli elementi della matrice X in modo tale che valga l'uguaglianza: $A \cdot X = B$.
8) (7 punti) Determina gli eventuali punti di massimo e mininimo della funzione $f(x, y) = 3y^3 + 4x^2 - 4xy$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 13-14)

22 marzo 2014

Compito Unico✓

1) (7 punti) Siano p, q e r tre proposizioni semplici, costruisci le tavole di verità delle due proposizioni composte: $(p \Rightarrow \neg r)\, o\, (q \Leftrightarrow r)$; $(p \Rightarrow r)\, e\, (q \Leftrightarrow \neg r)$. Indica inoltre se le due proposizioni composte sono o non sono logicamente equivalenti.
2) (7 punti) Sia S l'insieme degli studenti presenti nell'aula in cui stai svolgendo la tua prova scritta d'esame, due studenti s_1 e s_2 sono fra loro in relazione se stanno svolgendo lo stesso compito (ad esempio due studenti che svolgono entrambi il compito di MG proposto dal Prof. Riccarelli sono in relazione fra loro, mentre due studenti che svolgono uno il compito proposto dal Prof. Lonzi ed uno il compito proposto dal Prof. Riccarelli non sono in relazione fra loro). Studia le proprietà soddisfatte da questa relazione
3) (7 punti) Sia $f(x) = 2^{x-3}$, se la funzione composta $f(g(x)) = cos\, x$; determina l'espressione della funzione $g(x)$ e calcola l'espressione delle funzioni composte $g(g(x))$ e $g(f(x))$.
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim_{x \to 0} \frac{sen(1 - cos\, x)}{sen^2 x}$; $\lim_{x \to 0} \frac{(1+x)^5 - 1}{x}$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = e^{4x^2}$.
6) (7 punti) Calcola $\int_1^3 2te^{3t}\, dt$.
7) (7 punti) Sia data la funzione di equazione $y = x^2 + 3x$ e sia (x_0, y_0) un punto appartenente al grafico di tale funzione con x_0 ascissa positiva. Determina le coordinate del punto (x_0, y_0) sapendo che la retta tangente alla curva in questo punto passa anche per il punto $(1, 3)$ e calcola l'equazione di tale retta tangente.

8) (7 punti) Determina le derivate parziali della funzione $f(x, y, z) = x^4 y^3 z^2 - x^{yz^3}$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 13-14)

12 giugno 2014

Compito $\mathbb{A}$✓

1) (7 punti) Siano dati tre insiemi A, B e C; se $A \cap B \subseteq C$ e $C/A \subseteq B$ possiamo concludere con certezza che $C \subseteq A$? (con C/A indichiamo la differenza insiemistica)
2) (7 punti) Quanti sono gli anagrammi (anche privi di senso) della parola $LUCIDARE$, e quanti quelli della parola $CANADA$.
3) (7 punti) Sia data la funzione di equazione $y = \dfrac{ax^2 + b}{x^2 + c}$. Sapendo che essa presenta un asintoto orizzontale di equazione $y = 1$, un asintoto verticale di equazione $x = 2$ ed ha punto di intersezione con gli assi cartesiani in $(0, 0)$; determina i valori dei parametri a, b e c.
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{sen(e^{2x} - 1)}{e^{3senx+1} - e}$; $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{2^x + x^3 + senx}{e^x - x^2 + cosx}$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = log\left(\dfrac{x+1}{x}\right)$.
6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int \frac{e^{\frac{1}{x}} + 1}{x^2}\, dx$.
7) (6 punti) Siano dati i vettori $X = (1, -1, 0)$ e $Y = (1, 1, 1)$. Indica:

   i) Un vettore V parallelo a X e di modulo 1;

   i) Un vettore W ortogonale sia a X che a Y e di modulo 1.
8) (7 punti) Determina gli eventuali punti di massimo e minimo della funzione $f(x, y) = x^2y - 2xy - 3y^2$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 13-14)

12 giugno 2014

Compito $\mathbb{B}$✓

1) (7 punti) Siano dati tre insiemi A, B e C; se $A \cap B \subseteq C$ e $A/C \subseteq B$ possiamo concludere con certezza che $A \subseteq C$? (con A/C indichiamo la differenza insiemistica)

2) (7 punti) Quanti sono gli anagrammi (anche privi di senso) della parola $MALORE$, e quanti quelli della parola $MARITARE$.

3) (7 punti) Sia data la funzione di equazione $y = \frac{ax^2+b}{x^2+c}$. Sapendo che essa presenta un asintoto orizzontale di equazione $y = -1$, un asintoto verticale di equazione $x = 1$ ed ha punto di intersezione con gli assi cartesiani in $(0,0)$; determina i valori dei parametri a, b e c.

4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim_{x \to 0} \frac{e^{sen2x+1} - e}{log(1+tgx)}$; $\lim_{x \to +\infty} \frac{2^x + x^3 + senx}{e^x - x^2 + cosx}$.

5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = log\left(\frac{x}{x-1}\right)$.

6) (8 punti) Calcola $\int \frac{e^{-\frac{1}{x}} + 1}{x^2}\,dx$.

7) (6 punti) Siano dati i vettori $X = (1,-1,1)$ e $Y = (1,1,0)$. Indica:

i) Un vettore V parallelo a X e di modulo 1;

i) Un vettore W ortogonale sia a X che a Y e di modulo 1.

8) (7 punti) Determina gli eventuali punti di massimo e minimo della funzione $f(x,y) = x^2y - 3xy + 6y^2$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 13-14)

4 luglio 2014

Compito $\mathbb{A}$✓

1) (7 punti) Siano dati tre proposizioni semplici p, q e r. Se la proposizione composta $p \Rightarrow q$ è sicuramente vera e la proposizione composta $q \Rightarrow r$ è sicuramente falsa, possiamo affermare con certezza la verità o falsità della proposizione composta $\big(p\ o\ r\big) \Rightarrow \neg(q\ e\ r)$? (giustificare la risposta)
2) (7 punti) Se il numero di combinazioni semplici di n elementi presi 3 a 3 è uguale al numero di combinazioni semplici di n elementi presi 5 a 5; quanto vale il numero n?
3) (7 punti) Siano date due funzioni $f(x)$ e $g(x)$; se la funzione $f(x)$ presenta asintoto obliquo completo di equazione $y = 3x + 2$ e la $g(x)$ presenta asintoto orizzontale completo di equazione $y = 1$, la funzione $f(x) + g(x)$ presenta asintoto obliquo completo? Se si determina la sua equazione.
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\displaystyle \lim_{x \to 2} \frac{sen(x-2)}{log(x-1)}$; $\displaystyle \lim_{x \to \infty} \left(\frac{x+2}{x}\right)^{x+2}$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = e^{\sqrt{1-e^{-x}}}$. (Lo studio della derivata seconda è facoltativo)
6) (8 punti) Calcola $\displaystyle \int \frac{sen\frac{1}{x} + cos\frac{1}{x}}{x^2}\, dx$.
7) (6 punti) Indica una matrice $\mathbb{X}$ non nulla in modo che sia soddisfatta la seguente relazione: $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X} = \mathbb{O}$; dove $\mathbb{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$ e $\mathbb{O} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$.
8) (7 punti) Calcola le derivate parziali della funzione $f(x, y, z) = x^z y + xy^{8z}$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 13-14)

4 luglio 2014

Compito $\mathbb{B}$[✓]

1) (7 punti) Siano dati tre proposizioni semplici p, q e r. Se la proposizione composta $p \Leftrightarrow q$ è sicuramente falsa e la proposizione composta $r \Rightarrow q$ è sicuramente vera, possiamo affermare con certezza la verità o falsità della proposizione composta $\neg\big(p\ e\ r\big) \Rightarrow (q\ o\ r)$? (giustificare la risposta)
2) (7 punti) Se il numero di combinazioni semplici di n elementi presi 3 a 3 è uguale al numero di combinazioni semplici di n elementi presi 7 a 7; quanto vale il numero n?
3) (7 punti) Siano date due funzioni $f(x)$ e $g(x)$; se la funzione $f(x)$ presenta asintoto orizzontale completo di equazione $y = 3$ e la $g(x)$ presenta asintoto obliquo completo di equazione $y = 2x + 2$, la funzione $f(x) + g(x)$ presenta asintoto obliquo completo? Se si determina la sua equazione.
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{sen(x+2)}{log(-x-1)}$; $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\dfrac{x-2}{x}\right)^{x-2}$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = \sqrt{e - e^{e^{-x}}}$. (Lo studio della derivata seconda è facoltativo)
6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int \frac{sen\frac{1}{x} - cos\frac{1}{x}}{x^2}\, dx$.
7) (6 punti) Indica una matrice $\mathbb{X}$ non nulla in modo che sia soddisfatta la seguente relazione: $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X} = \mathbb{O}$; dove $\mathbb{A} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ e $\mathbb{O} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$.
8) (7 punti) Calcola le derivate parziali della funzione $f(x, y, z) = x^{zy} + z^{xy}$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 13-14)

5 settembre 2014

Compito $\mathbb{A}$✓

1) (6 punti) Si dia un esempio di due intervalli di numeri reali A e B non vuoti tali per cui $A \cup B$ sia un intervallo chiuso e $A \cap B$ un intervallo aperto, ed un esempio di due intervalli di numeri reali A e B non vuoti tali per cui A/B sia un intervallo aperto e $\mathcal{C}(A/B)$ un intervallo chiuso. (con A/B si indica la differenza insiemistica fra i due insiemi e con il simbolo $\mathcal{C}$ il complementare di un insieme)
2) (7 punti) Una compagnia di telefonia mobile vuole aumentare il numero dei propri clienti e a tale riguardo ottiene la concessione di due nuovi prefissi il 318 ed il 319. Le condizioni imposte sui due nuovi prefissi sono che per il 318 ogni nuovo contratto deve avere un numero telefonico composto da sette cifre che possono anche ripetersi ma tutte devono essere diverse da 0, mentre per il 319 ogni nuovo contratto deve avere un numero telefonico composto da sette cifre che possono anche ripetersi ma tutte devono essere dispari. Quanti nuovi contratti la compagnia potrà sottoscrivere?
3) (7 punti) Siano date le funzioni $f(x) = 3^x$ e $g(x) = \sqrt{1+x}$; si costruiscano le espressioni delle funzioni composte $f(g(f(x)))$ e $g(f(g(x)))$; per una a scelta fra le due precedenti composte si determini l'espressione della funzione inversa.
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1-cosx}{sen^2 x}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\sqrt{1+x^2}-x}{x}$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = \sqrt{1-e^{-3x}}$.
6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int \frac{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}}{x}\,dx$.
7) (7 punti) Siano f e g due funzioni a valori reali entrambe derivabili in $x = 0$ con $f'(0) = 0$ e $g'(0) = 1$, risulta inoltre $f(0) = 1$ e $g(0) = 0$. Determina il valore della derivata in $x = 0$ per la funzione $y = \dfrac{f(x)-g(x)}{f(g(x))}$.
8) (7 punti) Calcola le derivate parziali della funzione $f(x,y,z) = sen(x^2 y) + tg(x^2 z)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 13-14)

5 settembre 2014

Compito $\mathbb{B}$✓

1) (6 punti) Si dia un esempio di due intervalli di numeri reali A e B non vuoti tali per cui $A \cup B$ sia un intervallo aperto e $A \cap B$ un intervallo chiuso, ed un esempio di due intervalli di numeri reali A e B non vuoti tali per cui B/A sia un intervallo aperto e $\mathcal{C}(B/A)$ un intervallo chiuso. (con B/A si indica la differenza insiemistica fra i due insiemi e con il simbolo $\mathcal{C}$ il complementare di un insieme)
2) (7 punti) Una compagnia di telefonia mobile vuole aumentare il numero dei propri clienti e a tale riguardo ottiene la concessione di due nuovi prefissi il 318 ed il 319. Le condizioni imposte sui due nuovi prefissi sono che per il 318 ogni nuovo contratto deve avere un numero telefonico composto da sette cifre che possono anche ripetersi ma tutte devono essere diverse da 9, mentre per il 319 ogni nuovo contratto deve avere un numero telefonico composto da sette cifre che possono anche ripetersi ma tutte devono essere pari e non nulle. Quanti nuovi contratti la compagnia potrà sottoscrivere?
3) (7 punti) Siano date le funzioni $f(x) = \sqrt{x-1}$ e $g(x) = e^x$; si costruiscano le espressioni delle funzioni composte $f(g(f(x)))$ e $g(f(g(x)))$; per una a scelta fra le due precedenti composte si determini l'espressione della funzione inversa.
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1-cos(senx)}{x}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x}{x-\sqrt{1+x^2}}$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = \sqrt{1-e^{-2x}}$.
6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int \frac{x+\sqrt[4]{x}}{\sqrt{x}}\, dx$.
7) (7 punti) Siano f e g due funzioni a valori reali entrambe derivabili in $x=0$ con $f'(0)=0$ e $g'(0)=1$, risulta inoltre $f(0)=1$ e $g(0)=0$. Determina il valore della derivata in $x=0$ per la funzione $y = \dfrac{f(g(x))}{f(x)+g(x)}$.
8) (7 punti) Calcola le derivate parziali della funzione $f(x,y,z) = tg(xy^2) + cos(xz^2)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 13-14)

23 settembre 2014

Compito $\mathbb{A}$✓

1) (6 punti) Costruisci la tavola di verità della proposizione composta $p \Rightarrow (r \Rightarrow (p\ o\ q))$, dove p, q e r sono proposizioni semplici. Si tratta di una tutologia?
2) (7 punti) Siano dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}: (x+3)(x+5) > 0\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R}: 2^{x^2-5} < \frac{1}{2}\}$. Indica se gli insiemi $A \cap B$ e A/B sono aperti, chiusi o nè aperti nè chiusi.
3) (7 punti) La prima fila della tribuna d'onore in uno stadio è composta da 20 poltroncine in cui si disporranno le 20 autorità (10 donne e 10 uomini). In quanti modi si possono sedere le 20 autorità se si dispongono in modo casuale? In quanti modi si possono invece sedere se si richiede che le 10 donne si seggano casualmente nelle 10 poltroncine di sinistra e gli uomini nelle 10 poltroncine di destra?
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{4^x + x^2 + sen\,x}{e^{-x} + 2^x - cos\,x}$; $\lim\limits_{x\to-2} \dfrac{sen(x^2-4)}{x+2}$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = e^{-\sqrt{x+1}}$.
6) (8 punti) Calcola $\int_0^2 xe^{2x}\,dx$.
7) (7 punti) Siano f e g due funzioni a valori reali entrambe derivabili in $x = 0$ con $f'(0) = 0$ e $g'(0) = 1$, inoltre per le funzioni f e g vale $f(0) = 1$ e $g(0) = 1$. Determina il valore della derivata in $x = 0$ per la funzione $y = \dfrac{f(g(x) - f(x))}{g(x)}$.
8) (7 punti) Studia la natura dei punti critici della funzione $f(x, y) = 3y^3 - 12xy + 2x^2 + 11y$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 13-14)

23 settembre 2014

Compito $\mathbb{B}$✓

1) (6 punti) Costruisci la tavola di verità della proposizione composta $p \Rightarrow ((p\ e\ r) \Rightarrow q)$, dove p, q e r sono proposizioni semplici. Si tratta di una tutologia?
2) (7 punti) Siano dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}\colon (x-1)(x+3) \leq 0\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R}\colon 3^{x^2-5} > \frac{1}{3}\}$. Indica se gli insiemi $A \cup B$ e A/B sono aperti, chiusi o nè aperti nè chiusi.
3) (7 punti) La prima fila della tribuna d'onore in uno stadio è composta da 16 poltroncine in cui si disporranno le 16 autorità (8 donne e 8 uomini). In quanti modi si possono sedere le 16 autorità se si dispongono in modo casuale? In quanti modi si possono invece sedere se si richiede che le 8 donne si seggano casualmente nelle 8 poltroncine di destra e gli uomini nelle 8 poltroncine di sinistra?
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{4^x + x^2 + sen\,x}{e^{-x} + 2^x - cos\,x}$; $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{sen(x^2-4)}{x-2}$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = e^{-\sqrt{1-x}}$.
6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int_0^1 xe^{3x}\,dx$.
7) (7 punti) Siano f e g due funzioni a valori reali entrambe derivabili in $x=0$ con $f'(0)=1$ e $g'(0)=0$, inoltre per le funzioni f e g vale $f(0)=1$ e $g(0)=1$. Determina il valore della derivata in $x=0$ per la funzione $y = \dfrac{f(x)}{g(f(x)-g(x))}$.
8) (7 punti) Studia la natura dei punti critici della funzione $f(x,y) = 3y^3 + 12xy + 2x^2 + 20y$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 13-14)

11 ottobre 2014

Compito unico✓

1) (6 punti) Siano dati tre insiemi A, B e C; se $(A \cap B) \subseteq C$ e $(A \cup C) \subseteq B$ possiamo concludere con certezza che $A \subseteq C$?

2) (7 punti) Quanti sono gli anagrammi (anche privi di senso) della parola $MEDICO$, e quanti quelli della parola $MANICA$.

3) (7 punti) Si disegni il grafico di una funzione f che soddisfa le seguenti caratteristiche:
   a) la funzione è continua su tutto $\mathbb{R}$;
   b) $f(0) = f(1) = 0$;
   c) $\forall M > 0, \exists \delta_M > 0 \colon x > \delta_M \Rightarrow f(x) < -M$.

4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim_{x \to \pi} \frac{sen(x+\pi)}{x-\pi}$; $\lim_{x \to +\infty} \left(1 + \frac{1}{e^x}\right)^{e^x}$.

5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = \frac{1-x^2}{x}$.

6) (8 punti) Calcola $\int_1^2 \left(x^2 - e^x + 1\right) dx$.

7) (7 punti) Siano f, g e h funzioni a valori reali tutte derivabili in $x = 0$ con $f'(0) = g'(0) = 1$ e $h'(0) = 0$, inoltre per le tre funzioni vale $f(0) = g(0) = h(0) = 1$. Determina l'equazione della retta tangente nel punto $x = 0$ per la funzione $y = f\big(g(x) - h(x)\big)$.

8) (7 punti) Calcola le derivate parziali della funzione $f(x,y,z) = \frac{x^2y - x^3}{yz^5 - y^2}$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.