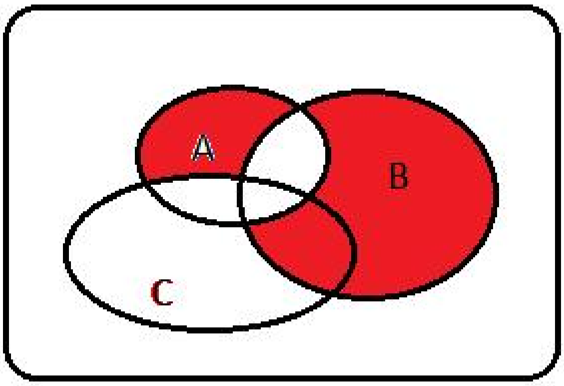
Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 14-15)

11 novembre 2014

Compito $\mathbb{A}$✓

1) Esprimi tramite le operazioni insiemistiche di unione, intersezione e complementare sugli insiemi A, B e C, l'insieme evidenziato in rosso nella figura che segue.



2) Sia dato l'insieme $A = \{x \in \mathbb{R}: x = \frac{n}{n+2}$ con $n \in \mathbb{N}\} \cup \{-1\}$. Indica la frontiera di A: $\delta(A)$; e il derivato di A: $\mathcal{D}(A)$. L'insieme A è aperto, chiuso o nè aperto nè chiuso?

3) Siano date le funzioni $f(x) = sen\, x$, $g(x) = 2^x$ e $h(x) = \sqrt{x+3}$. Esprimi le espressioni delle funzioni composte: $f(g(h(x)))$ e $h(f(x) - g(x) \cdot h(x))$.

4) Calcola i seguenti limiti: $\lim_{x \to 2} \frac{sen(x-2)}{x^2 - 2x}$; $\lim_{x \to 0} \frac{log_3(1 + x + 2x^2)}{x - 2x^2}$.

5) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim_{x \to 0^-} \frac{1}{x}$.

✓ Il compito è diviso in 5 esercizi che presentano tutti valutazione pari a 6, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 30; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 18 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico, tempo a disposizione 75 minuti.

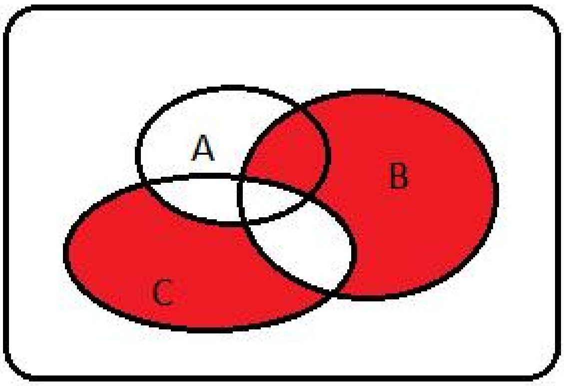
Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 14-15)

11 novembre 2014

Compito $\mathbb{B}$✓

1) Esprimi tramite le operazioni insiemistiche di unione, intersezione e complementare sugli insiemi A, B e C, l'insieme evidenziato in rosso nella figura che segue.



2) Sia dato l'insieme $A = \{x \in \mathbb{R}: x = -\dfrac{n}{n+2} \text{ con } n \in \mathbb{N}\} \cup \{-1\}$. Indica la frontiera di A: $\delta(A)$; e il derivato di A: $\mathcal{D}(A)$. L'insieme A è aperto, chiuso o nè aperto nè chiuso?

3) Siano date le funzioni $f(x) = cos\, x$, $g(x) = log_3\, x$ e $h(x) = \sqrt{x} - 3$. Esprimi le espressioni delle funzioni composte: $f(g(h(x)))$ e $f(f(x) + g(x) \cdot h(x))$.

4) Calcola i seguenti limiti: $\lim_{x \to 4} \dfrac{sen(x-4)}{4x - x^2}$; $\lim_{x \to 0} \dfrac{2^{x+senx} - 1}{x}$.

5) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim_{x \to -\infty} \dfrac{1}{x}$.

✓ Il compito è diviso in 5 esercizi che presentano tutti valutazione pari a 6, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 30; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 18 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico, tempo a disposizione 75 minuti.

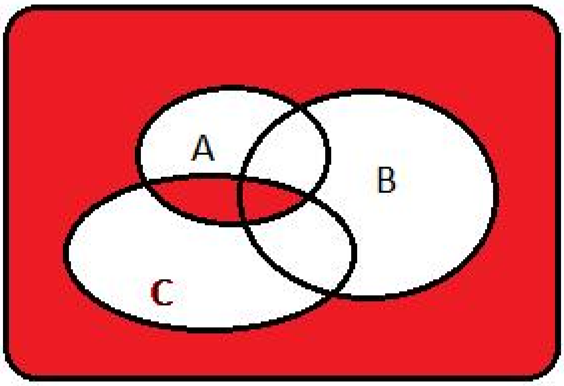
Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 14-15)

11 novembre 2014

Compito $\mathbb{C}$✓

1) Esprimi tramite le operazioni insiemistiche di unione, intersezione e complementare sugli insiemi A, B e C, l'insieme evidenziato in rosso nella figura che segue.



2) Sia dato l'insieme $A = \{x \in \mathbb{R}: x = -\frac{n}{n+5}$ con $n \in \mathbb{N}\} \cup \{1\}$. Indica la frontiera di A: $\delta(A)$; e il derivato di A: $\mathcal{D}(A)$. L'insieme A è aperto, chiuso o nè aperto nè chiuso?

3) Siano date le funzioni $f(x) = 1 + 2x$, $g(x) = tg\,x$ e $h(x) = 3^{\sqrt{x}}$. Esprimi le espressioni delle funzioni composte: $h(g(f(x)))$ e $g(f(x) + g(x) - h(x))$.

4) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to -2} \frac{sen(x+2)}{2x + x^2}$; $\lim\limits_{x \to 0} \frac{(1 + x^2 + senx)^2 - 1}{x}$.

5) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{x}$.

✓ Il compito è diviso in 5 esercizi che presentano tutti valutazione pari a 6, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 30; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 18 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico, tempo a disposizione 75 minuti.

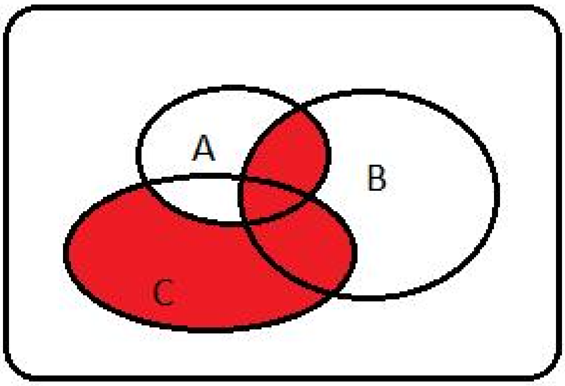
Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 14-15)

11 novembre 2014

Compito $\mathbb{D}$✓

1) Esprimi tramite le operazioni insiemistiche di unione, intersezione e complementare sugli insiemi A, B e C, l'insieme evidenziato in rosso nella figura che segue.



2) Sia dato l'insieme $A=\{x \in \mathbb{R}: x=\frac{n}{n+5}$ con $n \in \mathbb{N}\} \cup \{1\}$. Indica la frontiera di A: $\delta(A)$; e il derivato di A: $\mathcal{D}(A)$. L'insieme A è aperto, chiuso o nè aperto nè chiuso?

3) Siano date le funzioni $f(x)=8-x$, $g(x)=\sqrt{cos\, x}$ e $h(x)=3^{-x}$. Esprimi le espressioni delle funzioni composte: $h(g(f(x)))$ e $g(h(x)+2-f(x))$.

4) Calcola i seguenti limiti: $\lim_{x \to -4} \frac{sen(x+4)}{x^2+4x}$; $\lim_{x \to 0} \frac{(1+x^2)^3-1}{x^3+x^2}$.

5) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim_{x \to 0^+} \frac{1}{x}$.

✓ Il compito è diviso in 5 esercizi che presentano tutti valutazione pari a 6, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 30; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 18 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico, tempo a disposizione 75 minuti.

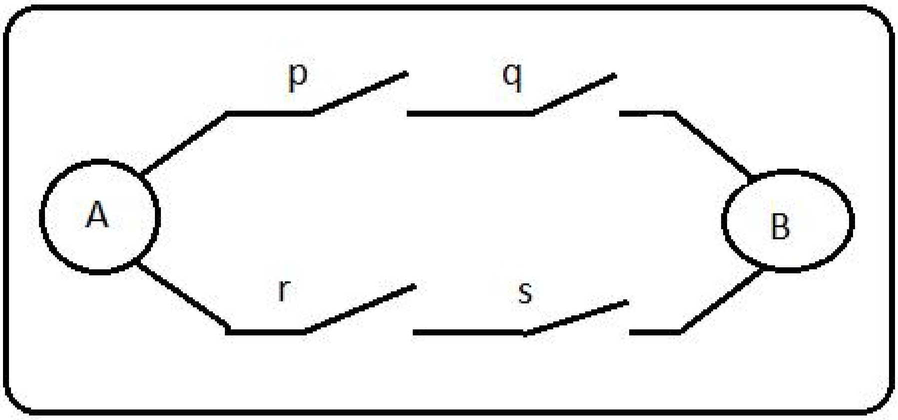
Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 14-15)

11 novembre 2014

Compito $\mathbb{E}$✓

1) Si vuole raggiungere il punto B partendo dal punto A secondo la mappa in basso, ogni proposizione p, q, r e s rappresenta un ponte levatoio che permette il transito solo se è abbassato, il ponte abbassato equivale alla proposizione vera, viceversa la proposizione è falsa quando il ponte è alzato. Esprimi tramite i connettivi logici e, o e non una condizione sufficiente che permette il transito da A a B. (NB non viene accettata la proposizione banale $p\ e\ q\ e\ r\ e\ s$ ottenuta dalla congiunzione logica delle quattro proposizioni)



2) Siano dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}: 3^{|x|} > 5\}$ e $B = [0, +\infty[$. Indica l'interno dell'intersezione fra i due insiemi: $(A \overset{\circ}{\cap} B)$, e la frontiera dell'unione dei due insiemi: $\delta(A \cup B)$.

3) Si consideri la funzione $f(x) = \begin{cases} sen(\pi x) & \text{per } x < -2 \\ ax + b & \text{per } -2 \leq x \leq 2 \\ \sqrt{x} & \text{per } 2 < x \end{cases}$. Indica i valori dei parametri a e b che rendono la funzione continua in tutto l'insieme dei numeri reali.

4) Calcola i seguenti limiti: $\lim_{x \to \infty} (4x+3) \cdot sen\dfrac{1}{x+2}$; $\lim_{x \to +\infty} \left(\dfrac{2x^2+x+1}{3x^2+2x+3}\right)^x$.

5) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim_{x \to 3} (2x-5)$.

✓ Il compito è diviso in 5 esercizi che presentano tutti valutazione pari a 6, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 30; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 18 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico, tempo a disposizione 75 minuti.

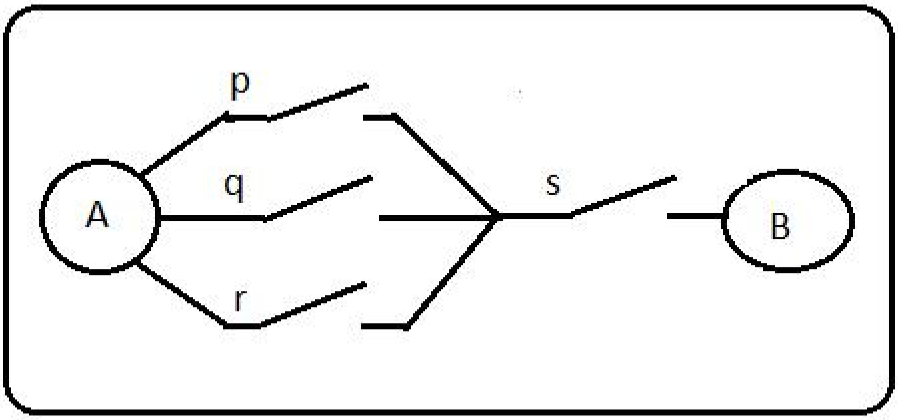
Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 14-15)

11 novembre 2014

Compito $\mathbb{F}$✓

1) Si vuole raggiungere il punto B partendo dal punto A secondo la mappa in basso, ogni proposizione p, q, r e s rappresenta un ponte levatoio che permette il transito solo se è abbassato, il ponte abbassato equivale alla proposizione vera, viceversa la proposizione è falsa quando il ponte è alzato. Esprimi tramite i connettivi logici e, o e non una condizione sufficiente che permette il transito da A a B. (NB non viene accettata la proposizione banale $p\ e\ q\ e\ r\ e\ s$ ottenuta dalla congiunzione logica delle quattro proposizioni)



2) Siano dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}: 5^{|x|} \geq 3\}$ e $B =]-\infty, 0[$. Indica l'interno dell'unione fra i due insiemi: $(\overset{\circ}{A \cup B})$, e la frontiera dell'intersezione dei due insiemi: $\delta(A \cap B)$.

3) Si consideri la funzione $f(x) = \begin{cases} cos(\pi x) & \text{per } x < -1 \\ ax + b & \text{per } -1 \leq x \leq 1 \\ 5^x & \text{per } 1 < x \end{cases}$. Indica i valori dei parametri a e b che rendono la funzione continua in tutto l'insieme dei numeri reali.

4) Calcola i seguenti limiti: $\lim_{x \to \infty} (x-2) \cdot sen \dfrac{1}{2x-1}$; $\lim_{x \to +\infty} \left(\dfrac{x^2+4x+1}{3x^2+2x+3} \right)^{-x}$.

5) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim_{x \to -2} (3x-3)$.

✓ Il compito è diviso in 5 esercizi che presentano tutti valutazione pari a 6, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 30; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 18 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico, tempo a disposizione 75 minuti.

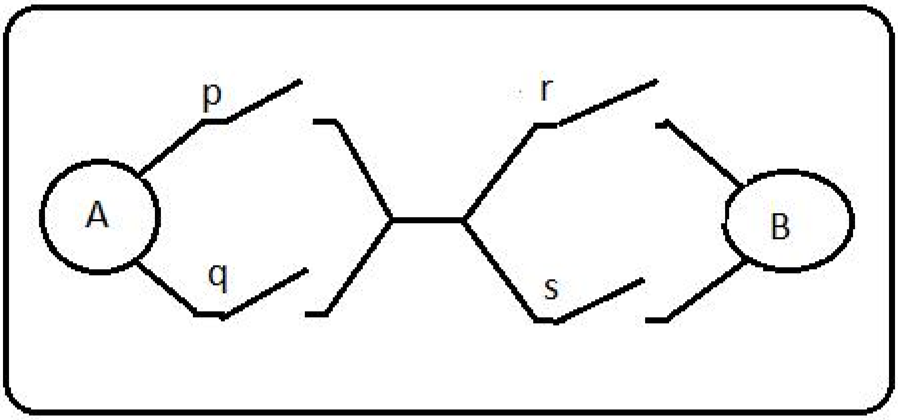
Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 14-15)

11 novembre 2014

Compito $\mathbb{G}$✓

1) Si vuole raggiungere il punto B partendo dal punto A secondo la mappa in basso, ogni proposizione p, q, r e s rappresenta un ponte levatoio che permette il transito solo se è abbassato, il ponte abbassato equivale alla proposizione vera, viceversa la proposizione è falsa quando il ponte è alzato. Esprimi tramite i connettivi logici e, o e non una condizione sufficiente che permette il transito da A a B. (NB non viene accettata la proposizione banale $p\ e\ q\ e\ r\ e\ s$ ottenuta dalla congiunzione logica delle quattro proposizioni)



2) Siano dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}: 4^{|x|} \leq 3\}$ e $B =]-\infty, 0]$. Indica il derivato dell'intersezione fra i due insiemi: $\mathcal{D}(A \cap B)$, e la frontiera dell'unione dei due insiemi: $\delta(A \cup B)$.

3) Si consideri la funzione $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x} & \text{per } x < -1 \\ ax + b & \text{per } -1 \leq x \leq 1 \\ x^2 - x & \text{per } 1 < x \end{cases}$. Indica i valori dei parametri a e b che rendono la funzione continua in tutto l'insieme dei numeri reali.

4) Calcola i seguenti limiti: $\lim_{x \to \infty} (2-x) \cdot sen\frac{1}{x+3}$; $\lim_{x \to -\infty} \left(\frac{2x^2+x+1}{x^2+6x+3}\right)^{-x}$.

5) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim_{x \to 6} (4x+2)$.

✓ Il compito è diviso in 5 esercizi che presentano tutti valutazione pari a 6, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 30; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 18 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico, tempo a disposizione 75 minuti.

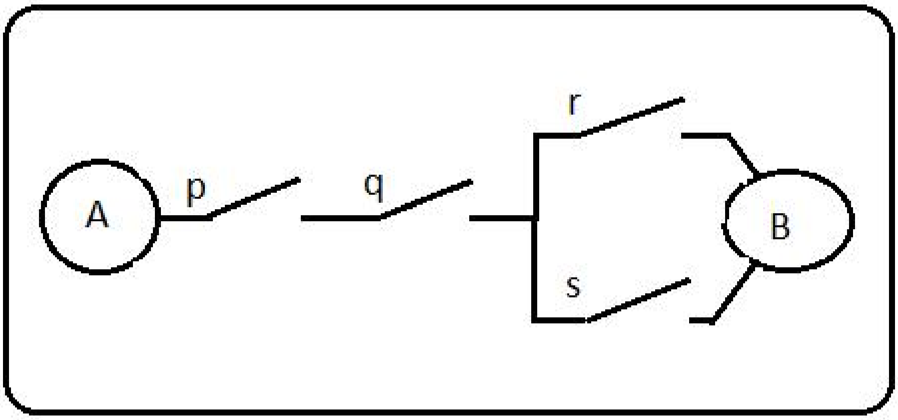
Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 14-15)

11 novembre 2014

Compito $\mathbb{H}$✓

1) Si vuole raggiungere il punto B partendo dal punto A secondo la mappa in basso, ogni proposizione p, q, r e s rappresenta un ponte levatoio che permette il transito solo se è abbassato, il ponte abbassato equivale alla proposizione vera, viceversa la proposizione è falsa quando il ponte è alzato. Esprimi tramite i connettivi logici e, o e non una condizione sufficiente che permette il transito da A a B. (NB non viene accettata la proposizione banale $p\ e\ q\ e\ r\ e\ s$ ottenuta dalla congiunzione logica delle quattro proposizioni)



2) Siano dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}: 4^{|x|} < 7\}$ e $B =]0, +\infty[$. Indica il derivato dell'unione fra i due insiemi: $\mathcal{D}(A \cup B)$, e la frontiera dell'intersezione dei due insiemi: $\delta(A \cap B)$.

3) Si consideri la funzione $f(x) = \begin{cases} 3^{-x} & \text{per } x < -2 \\ ax + b & \text{per } -2 \leq x \leq 2 \\ x^2 + x & \text{per } 2 < x \end{cases}$. Indica i valori dei parametri a e b che rendono la funzione continua in tutto l'insieme dei numeri reali.

4) Calcola i seguenti limiti: $\lim_{x \to \infty} (3 - 2x) \cdot sen \dfrac{1}{x+1}$; $\lim_{x \to -\infty} \left(\dfrac{2x^2 + x + 1}{5x^2 + 6x + 2} \right)^x$.

5) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim_{x \to 1} (6x + 8)$.

✓ Il compito è diviso in 5 esercizi che presentano tutti valutazione pari a 6, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 30; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 18 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico, tempo a disposizione 75 minuti.

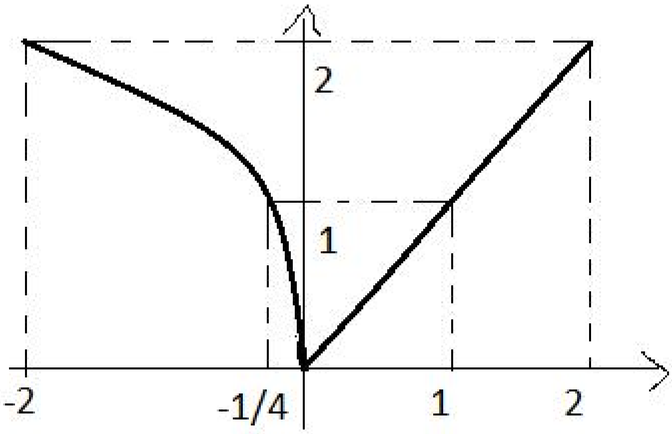
Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 14-15)

11 novembre 2014

Compito $\mathbb{I}$✓

1) Indica se la seguente proposizione composta: $\neg q \Rightarrow \big(p \Rightarrow (p\ e\ \neg q)\big)$ è una contraddizione, una tautologia, o ne l'una ne l'altra. (p e q sono proposizioni semplici)
2) Siano dati gli insiemi $A =]-\infty, -5[\cup [1, +\infty[$, $B = [0, 20[$ e $C =]-1, 6[$. Indica il derivato del complementare dell'unione fra i tre insiemi: $\mathcal{D}\big(\mathcal{C}(A \cup B \cup C)\big)$; e la frontiera dell'unione fra i complementari dei tre insiemi: $\delta\big(\mathcal{C}(A) \cup \mathcal{C}(B) \cup \mathcal{C}(C)\big)$.
3) Per la funzione f di dominio $[-2, 2]$ e codominio $[0, 2]$ il cui grafico è riportato in basso, indica l'immagine dell'intervallo $[0, 2]$: $f\big([0, 2]\big)$, la controimmagine dell'intervallo $[0, 1]$: $f^{-1}\big([0, 1]\big)$ e un intervallo in cui la sua restrizione sia invertibile.



4) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\dfrac{3x-1}{3x}\right)^x$; $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{arcsen(x+2x^2)}{arctg(x-x^2)}$.
5) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{1-2x}{x}$.

✓ Il compito è diviso in 5 esercizi che presentano tutti valutazione pari a 6, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 30; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 18 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico, tempo a disposizione 75 minuti.

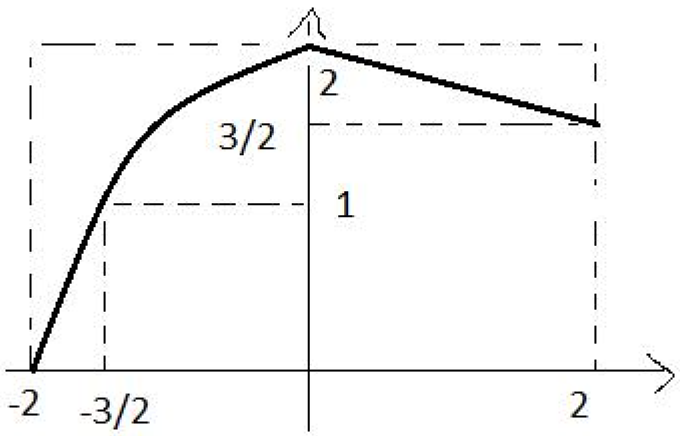
Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 14-15)

11 novembre 2014

Compito $\mathbb{J}$✓

1) Indica se la seguente proposizione composta: $\neg q \Rightarrow \left(p \Rightarrow (p\ o\ \neg q)\right)$ è una contraddizione, una tautologia, o ne l'una ne l'altra. (p e q sono proposizioni semplici)
2) Siano dati gli insiemi $A =]-\infty, -5[\cup [1, +\infty[$, $B = [0, 20[$ e $C =]-1, 6[$. Indica il derivato del complementare dell'intersezione fra i tre insiemi: $\mathcal{D}\left(\mathcal{C}(A \cap B \cap C)\right)$; e la frontiera dell'intersezione fra i complementari dei tre insiemi: $\delta\left(\mathcal{C}(A) \cap \mathcal{C}(B) \cap \mathcal{C}(C)\right)$.
3) Per la funzione f di dominio $[-2, 2]$ e codominio $[0, 2]$ il cui grafico è riportato in basso, indica l'immagine dell'intervallo $[0, 2]$: $f\left([0, 2]\right)$, la controimmagine dell'intervallo $[0, 1]$: $f^{-1}\left([0, 1]\right)$ e un intervallo in cui la sua restrizione sia invertibile.



4) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\dfrac{4x+1}{4x}\right)^x$; $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{arctg(3x + x^2)}{arcsen(x^2 - 2x)}$.
5) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{3 + x}{2x}$.

✓ Il compito è diviso in 5 esercizi che presentano tutti valutazione pari a 6, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 30; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 18 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico, tempo a disposizione 75 minuti.

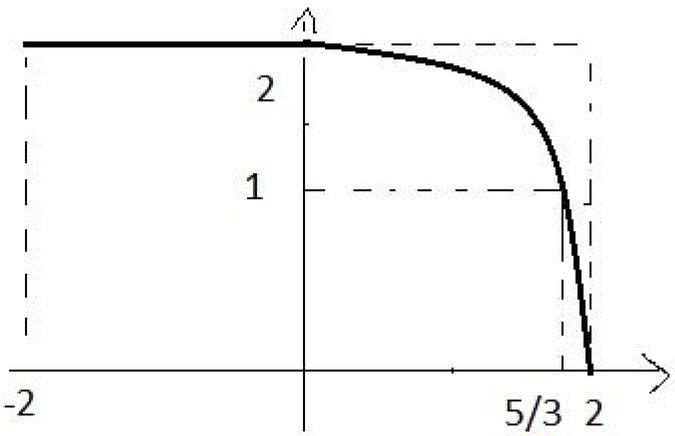
Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 14-15)

11 novembre 2014

Compito $\mathbb{K}$✓

1) Indica se la seguente proposizione composta: $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow \neg(q \ o \ \neg p)$ è una contraddizione, una tautologia, o ne l'una ne l'altra. (p e q sono proposizioni semplici)
2) Siano dati gli insiemi $A = [-3, 2]$, $B =]-\infty, -2] \cup [15, +\infty[$ e $C =]-6, 3]$. Indica il complementare del derivato dell'unione fra i tre insiemi: $\mathcal{C}\big(\mathcal{D}(A \cup B \cup C)\big)$; e la frontiera dell'intersezione fra i complementari dei tre insiemi: $\delta\big(\mathcal{C}(A) \cap \mathcal{C}(B) \cap \mathcal{C}(C)\big)$.
3) Per la funzione f di dominio $[-2, 2]$ e codominio $[0, 2]$ il cui grafico è riportato in basso, indica l'immagine dell'intervallo $[-2, 0]$: $f\big([-2, 0]\big)$, la controimmagine dell'intervallo $[1, 2]$: $f^{-1}\big([1, 2]\big)$ e un intervallo in cui la sua restrizione sia invertibile.



4) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\dfrac{2x+4}{2x}\right)^{x}$; $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{arcsen(x^3 + 2x^2)}{sen(x^4 + 5x^2)}$.
5) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{6x - 1}{x}$.

✓ Il compito è diviso in 5 esercizi che presentano tutti valutazione pari a 6, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 30; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 18 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico, tempo a disposizione 75 minuti.

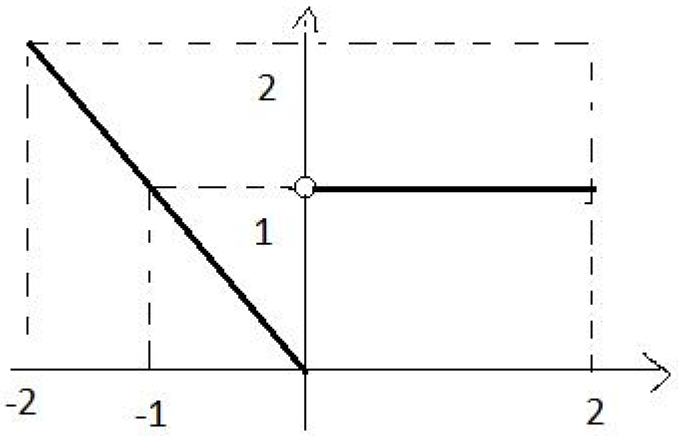
Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 14-15)

11 novembre 2014

Compito $\mathbb{L}$✓

1) Indica se la seguente proposizione composta: $p \Rightarrow \big(\neg q \Rightarrow \neg(p \Rightarrow q)\big)$ è una contraddizione, una tautologia, o ne l'una ne l'altra. (p e q sono proposizioni semplici)
2) Siano dati gli insiemi $A = [-3,2]$, $B =]-\infty, -2] \cup [15, +\infty[$ e $C =]-6,3]$. Indica il complementare del derivato dell'intersezione fra i tre insiemi: $\mathcal{C}\big(\mathcal{D}(A \cap B \cap C)\big)$; e la frontiera dell'unione fra i complementari dei tre insiemi: $\delta\big(\mathcal{C}(A) \cup \mathcal{C}(B) \cup \mathcal{C}(C)\big)$.
3) Per la funzione f di dominio $[-2,2]$ e codominio $[0,2]$ il cui grafico è riportato in basso, indica l'immagine dell'intervallo $[-2,0]$: $f\big([-2,0]\big)$, la controimmagine dell'intervallo $[1,2]$: $f^{-1}\big([1,2]\big)$ e un intervallo in cui la sua restrizione sia invertibile.



4) Calcola i seguenti limiti: $\lim_{x \to \infty} \left(\frac{10x-7}{10x}\right)^x$; $\lim_{x \to 0} \frac{tg(x^4-3x)}{arctg(x+4x^2)}$.
5) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim_{x \to \infty} \frac{x-3}{4x}$.

✓ Il compito è diviso in 5 esercizi che presentano tutti valutazione pari a 6, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 30; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 18 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico, tempo a disposizione 75 minuti.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 14-15)

20 gennaio 2015

Compito $\mathbb{A}$✓

1) (6 punti) Siano date le tre forme proposizionali:
p: tutti i triangoli hanno tre lati;
q: esiste almeno un numero naturale multiplo di 3 che è pari;
r: dati $x \in \mathbb{N}$ e $y \in \mathbb{N}$, $x \cdot y$ è un numero dispari.
Dopo aver indicato se le forme proposizionali proposte sono vere, false o a volte vere e a volte false; costruisci la tavola di verità della proposizione $\neg(q\ e\ r) \Leftrightarrow (\neg q\ o\ p)$, considerando solo i valori di verità e falsità che hai prima indicato.

2) (6 punti) Quanti sono gli anagrammi anche privi di senso della parola $MARGINE$? E quanti quelli della parola $MARGINATURA$?

3) (8 punti) Sia date le funzioni $f(x) = 3^{2-x}$, $g(x) = \sqrt{4-x}$ e $h(x) = \log_6(3x+1)$. Indica le espressioni delle funzioni composte $g(h(x))$ e $h(f(g(x)))$ e l'espressione dell'inversa della funzione composta $g\left(\frac{1}{f(x)}\right)$.

4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim_{x \to 0} \frac{e^{x^2 \cdot \log x} - 1}{x^3}$; $\lim_{x \to \infty} \left(\frac{x^2 - 3x}{x^2}\right)^{-x}$.

5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = e^{x^2} - 5x^2$. (non è richiesto lo studio della derivata seconda, la funzione presenta due punti di flesso)

6) (8 punti) Calcola $\int \frac{3x-2}{x^2+2x-3}\, dx$.

7) (6 punti) Tramite la formula del differenziale calcola un valore approssimato di $\sqrt[4]{81.2}$.

8) (8 punti) Determina l'espressione del piano tangente alla superficie $z = ye^{2x-3y} + 5x$ nel punto di coordinate $P(0,1)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 14-15)

20 gennaio 2015

Compito $\mathbb{B}$✓

1) (6 punti) Siano date le tre forme proposizionali:
p: dato $x \in \mathbb{N}, 3x$ è un numero pari;
q: esiste almeno una coppia (x, y) di numeri naturali tale che $x \cdot y$ è dispari;
r: tutti i triangoli hanno più di tre lati.
Dopo aver indicato se le forme proposizionali proposte sono vere, false o a volte vere e a volte false; costruisci la tavola di verità della proposizione $(\neg q \ e \ r) \Rightarrow (q \ o \ \neg p)$, considerando solo i valori di verità e falsità che hai prima indicato.

2) (6 punti) Quanti sono gli anagrammi anche privi di senso della parola $GRADO$? E quanti quelli della parola $GRADINATURA$?

3) (8 punti) Sia date le funzioni $f(x) = \sqrt{3+x}$, $g(x) = 2^{4-x}$ e $h(x) = \log_2(1-x)$. Indica le espressioni delle funzioni composte $g(h(x))$ e $h(g(f(x)))$ e l'espressione dell'inversa della funzione composta $g\left(\dfrac{1}{f(x)}\right)$.

4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{x^3 \cdot \log x} - 1}{x^2}$; $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\dfrac{x^2 + 5x}{x^2}\right)^{2x}$.

5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = e^{x^2} - 3x^2$. (non è richiesto lo studio della derivata seconda, la funzione presenta due punti di flesso)

6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int \frac{2x+3}{x^2 - 7x + 10}\, dx$.

7) (6 punti) Tramite la formula del differenziale calcola un valore approssimato di $\sqrt[4]{16.01}$.

8) (8 punti) Determina l'espressione del piano tangente alla superficie $z = xe^{x+3y} - 2y$ nel punto di coordinate $P(0, -1)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 14-15)

20 gennaio 2015

Compito $\mathbb{C}$✓

1) (6 punti) Siano date le tre forme proposizionali:
   p: dati $x \in \mathbb{N}$ e $y \in \mathbb{N}$, risulta $x + y = 0$;
   q: esiste almeno un naturale multiplo di 4 che è dispari;
   r: esiste almeno un rettangolo che ha i lati tutti uguali.
   Dopo aver indicato se le forme proposizionali proposte sono vere, false o a volte vere e a volte false; costruisci la tavola di verità della proposizione $\neg(q\ o\ r) \Rightarrow (q \ \Rightarrow \ \neg p)$, considerando solo i valori di verità e falsità che hai prima indicato.
2) (6 punti) Quanti sono gli anagrammi anche privi di senso della parola $STORIA$? E quanti quelli della parola $STORICISTICO$?
3) (8 punti) Sia date le funzioni $f(x) = 1 - \log_3(2x)$, $g(x) = e^{1-x}$ e $h(x) = \cos(8 + x)$. Indica le espressioni delle funzioni composte $g(h(x))$ e $h(f(g(x)))$ e l'espressione dell'inversa della funzione composta $f\left(\dfrac{1}{g(x)}\right)$.
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{x \cdot \log^2 x} - 1}{x^4}$; $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\dfrac{x^3 + 6x^2}{x^3}\right)^x$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = e^{4x^2} - 8x^2$. (non è richiesto lo studio della derivata seconda, la funzione presenta due punti di flesso)
6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int \frac{x+6}{x^2 + 5x + 6}\, dx$.
7) (6 punti) Tramite la formula del differenziale calcola un valore approssimato di $\sqrt[3]{8.02}$.
8) (8 punti) Determina l'espressione del piano tangente alla superficie $z = 3y - xe^{2y+7x}$ nel punto di coordinate $P(-1, 0)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 14-15)

20 gennaio 2015

Compito $\mathbb{D}$✓

1) (6 punti) Siano date le tre forme proposizionali:
p: per ogni coppia (x, y) di numeri naturali, risulta $x - y = 0$;
q: dati $x \in \mathbb{N}$ e $y \in \mathbb{N}$, risulta $3x + 2y = 2$;
r: ogni naturale multiplo di 10 è un numero pari.
Dopo aver indicato se le forme proposizionali proposte sono vere, false o a volte vere e a volte false; costruisci la tavola di verità della proposizione $(q \Leftrightarrow \neg r)\ o\ (\neg p \Leftrightarrow r)$, considerando solo i valori di verità e falsità che hai prima indicato.

2) (6 punti) Quanti sono gli anagrammi anche privi di senso della parola $CAMERINO$? E quanti quelli della parola $CAMERETTA$?

3) (8 punti) Sia date le funzioni $f(x) = 1 - \log_2(4 + x)$, $g(x) = e^x$ e $h(x) = \cos(8 - x)$. Indica le espressioni delle funzioni composte $g(f(x))$ e $f(h(g(x)))$ e l'espressione dell'inversa della funzione composta $f\left(\frac{1}{g(x)}\right)$.

4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim_{x \to 0} \frac{e^{x \cdot \log^3 x} - 1}{x}$; $\lim_{x \to \infty} \left(\frac{x^3 - 6x}{x^3}\right)^{-x^2}$.

5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = e^{2x^2} - 4x^2$. (non è richiesto lo studio della derivata seconda, la funzione presenta due punti di flesso)

6) (8 punti) Calcola $\int \frac{6x - 1}{x^2 + x - 6}\, dx$.

7) (6 punti) Tramite la formula del differenziale calcola un valore approssimato di $\sqrt[3]{27.1}$.

8) (8 punti) Determina l'espressione del piano tangente alla superficie $z = 3 - xye^{-2y}$ nel punto di coordinate $P(1, 0)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 14-15)

20 febbraio 2015

Compito $\mathbb{A}$✓

1) (6 punti) Siano date le tre proposizioni semplici p, q e r; se la proposizione composta $p \Rightarrow (q\ e\ r)$ è falsa, possiamo concludere con certezza che la proposizione composta $(p\ o\ q) \Rightarrow r$ è falsa? (giustificare la risposta)
2) (7 punti) Siano dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}: |x| \geq 4\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R}: 3^x < \sqrt[5]{9}\}$. Dopo aver determinato gli insiemi $A \cup B$ e $A \cap B$, calcola la frontiera dell'unione fra A ed il complementare di B ($\delta(A \cup C(B))$) e la frontiera dell'intersezione fra il complementare di A e B ($\delta(C(A) \cap B)$).
3) (7 punti) Si consideri la funzione a valori reali di espressione $f(x) = \begin{cases} -3+x & \text{per } x \leq a \\ 1-x & \text{per } a < x < b \\ -6+x & \text{per } b \leq x \end{cases}$. Indica i valori dei parametri a e b che rendono la funzione continua in tutto l'insieme dei numeri reali.
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{sen(-x) + arctg\,4x}{x}$; $\lim\limits_{x \to \infty} 4x\,log\left(1 - \dfrac{1}{x}\right)$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = \sqrt{2^{\frac{1}{x}} - 8}$. (non è richiesto lo studio della derivata seconda, la funzione presenta un unico punto di flesso)
6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int_0^{2\pi} (x \cdot cos\,3x)\,dx$.
7) (6 punti) Determina la matrice X tale per cui risulta $A \cdot X = B^T \cdot A^T$, dove A e B sono le matrici $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ e con A^T e B^T si indicano le trasposte di A e B.
8) (8 punti) Determina l'espressione del piano tangente alla superficie $z = e^{2x-y} + 3x^2 + 4y$ nel punto di coordinate $P(1,2)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 14-15)

20 febbraio 2015

Compito $\mathbb{B}$✓

1) (6 punti) Siano date le tre proposizioni semplici p, q e r; se la proposizione composta $p \Rightarrow (q\ o\ r)$ è vera, possiamo concludere con certezza che la proposizione composta $(p\ o\ q) \Rightarrow r$ è vera? (giustificare la risposta)

2) (7 punti) Siano dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}: |x| < 4\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R}: 4^x < \sqrt[6]{16}\}$. Dopo aver determinato gli insiemi $A \cup B$ e $A \cap B$, calcola la frontiera dell'unione fra A ed il complementare di B ($\delta(A \cup C(B))$) e la frontiera dell'intersezione fra il complementare di A e B ($\delta(C(A) \cap B)$).

3) (7 punti) Si consideri la funzione a valori reali di espressione

$$f(x) = \begin{cases} -1-x & \text{per } x \le a \\ 4+x & \text{per } a < x < b \\ 5-x & \text{per } b \le x \end{cases}$$

. Indica i valori dei parametri a e b che rendono la funzione continua in tutto l'insieme dei numeri reali.

4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim_{x \to 0} \frac{log(1+3x) - arcsen(-x)}{x}$; $\lim_{x \to \infty} 3x\, log\left(1+\frac{1}{x}\right)$.

5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = \sqrt{3^{-\frac{1}{x}} - 3}$. (non è richiesto lo studio della derivata seconda, la funzione presenta un unico punto di flesso)

6) (8 punti) Calcola $\int_0^{\pi} (x \cdot sen\, 3x)\, dx$.

7) (6 punti) Determina la matrice X tale per cui risulta $A \cdot X = B \cdot A^T$, dove A e B sono le matrici $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ e con A^T si indica la trasposta di A.

8) (8 punti) Determina l'espressione del piano tangente alla superficie $z = e^{x-3y} - 2x + 3y^2$ nel punto di coordinate $P(3, 1)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 14-15)

20 febbraio 2015

Compito $\mathbb{C}$✓

1) (6 punti) Siano date le tre proposizioni semplici p, q e r; se la proposizione composta $p \Rightarrow (q\ e\ r)$ è vera, possiamo concludere con certezza che la proposizione composta $(p\ e\ q) \Rightarrow r$ è falsa? (giustificare la risposta)
2) (7 punti) Siano dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}\colon |x| \leq 2\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R}\colon 5^x \geq \sqrt[3]{25}\}$. Dopo aver determinato gli insiemi $A \cup B$ e $A \cap B$, calcola la frontiera dell'intersezione fra A ed il complementare di B ($\delta(A \cap C(B))$) e la frontiera dell'unione fra il complementare di A e B ($\delta(C(A) \cup B)$).
3) (7 punti) Si consideri la funzione a valori reali di espressione $f(x) = \begin{cases} 4 + x & \text{per } x \leq a \\ 2 - x & \text{per } a < x < b \\ -2 + x & \text{per } b \leq x \end{cases}$. Indica i valori dei parametri a e b che rendono la funzione continua in tutto l'insieme dei numeri reali.
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{tg\, x - arcsen\, 3x}{x}$; $\lim\limits_{x \to \infty} x \log\left(1 + \dfrac{5}{x}\right)$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = \sqrt{3^{\frac{1}{x}} - 27}$. (non è richiesto lo studio della derivata seconda, la funzione presenta un unico punto di flesso)
6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int_0^{\pi} (x \cdot cos\, 2x)\, dx$.
7) (6 punti) Determina la matrice X tale per cui risulta $A \cdot X = B \cdot A$, dove A e B sono le matrici $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$.
8) (8 punti) Determina l'espressione del piano tangente alla superficie $z = e^{2x - y^2} + 2x - 4y$ nel punto di coordinate $P(2, 2)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 14-15)

20 febbraio 2015

Compito $\mathbb{D}$[✓]

1) (6 punti) Siano date le tre proposizioni semplici p, q e r; se la proposizione composta $p \Rightarrow (q\ o\ r)$ è falsa, possiamo concludere con certezza che la proposizione composta $(p\ e\ q) \Rightarrow r$ è vera? (giustificare la risposta)
2) (7 punti) Siano dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}: |x| > 2\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R}: 2^x \geq \sqrt[3]{32}\}$. Dopo aver determinato gli insiemi $A \cup B$ e $A \cap B$, calcola la frontiera dell'intersezione fra A ed il complementare di B ($\delta(A \cap C(B))$) e la frontiera dell'unione fra il complementare di A e B ($\delta(C(A) \cup B)$).
3) (7 punti) Si consideri la funzione a valori reali di espressione $f(x) = \begin{cases} -3-x & \text{per } x \leq a \\ 2+x & \text{per } a < x < b \\ 3-x & \text{per } b \leq x \end{cases}$. Indica i valori dei parametri a e b che rendono la funzione continua in tutto l'insieme dei numeri reali.
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim_{x \to 0} \dfrac{sen\,4x - log(1-x)}{x}$; $\lim_{x \to \infty} x\,log\left(1 - \dfrac{3}{x}\right)$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = \sqrt{2^{-\frac{1}{x}} - 4}$. (non è richiesto lo studio della derivata seconda, la funzione presenta un unico punto di flesso)
6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int_0^{2\pi} (x \cdot sen\,2x)\,dx$.
7) (6 punti) Determina la matrice X tale per cui risulta $A \cdot X = B^T \cdot A$, dove A e B sono le matrici $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ e con B^T si indica la trasposta di B.
8) (8 punti) Determina l'espressione del piano tangente alla superficie $z = e^{2x^2 - 8y} - x - 4y$ nel punto di coordinate $P(2,1)$.

[✓] Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 14-15)

28 marzo 2015

Compito Unico✓

1) (7 punti) Siano A e B due intervalli di numeri reali con $A \cup B = [-2, 5]$ ed $A \cap B = [3, 4]$. Indicare una possibile coppia di intervalli A e B.
2) (7 punti) In una classe composta da 12 studenti maschi e 8 studentesse femmine, l'insegnante di educazione fisica deve comporre due squadre di pallavolo, una femminile ed una maschile, per il torneo studentesco. Quante squadre distinte maschili e quante femminili può formare? (ogni squadra di pallavolo è composta da sei atleti)
3) (7 punti) Si consideri la funzione $f(x) = cos\, x$, sapendo che la funzione composta $f(g(x)) = cos(log\, x)$, determinare l'espressione della funzione $g(x)$ e calcolare l'espressione delle funzioni composte $g\left(\dfrac{1}{g(x)}\right)$ e $g\left(e^{f(x)}\right)$.
4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{e^x + x^2 + sen\, x}{e^x + x^3 + cos\, x}$; $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{sen\, x + sen\, 3x}{x}$.
5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione $y = log\left(1 + \sqrt{x}\right)$.
6) (8 punti) Calcolare $\displaystyle\int_0^3 x e^{3-x}\, dx$.
7) (7 punti) Verificare che alla funzione di equazione $y = x + sen\, x$ è applicabile il Teorema di Lagrange nell'intervallo $[0, \pi]$ e determinare il valore che soddisfa il Teorema.

8) (6 punti) Determinare eventuali punti di massimo o minimo della funzione $f(x, y) = 3x^2 + 2y^2 + 16y$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 14-15)

3 giugno 2015

Compito unico✓

1) (7 punti) Siano dati tre insiemi A, B e C; se $A \cap B \subseteq C$ e $A \cap \mathcal{C}(C) \subseteq B$ possiamo concludere con certezza che $A \subseteq C$? (con $\mathcal{C}(C)$ indichiamo il complementare di C)
2) (6 punti) Quanti sono i numeri pari di sei cifre? E quanti sono i numeri pari di sei cifre che presentano una ed una sola volta la cifra 3?
3) (7 punti) Sia data la funzione di equazione $y = ax + b + \dfrac{c}{x^2 + x + 1}$. Sapendo che essa presenta un asintoto obliquo di equazione $y = 2x$ ed ha punto di intersezione con l'asse delle ascisse in $(1, 0)$; determina i valori dei parametri a, b e c.
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{3tg\,x} - 1}{arctg(sen\,2x)}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} e^{\frac{e^{-x}+x^3}{e^x - x^2}}$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = e^{x+\sqrt{x}}$, sapendo che essa presenta un unico punto di flesso.
6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int \frac{arctg\,2x}{1+4x^2}\,dx$.
7) (6 punti) Tramite la formula del differenziale determina un valore approssimato di $log\left(1 + \dfrac{1}{12}\right)$. (Si deve riportare la procedura del differenziale completa e non solo il risultato finale che può essere ottenuto anche tramite l'utilizzo della calcolatrice)
8) (8 punti) La funzione $f(x, y) = ax^3y + by^2 + 2x$ presenta vettore gradiente in $(1, 1)$ pari a $(29, 25)$, $\nabla f(1, 1) = (29, 25)$. Calcola i valori dei parametri a e b e determina la natura dei punti critici della funzione.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 14-15)

4 luglio 2015

Compito unico✓

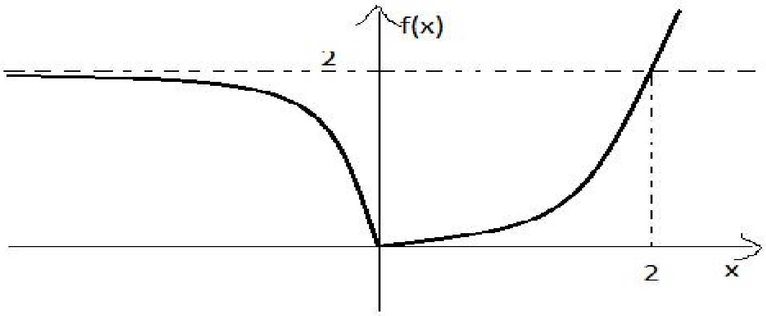
1) (6 punti) Siano date le due proposizioni semplici p e q, nell'ipotesi che la proposizione composta $p\ e\ q$ sia sempre falsa, costruisci la tavola di verità della proposizione composta $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (p\ o\ q)$.
2) (7 punti) Siano $\mathbb{A}$ e $\mathbb{B}$ due intervalli disgiunti di numeri reali tali che $\mathcal{C}(\mathbb{A}) =]-\infty,\ -2[\cup [3,\ +\infty[$ e $\mathcal{C}(\mathbb{A} \cup \mathbb{B}) =]-\infty,\ -2[\cup [3, \pi[\cup]3\pi,\ +\infty[$. Determina gli intervalli $\mathbb{A}$ e $\mathbb{B}$ e la frontiera ed il derivato dell'insieme $\mathcal{C}(\mathbb{A}) \cap\ \mathcal{C}(\mathbb{B})$. (Con $\mathcal{C}(\mathbb{I})$ indichiamo il complementare dell'insieme $\mathbb{I}$)
3) (7 punti) Si disegni sul piano cartesiano il grafico di una funzione f che soddisfi le seguenti caratteristiche:
   i) f è continua su tutto l'insieme dei numeri reali;
   ii) f presenta asintoto orizzontale sia a destra che a sinistra di equazione $y = 0$;
   iii) f ha massimo assoluto nel punto di coordinate $M(0, 1)$;
   $iiii$) M è punto di cuspide per il grafico di f.
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{1 + sen^2 x} - 1}{1 - cos\, x}$;
   $\lim\limits_{x \to +\infty} x \cdot sen\dfrac{1}{x} \cdot cos\dfrac{1}{x}$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione
   $y = log\, x^2 - log(x - 1)$.
6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int (x^2 + 1)e^{-x}\, dx$.
7) (7 punti) Determina l'espressione del polinomio di MacLaurin di quarto grado della funzione $f(x) = sen\, x \cdot e^{2x^2} + cos\, x$.
8) (7 punti) Studia la natura dei punti critici della funzione
   $f(x, y) = 12x^3 - xy^2 + 12y$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 14-15)
7 settembre 2015
Compito unico✓

1) (7 punti) Siano date tre proposizioni semplici p, q e r; per le tre proposizioni valgono le seguenti condizioni:
   i) p e q non possono essere contemporaneamente vere;
   ii) p, q e r non possono essere contemporaneamente tutte e tre false;
   iii) se q è falsa allora anche r è falsa.
   Sotto le condizioni sopra riportate determina la verità o falsità della proposizione composta: $\neg(q \ e \ \neg r) \Rightarrow (p \ o \ q)$.
2) (7 punti) Un insegnante di educazione fisica deve formare la squadra di classe per il torneo studentesco di basket misto (5 atleti per squadra), la classe è composta da 12 maschi e 8 femmine. Quante squadre distinte può formare se ogni squadra deve essere composta esattamente da 3 maschi e 2 femmine? E quante squadre distinte può formare se ogni squadra deve essere composta da almeno due maschi ed almeno due femmine?
3) (6 punti) Si consideri la funzione f definita su tutti i numeri reali il cui grafico è riportato qui sotto. Determina l'immagine dell'insieme $]-\infty, 0]$, $f(]-\infty, 0])$ e la controimmagine dell'insieme $[0, 2]$, $f^{-1}([0, 2])$.



4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{1 + sen\,x} - \sqrt{1 - sen\,x}}{2x}$;
   $\lim_{x \to +\infty} \dfrac{1 + e^{e^x}}{e^{x + e^x}}$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = e^{1 - e^x}$.
6) (8 punti) Sia a un numero reale positivo, se $\displaystyle\int_0^a x \, dx = \int_0^a x^2 \, dx$; quale è il valore di a?
7) (7 punti) Siano date le matrici $\mathbb{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ e $\mathbb{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. Si determini una possibile matrice non nulla $\mathbb{X}$ tale che risulti verificata l'uguaglianza $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X} = \mathbb{X} \cdot (\mathbb{A}^T + \mathbb{I})$.
8) (7 punti) Si calcolino le derivate parziali della funzione
   $f(x, y, z) = xyz^3 - sen(xz^2)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 14-15)
22 settembre 2015
Compito unico✓

1) (7 punti) Siano dati tre insiemi A, B e C; se risulta $A \cap \mathcal{C}(B) = \emptyset$ e $C \cap \mathcal{C}(A \cup B) = \emptyset$; possiamo concludere con certezza che $(A \cap C) \subseteq B$? (Argomentare la risposta - Con $\mathcal{C}(\mathbb{I})$ indichiamo il complementare dell'insieme $\mathbb{I}$)

2) (7 punti) Quanti sono gli anagrammi anche privi di senso della parola *MARITO*, e quanti sono quelli della parola *MATEMATICA*?

3) (6 punti) Si disegni il grafico di una funzione $f$che presenta le seguenti caratteristiche:
 i) asintoto obliquo completo di equazione $y = x - 1$;
 ii) asintoto verticale di equazione $x = 0$;
 iii) punto di minimo relativo in $m(1,1)$.

4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\underset{x \to 0}{lim} \dfrac{e^{e^x - 1} - 1}{x}$; $\underset{x \to 0}{lim} \dfrac{2^x + sen\, x - 1}{x}$.

5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = e^{\frac{e^x}{x}}$, sapendo che presenta un unico punto di flesso di ascissa negativa. (***NOTA BENE***, non sono richiesti nè il calcolo nè lo studio della derivata seconda).

6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int_1^e \left(3x + sen\, x + \frac{1}{2x}\right) dx$.

7) (7 punti) Siano date le due funzioni di equazioni $y = e^{3x} - 3$ e $y = 2e^{2x}$. Per un unico valore in ascissa x_0 le due funzioni presentano rette tangenti parallele. Determina tale valore x_0 e in tale punto calcola l'equazione della retta tangente per una delle due funzioni a tua scelta.

8) (7 punti) Si determini la natura dei punti critici della funzione
 $f(x, y) = 2x^3 - y^2 - 6x$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 14-15)
10 ottobre 2015

Compito unico✓

1) (6 punti) Siano dati tre insiemi A, B e C; se risulta $(A \cap B) \subseteq C$ e $\mathcal{C}(A \cup C) \subseteq \mathcal{C}(B)$; possiamo concludere con certezza che $B \subseteq C$? (Argomentare la risposta - Con $\mathcal{C}(\mathbb{I})$ indichiamo il complementare dell'insieme $\mathbb{I}$)

2) (6 punti) Indichiamo con $\mathbb{C}_{n,k}$ il numero di combinazioni semplici di n oggetti presi k a k. Se $\mathbb{C}_{n,4} = \mathbb{C}_{n,7}$, quale è il valore di n?

3) (8 punti) Siano date le funzioni $f(x) = \sqrt{x}$ e $g(x) = \dfrac{1-x}{1+x}$; determina le espressioni delle funzioni composte $f(g(x))$ e $g(f(x))$, e per una a tua scelta fra le due composte calcola l'espressione della sua funzione inversa.

4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x}{sen(sen\, x)}$; $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{e^{e^x - x}}{x}$.

5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = e^{x + log x}$.

6) (8 punti) Determina il valore $a \in \,]0,3[$ tale che $\displaystyle\int_0^a (2x+1)\, dx = \int_a^3 (2x+1)\, dx$.

7) (7 punti) Sia data la matrice $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$; determina i vettori $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ a modulo unitario e tali che $X^T A X = 0$.

8) (7 punti) Si calcolino le derivate parziali della funzione $f(x,y,z) = \dfrac{x-z}{xyz}$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.