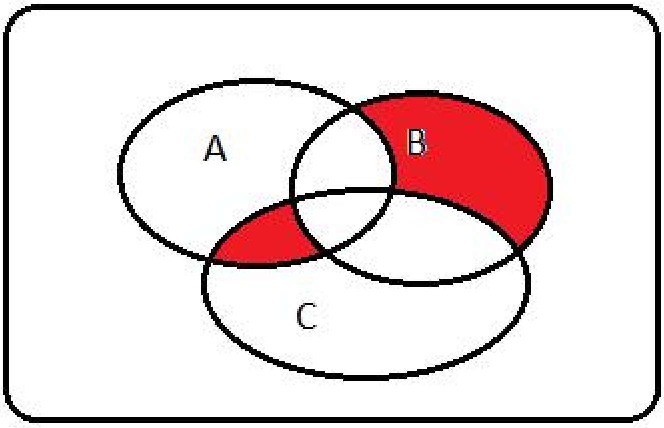
Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 15-16)

11 novembre 2015

Compito $\mathbb{A}$✓

1) Esprimi tramite le operazioni insiemistiche di unione, intersezione e complementare sugli insiemi A, B e C, l'insieme evidenziato in rosso nella figura che segue.



2) Si determini il valore di n che soddisfa la seguente condizione:
$$\frac{(n-5)!-(n-6)!}{(n-6)!-(n-7)!}=4\,.$$

3) Siano date le funzioni $f(x)=\begin{cases}-3 & \text{per } x\leq -2\\ 0 & \text{per } -2<x<2\\ 3 & \text{per } 2\leq x\end{cases}$ e

$g(x)=\begin{cases}5 & \text{per } x\leq -1\\ 0 & \text{per } -1<x<1\\ -5 & \text{per } 1\leq x\end{cases}$. Determina l'espressioni delle funzioni composte: $f(g(x))$ e $f(f(x))$.

4) Calcola i seguenti limiti: $\lim_{x\to 0}\frac{sen(1-cos\,x)}{x^2}$; $\lim_{x\to -\infty}\frac{1+x+2x^2}{x-2x^2+x^3}$.

5) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim_{x\to 3}(5x-11)$.

✓ Il compito è diviso in 5 esercizi che presentano tutti valutazione pari a 6, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 30; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 18 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico, tempo a disposizione 80 minuti.

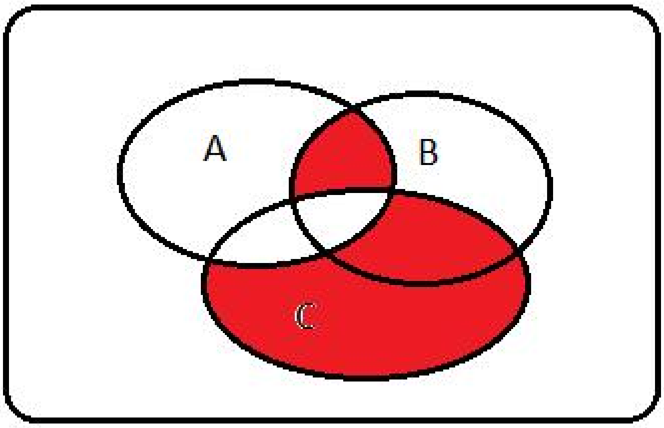
Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 15-16)

11 novembre 2015

Compito $\mathbb{B}$✓

1) Esprimi tramite le operazioni insiemistiche di unione, intersezione e complementare sugli insiemi A, B e C, l'insieme evidenziato in rosso nella figura che segue.



2) Si determini il valore di n che soddisfa la seguente condizione:
$$\frac{(n-7)!-(n-8)!}{(n-8)!-(n-9)!}=4\,.$$

3) Siano date le funzioni $f(x)=\begin{cases} -3 & \text{per } x\leq -2 \\ 0 & \text{per } -2<x<2 \\ 3 & \text{per } 2\leq x \end{cases}$ e

$g(x)=\begin{cases} 5 & \text{per } x\leq -1 \\ 0 & \text{per } -1<x<1 \\ -5 & \text{per } 1\leq x \end{cases}$. Determina l'espressioni delle funzioni composte: $g(f(x))$ e $g(g(x))$.

4) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-cos(senx)}{x^2}$; $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1-x+2x^4}{3-2x^2+x^4}$.

5) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim\limits_{x\to -3}(5x+11)$.

✓ Il compito è diviso in 5 esercizi che presentano tutti valutazione pari a 6, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 30; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 18 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico, tempo a disposizione 80 minuti.

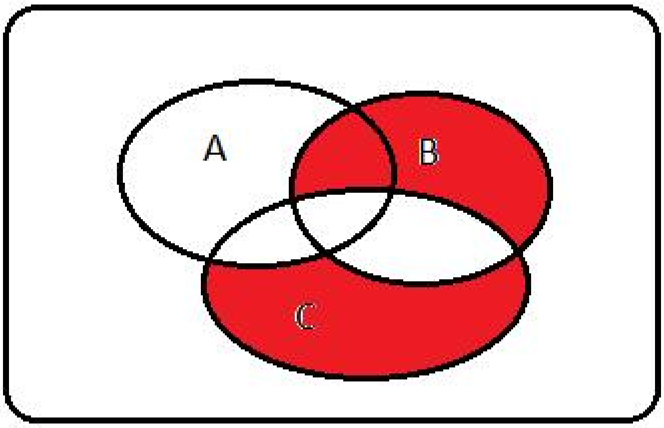
Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 15-16)

11 novembre 2015

Compito $\mathbb{C}$✓

1) Esprimi tramite le operazioni insiemistiche di unione, intersezione e complementare sugli insiemi A, B e C, l'insieme evidenziato in rosso nella figura che segue.



2) Si determini il valore di n che soddisfa la seguente condizione:
$$\frac{(n-3)!-(n-4)!}{(n-4)!-(n-5)!}=4\,.$$

3) Siano date le funzioni $f(x)=\begin{cases}-1 & \text{per } x\leq -4\\ 0 & \text{per } -4<x<4\\ 3 & \text{per } 4\leq x\end{cases}$ e

$g(x)=\begin{cases}4 & \text{per } x\leq -1\\ 0 & \text{per } -1<x<1\\ -6 & \text{per } 1\leq x\end{cases}$. Determina l'espressioni delle funzioni composte: $f(g(x))$ e $g(g(x))$.

4) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{sen(log(1+x))}{x}$; $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{3x^5+x^3-2}{x^3-2x+6}$.

5) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim\limits_{x\to 1}(3x-13)$.

✓ Il compito è diviso in 5 esercizi che presentano tutti valutazione pari a 6, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 30; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 18 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico, tempo a disposizione 80 minuti.

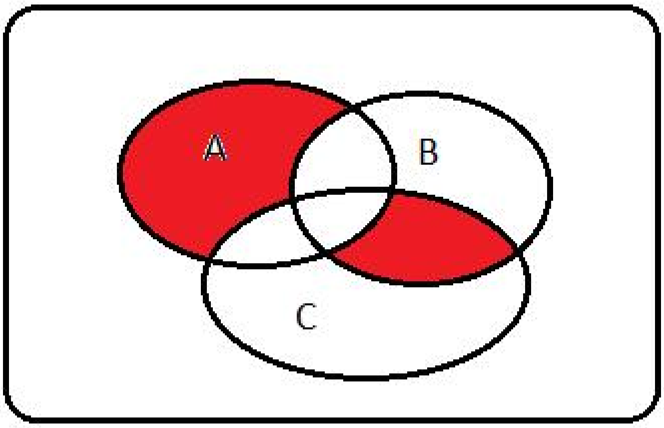
Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 15-16)

11 novembre 2015

Compito $\mathbb{D}$✓

1) Esprimi tramite le operazioni insiemistiche di unione, intersezione e complementare sugli insiemi A, B e C, l'insieme evidenziato in rosso nella figura che segue.



2) Si determini il valore di n che soddisfa la seguente condizione:
$$\frac{(n-1)!-(n-2)!}{(n-2)!-(n-3)!}=4\,.$$

3) Siano date le funzioni $f(x)=\begin{cases}-1 & \text{per } x\le -4\\ 0 & \text{per } -4<x<4\\ 3 & \text{per } 4\le x\end{cases}$ e

$g(x)=\begin{cases}4 & \text{per } x\le -1\\ 0 & \text{per } -1<x<1\\ -6 & \text{per } 1\le x\end{cases}$. Determina l'espressioni delle funzioni composte: $g(f(x))$ e $f(f(x))$.

4) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{log(1+sen\,x)}{x}$; $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{2x^4+x^3-2}{5x^3-2x^2+6}$.

5) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim\limits_{x\to -1}(3x+5)$.

✓ Il compito è diviso in 5 esercizi che presentano tutti valutazione pari a 6, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 30; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 18 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico, tempo a disposizione 80 minuti.

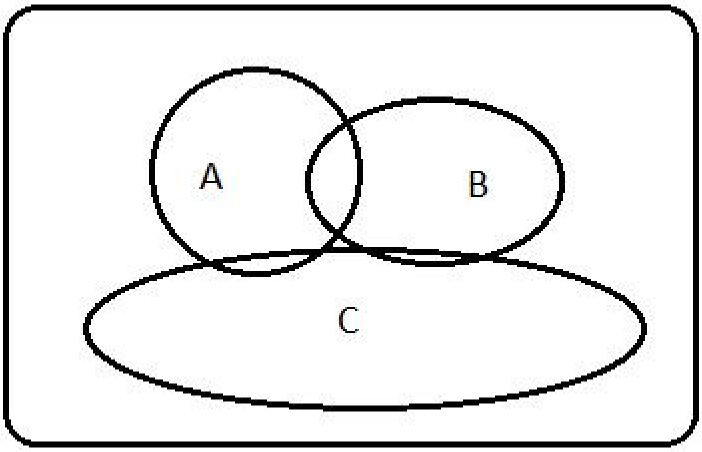
Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 15-16)

11 novembre 2015

Compito $\mathbb{E}$✓

1) Siano dati gli insiemi A, B e C rappresentati nel diagramma di Eulero-Venn che segue:



Riporta il diagramma sul foglio d'esame e colora (preferibilmente in rosso) l'insieme $\left(A \cap B \cap \mathcal{C}(C)\right) \cup \left(\mathcal{C}(A \cup B) \cap C\right)$.

2) Sia dato il polinomio $p(x) = (3 + x^2)^{20}$, determina il coefficiente di grado 2, c_2 e il coefficiente di grado 32, c_{32}.

3) Sia data la funzione $f(x) = \begin{cases} -x & \text{per } x \leq 0 \\ 0 & \text{per } 0 < x \end{cases}$. Si disegni il grafico della funzione e si calcolino gli insiemi $f([-1,1])$ (immagine tramite la funzione f dell'insieme $[-1,1]$) e $f^{-1}([-1,1])$ (controimmagine tramite la funzione f dell'insieme $[-1,1]$).

4) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1 - \cos 3x}{sen^2 x}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{x^2 + 2x}{x^2}\right)^x$.

5) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x+3}{x}$.

✓ Il compito è diviso in 5 esercizi che presentano tutti valutazione pari a 6, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 30; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 18 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico, tempo a disposizione 80 minuti.

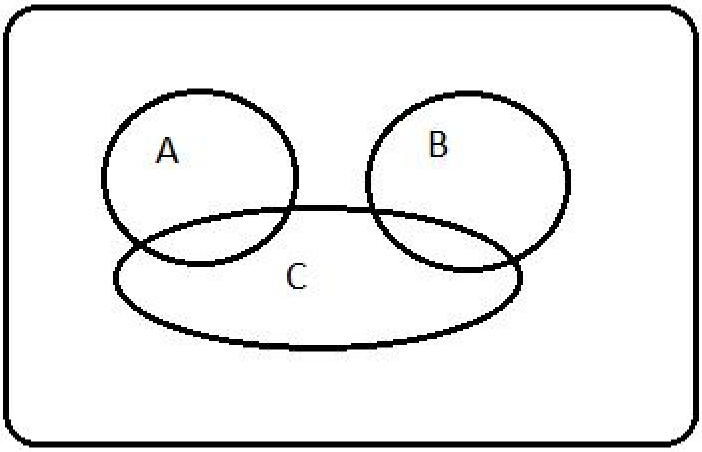
Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 15-16)

11 novembre 2015

Compito $\mathbb{F}$✓

1) Siano dati gli insiemi A, B e C rappresentati nel diagramma di Eulero-Venn che segue:



Riporta il diagramma sul foglio d'esame e colora (preferibilmente in rosso) l'insieme $\left(A \cap B \cap \mathcal{C}(C)\right) \cup \left(\mathcal{C}(A \cup B) \cap C\right)$.

2) Sia dato il polinomio $p(x) = (2 + x^3)^{20}$, determina il coefficiente di grado 3, c_3 e il coefficiente di grado 33, c_{33}.

3) Sia data la funzione $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{per } x \leq 0 \\ x^2 & \text{per } 0 < x \end{cases}$. Si disegni il grafico della funzione e si calcolino gli insiemi $f([-1,1])$ (immagine tramite la funzione f dell'insieme $[-1,1]$) e $f^{-1}([-1,1])$ (controimmagine tramite la funzione f dell'insieme $[-1,1]$).

4) Calcola i seguenti limiti: $\lim_{x \to 0} \frac{log(1+2x^2)}{sen^2 x}$; $\lim_{x \to -\infty} \left(\frac{x^2 - 3x}{x^2}\right)^x$.

5) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim_{x \to -\infty} \frac{2x-1}{x}$.

✓ Il compito è diviso in 5 esercizi che presentano tutti valutazione pari a 6, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 30; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 18 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico, tempo a disposizione 80 minuti.

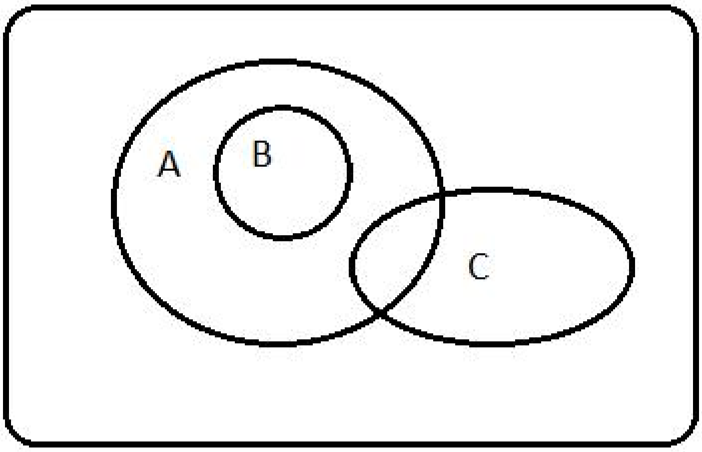
Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 15-16)

11 novembre 2015

Compito $\mathbb{G}$✓

1) Siano dati gli insiemi A, B e C rappresentati nel diagramma di Eulero-Venn che segue:



Riporta il diagramma sul foglio d'esame e colora (preferibilmente in rosso) l'insieme $\left(A \cap B \cap \mathcal{C}(C)\right) \cup \left(\mathcal{C}(A \cup B) \cap C\right)$.

2) Sia dato il polinomio $p(x) = \left(1 + 2x^2\right)^{20}$, determina il coefficiente di grado 2, c_2 e il coefficiente di grado 12, c_{12}.

3) Sia data la funzione $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{per } x \leq 0 \\ -x^2 & \text{per } 0 < x \end{cases}$. Si disegni il grafico della funzione e si calcolino gli insiemi $f([-1,1])$ (immagine tramite la funzione f dell'insieme $[-1,1]$) e $f^{-1}([-1,1])$ (controimmagine tramite la funzione f dell'insieme $[-1,1]$).

4) Calcola i seguenti limiti: $\displaystyle \lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos(\operatorname{sen} x)}{x^2}$; $\displaystyle \lim_{x \to \infty} \left(\frac{x^3 + x}{x^3}\right)^{x^2}$.

5) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\displaystyle \lim_{x \to +\infty} \frac{5x+1}{x}$.

✓ Il compito è diviso in 5 esercizi che presentano tutti valutazione pari a 6, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 30; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 18 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico, tempo a disposizione 80 minuti.

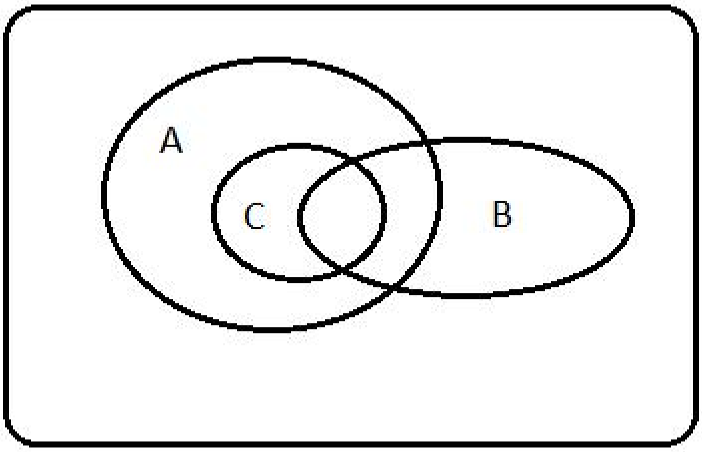
Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 15-16)

11 novembre 2015

Compito $\mathbb{III}$ ✓

1) Siano dati gli insiemi A, B e C rappresentati nel diagramma di Eulero-Venn che segue:



Riporta il diagramma sul foglio d'esame e colora (preferibilmente in rosso) l'insieme $\big(A \cap B \cap \mathcal{C}(C)\big) \cup \big(\mathcal{C}(A \cup B) \cap C\big)$.

2) Sia dato il polinomio $p(x) = (1 + 4x^2)^{10}$, determina il coefficiente di grado 4, c_4 e il coefficiente di grado 14, c_{14}.

3) Sia data la funzione $f(x) = \begin{cases} x & \text{per } x \leq 0 \\ 0 & \text{per } 0 < x \end{cases}$. Si disegni il grafico della funzione e si calcolino gli insiemi $f([-1,1])$ (immagine tramite la funzione f dell'insieme $[-1,1]$) e $f^{-1}([-1,1])$ (controimmagine tramite la funzione f dell'insieme $[-1,1]$).

4) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{tg^2(sen\, x)}{x^2}$; $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\dfrac{x^3 + 5x}{x^3}\right)^{x^2}$.

5) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x-3}{x}$.

✓ Il compito è diviso in 5 esercizi che presentano tutti valutazione pari a 6, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 30; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 18 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico, tempo a disposizione 80 minuti.

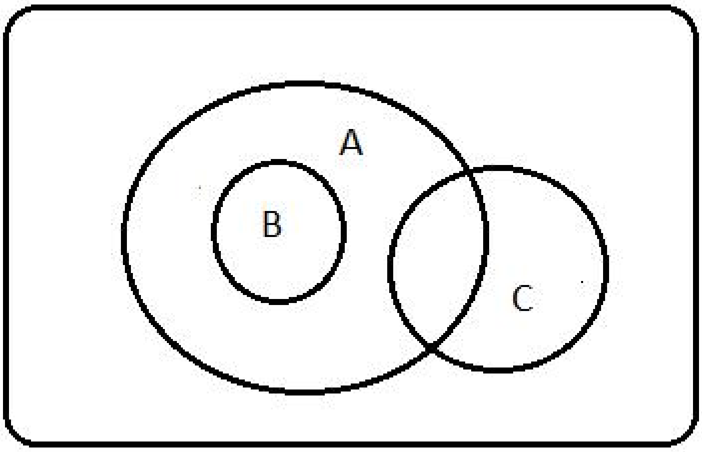
Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 15-16)

25 gennaio 2016

Compito $\mathbb{A}$✓

1) (6 punti) Siano dati gli insiemi A, B e C rappresentati nel diagramma di Eulero-Venn che segue:



Riporta il diagramma sul foglio d'esame e colora (preferibilmente in rosso) l'insieme $\big(A \cap (B \cup C)\big) \cup \big(C \cap \mathcal{C}(A \cap B)\big)$.

2) (7 punti) Il codice di accesso ad una cassetta di sicurezza è formato da otto caratteri alfanumerici (le ventisei lettere dell'alfabeto inglese e le dieci cifre arabe), il codice è in grado di riconoscere sia le lettere minuscole che le maiuscole (il carattere a è considerato diverso dal carattere A). Quanti distinti codici di accesso si possono formare se la composizione è libera? E quanti distinti codici si possono formare se ognuno deve necessariamente essere composto da tre lettere minuscole, tre lettere maiuscole e due cifre (la sequenza fa maiuscole, minuscole e cifre è libera)?

3) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\displaystyle \lim_{x \to 0} \frac{1 - cos(sen\, x)}{1 - cos(-x)}$; $\displaystyle \lim_{x \to -\infty} \frac{3^x + 2^x + x^2}{4^x + x^4 + x^2}$.

4) (8 punti) Sia data la funzione $f(x) = 1 - x^2$, determina una funzione $g(x)$ tale che per $x \to +\infty$ risulti $f(x) = o(g(x))$, mentre per $x \to -\infty$ risulti $g(x) = o(f(x))$.

5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = e^{-(x-2)\sqrt{x}}$. (Sapendo che essa presenta un unico punto di flesso. Non sono richiesti il calcolo e lo studio della derivata seconda)

6) (8 punti) Calcola $\displaystyle \int_2^4 \left(x^2 + \frac{1}{x} + \frac{2}{1-x} \right) dx$.

7) (6 punti) Determina l'equazione della retta passante per il punto $P(1, -2)$ e parallela alla retta tangente al grafico della funzione $y = 3x^2 + e^{x-2}$ nel punto di ascissa $x_0 = 2$.

8) (7 punti) Scrivi l'espressione del piano tangente alla superficie $z = x^2 sen\, y + cos\, y - 3x$ nel punto di coordinate $P(1, 0)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

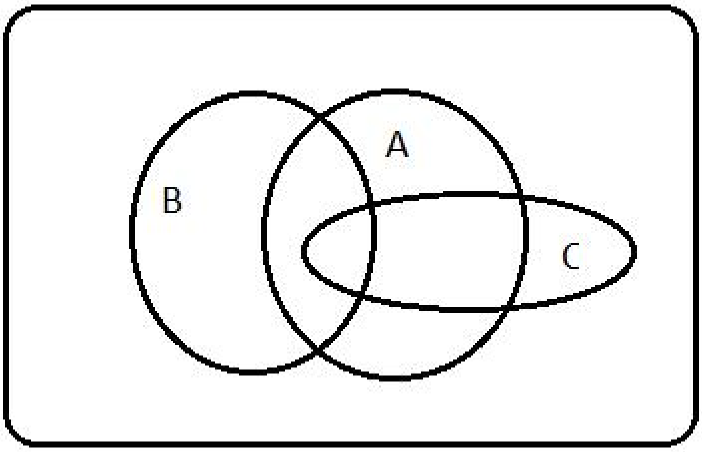
Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 15-16)

25 gennaio 2016

Compito $\mathbb{B}$[✓]

1) (6 punti) Siano dati gli insiemi A, B e C rappresentati nel diagramma di Eulero-Venn che segue:



Riporta il diagramma sul foglio d'esame e colora (preferibilmente in rosso) l'insieme $\big(A\cap(B\cup C)\big)\cup\big(C\cap\mathcal{C}(A\cap B)\big)$.

2) (7 punti) Il codice di accesso ad una cassetta di sicurezza è formato da sei caratteri alfanumerici (le ventisei lettere dell'alfabeto inglese e le dieci cifre arabe), il codice è in grado di riconoscere sia le lettere minuscole che le maiuscole (il carattere a è considerato diverso dal carattere A). Quanti distinti codici di accesso si possono formare se la composizione è libera? E quanti distinti codici si possono formare se ognuno deve necessariamente essere composto da due lettere minuscole, due lettere maiuscole e due cifre (la sequenza fa maiuscole, minuscole e cifre è libera)?

3) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg(1-cos\,x)}{1-cos(tg\,x)}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{4^{-x}+2^{-x}+x^2}{3^{-x}-x^4-x^2}$.

4) (8 punti) Sia data la funzione $f(x)=1-x^2$, determina una funzione $g(x)$ tale che per $x\to+\infty$ risulti $g(x)=o(f(x))$, mentre per $x\to-\infty$ risulti $f(x)=o(g(x))$.

5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y=e^{-x\sqrt{2-x}}$. (Sapendo che essa non presenta punti di flesso. Non sono richiesti il calcolo e lo studio della derivata seconda)

6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int_4^5\left(x^2+\frac{2}{x}-\frac{1}{3-x}\right)dx$.

7) (6 punti) Determina l'equazione della retta passante per il punto $P(0,-2)$ e parallela alla retta tangente al grafico della funzione $y=-4x^2+e^{2-x}$ nel punto di ascissa $x_0=2$.

8) (7 punti) Scrivi l'espressione del piano tangente alla superficie $z=x^3sen\,y+2\,cos\,y-3\,y$ nel punto di coordinate $P(-2,0)$.

[✓] Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

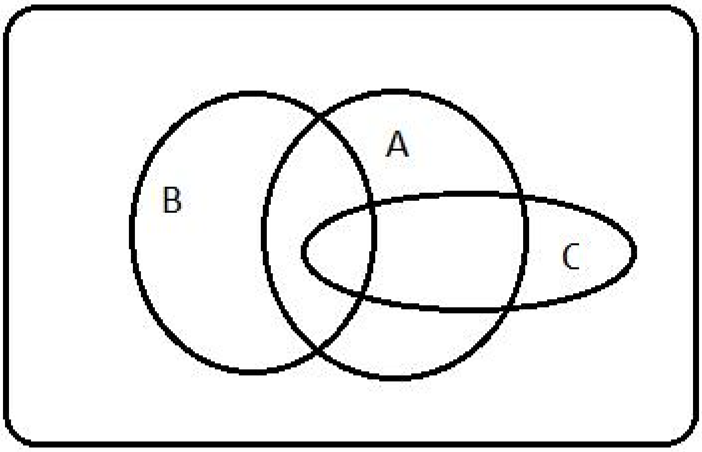
Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 15-16)

25 gennaio 2016

Compito $\mathbb{C}$✓

1) (6 punti) Siano dati gli insiemi A, B e C rappresentati nel diagramma di Eulero-Venn che segue:



Riporta il diagramma sul foglio d'esame e colora (preferibilmente in rosso) l'insieme $\big(C \cap (A \cup B)\big) \cup \big(B \cap \mathcal{C}(A \cup C)\big)$.

2) (7 punti) Il codice di accesso ad una cassetta di sicurezza è formato da dieci caratteri alfanumerici (le ventisei lettere dell'alfabeto inglese e le dieci cifre arabe), il codice è in grado di riconoscere sia le lettere minuscole che le maiuscole (il carattere a è considerato diverso dal carattere A). Quanti distinti codici di accesso si possono formare se la composizione è libera? E quanti distinti codici si possono formare se ognuno deve necessariamente essere composto da quattro lettere minuscole, quattro lettere maiuscole e due cifre (la sequenza fa maiuscole, minuscole e cifre è libera)?

3) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{tg\,x - sen\,x} - 1}{x + x^2}$; $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{4^{-x} + 2^{-x} + x^2}{3^{-x} - x^4 - x^2}$.

4) (8 punti) Sia data la funzione $f(x) = x^3 - 2$, determina una funzione $g(x)$ tale che per $x \to +\infty$ risulti $g(x) = o(f(x))$, mentre per $x \to -\infty$ risulti $f(x) = o(g(x))$.

5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = e^{-x\sqrt{3-x}}$. (Sapendo che essa non presenta punti di flesso. Non sono richiesti il calcolo e lo studio della derivata seconda)

6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int_3^5 \left(x^3 - \frac{2}{x} + \frac{1}{2-x}\right) dx$.

7) (6 punti) Determina l'equazione della retta passante per il punto $P(3, -1)$ e parallela alla retta tangente al grafico della funzione $y = -x^3 - e^{2x-4}$ nel punto di ascissa $x_0 = 2$.

8) (7 punti) Scrivi l'espressione del piano tangente alla superficie $z = y sen\,x - 5\cos x + 3xy$ nel punto di coordinate $P(0,3)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

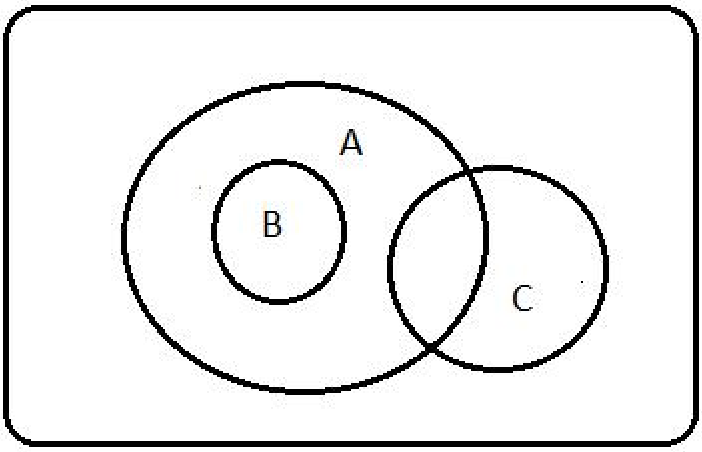
Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 15-16)

25 gennaio 2016

Compito $\mathbb{D}$✓

1) (6 punti) Siano dati gli insiemi A, B e C rappresentati nel diagramma di Eulero-Venn che segue:



Riporta il diagramma sul foglio d'esame e colora (preferibilmente in rosso) l'insieme $\big(C \cap (A \cup B)\big) \cup \big(B \cap \mathcal{C}(A \cup C)\big)$.

2) (7 punti) Il codice di accesso ad una cassetta di sicurezza è formato da quattro caratteri alfanumerici (le ventisei lettere dell'alfabeto inglese e le dieci cifre arabe), il codice è in grado di riconoscere sia le lettere minuscole che le maiuscole (il carattere a è considerato diverso dal carattere A). Quanti distinti codici di accesso si possono formare se la composizione è libera? E quanti distinti codici si possono formare se ognuno deve necessariamente essere composto da una lettera minuscola, una lettera maiuscola e due cifre (la sequenza fa maiuscole, minuscole e cifre è libera)?

3) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\displaystyle \lim_{x \to 0} \frac{sen(x - tg\,x)}{sen\,x}$; $\displaystyle \lim_{x \to +\infty} \frac{3^x + 2^x + x^2}{4^x + x^4 + x^2}$.

4) (8 punti) Sia data la funzione $f(x) = x^3 - 2$, determina una funzione $g(x)$ tale che per $x \to +\infty$ risulti $f(x) = o(g(x))$, mentre per $x \to -\infty$ risulti $g(x) = o(f(x))$.

5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = e^{-(x-1)\sqrt{x}}$. (Sapendo che essa presenta un unico punto di flesso. Non sono richiesti il calcolo e lo studio della derivata seconda)

6) (8 punti) Calcola $\displaystyle \int_3^4 \left(x - \frac{1}{x} - \frac{1}{2-x} \right) dx$.

7) (6 punti) Determina l'equazione della retta passante per il punto $P(-1,3)$ e parallela alla retta tangente al grafico della funzione $y = x^3 + e^{1-x}$ nel punto di ascissa $x_0 = 1$.

8) (7 punti) Scrivi l'espressione del piano tangente alla superficie $z = y^2 sen\,y + cos\,x - 6x$ nel punto di coordinate $P(0,0)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 15-16)

23 febbraio 2016

Compito $\mathbb{A}$✓

1) (6 punti) Considera tre proposizioni semplici p, q e r; se almeno una fra le proposizioni composte $(p \ o \ q)$ oppure $(r \Rightarrow q)$ è falsa, possiamo concludere con certezza che la proposizione composta $(r \Rightarrow (q \Rightarrow \neg p))$ è sicuramente vera? (giustificare la risposta)
2) (8 punti) Siano dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}: 6x^2 + 7x - 3 \geq 0\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R}: log_3 x > -2\}$. Dopo aver determinato gli insiemi $A \cup B$ e $A \cap B$, si determinino la frontiera di $A \cup B$: $\delta(A \cup B)$, e il derivato di $A \cap B$: $\mathcal{D}(A \cap B)$.
3) (7 punti) Il codice di accesso ad una cassetta di sicurezza è formato da otto caratteri alfanumerici (le ventisei lettere dell'alfabeto inglese e le dieci cifre arabe), il codice non è in grado di riconoscere la differenza fra le lettere minuscole e le lettere maiuscole (il carattere a è considerato uguale al carattere A). Quanti distinti codici di accesso si possono formare se la composizione è libera? E quanti distinti codici si possono formare se ogni codice deve necessariamente essere composto inizialmente da tre lettere seguite da cinque cifre?
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{sen(1 - cosx)}{1 - cos^2 x}$; $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(\dfrac{x-3}{x}\right)^{x^2-3}$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = log\left(\dfrac{1+e^x}{1-e^x}\right)$.
6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int_4^5 \left(\frac{1}{x-3} + \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-1}\right) dx$.
7) (7 punti) Siano dati la matrice $\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -4 \\ 0 & 1 & -3 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ e il vettore $V = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$; determina i vettori W paralleli a V tali per cui risulti $W^T \cdot \mathbb{A}^T \cdot W = 27$.
8) (6 punti) Calcola le derivate parziali della funzione $f(x, y, z) = (x + y)^z - yz^3$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 15-16)

23 febbraio 2016

Compito $\mathbb{B}$✓

1) (6 punti) Considera tre proposizioni semplici p, q e r; se le proposizioni composte $(p\ o\ q)$ e $(q \Rightarrow r)$ sono entrambe vere, possiamo concludere con certezza che la proposizione composta $((p \Leftrightarrow r)\ e\ q)$ è sicuramente falsa? (giustificare la risposta)
2) (8 punti) Siano dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}: 5x^2 - 19x - 4 < 0\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R}: log_4 x \geq -1\}$. Dopo aver determinato gli insiemi $A \cup B$ e $A \cap B$, si determinino il derivato di $A \cup B$: $\mathcal{D}(A \cup B)$, e la frontiera di $A \cap B$: $\delta(A \cap B)$.
3) (7 punti) Il codice di accesso ad una cassetta di sicurezza è formato da sei caratteri alfanumerici (le ventisei lettere dell'alfabeto inglese e le dieci cifre arabe), il codice non è in grado di riconoscere la differenza fra le lettere minuscole e le lettere maiuscole (il carattere a è considerato uguale al carattere A). Quanti distinti codici di accesso si possono formare se la composizione è libera? E quanti distinti codici si possono formare se ogni codice deve necessariamente essere composto inizialmente da tre lettere seguite da tre cifre?
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1 - cos(senx)}{senx^2}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{x^2+2}{x^2}\right)^{x+2}$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = log\left(\dfrac{e^x - 1}{e^x + 1}\right)$.
6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int_5^7 \left(\frac{1}{x-4} + \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x-2}\right) dx$.
7) (7 punti) Siano dati la matrice $\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 5 \\ 1 & 0 & -3 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ e il vettore $V = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$; determina i vettori W paralleli a V tali per cui risulti $W^T \cdot \mathbb{A} \cdot W = -8$.
8) (6 punti) Calcola le derivate parziali della funzione $f(x,y,z) = y^{z-x} + y^4 z$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 15-16)

23 febbraio 2016

Compito $\mathbb{C}$[✓]

1) (6 punti) Considera tre proposizioni semplici p, q e r; se almeno una fra le proposizioni composte $(p\ e\ q)$ oppure $\neg(r \Rightarrow q)$ è vera, possiamo concludere con certezza che la proposizione composta $((q \Leftrightarrow p) \Rightarrow (r\ o\ q))$ è sicuramente vera? (giustificare la risposta)
2) (8 punti) Siano dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}: 5x^2 - 19x - 4 \geq 0\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R}: log_3 x > 2\}$. Dopo aver determinato gli insiemi $A \cup B$ e $A \cap B$, si determinino il derivato di $A \cup B$: $\mathcal{D}(A \cup B)$, e la frontiera di $A \cap B$: $\delta(A \cap B)$.
3) (7 punti) Il codice di accesso ad una cassetta di sicurezza è formato da otto caratteri alfanumerici (le ventisei lettere dell'alfabeto inglese e le dieci cifre arabe), il codice non è in grado di riconoscere la differenza fra le lettere minuscole e le lettere maiuscole (il carattere a è considerato uguale al carattere A). Quanti distinti codici di accesso si possono formare se la composizione è libera? E quanti distinti codici si possono formare se ogni codice deve necessariamente essere composto inizialmente da tre cifre seguite da cinque lettere?
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{log(1 - tg^2 x)}{sen x}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{x^3 + 2}{x^3}\right)^{x^3 - 3}$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = log\left(\dfrac{e^{2x} + 1}{e^{2x} - 1}\right)$.
6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int_0^1 \left(\frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+4} + \frac{1}{x+5}\right) dx$.
7) (7 punti) Siano dati la matrice $\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 5 \\ 1 & 0 & -3 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ e il vettore $V = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$; determina i vettori W paralleli a V tali per cui risulti $W^T \cdot \mathbb{A}^T \cdot W = -32$.
8) (6 punti) Calcola le derivate parziali della funzione $f(x, y, z) = z^{y - 3x} - xyz$.

[✓] Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 15-16)

23 febbraio 2016

Compito $\mathbb{D}$✓

1) (6 punti) Considera tre proposizioni semplici p, q e r; se la proposizione composta $\neg(p \Leftrightarrow q)$ é falsa e la proposizione composta $(q \Rightarrow r)$ è vera, possiamo concludere con certezza che la proposizione composta $((p \Rightarrow r) \Rightarrow \neg q)$ è sicuramente falsa? (giustificare la risposta)
2) (8 punti) Siano dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}: 3x^2 - 8x - 3 > 0\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R}: log_5 x > -2\}$. Dopo aver determinato gli insiemi $A \cup B$ e $A \cap B$, si determinino la frontiera di $A \cup B$: $\delta(A \cup B)$, e il derivato di $A \cap B$: $\mathcal{D}(A \cap B)$.
3) (7 punti) Il codice di accesso ad una cassetta di sicurezza è formato da sei caratteri alfanumerici (le ventisei lettere dell'alfabeto inglese e le dieci cifre arabe), il codice non è in grado di riconoscere la differenza fra le lettere minuscole e le lettere maiuscole (il carattere a è considerato uguale al carattere A). Quanti distinti codici di accesso si possono formare se la composizione è libera? E quanti distinti codici si possono formare se ogni codice deve necessariamente essere composto inizialmente da due cifre seguite da quattro lettere?
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{1-cos^2 x} - 1}{tg^2 x}$; $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(\dfrac{x+5}{x}\right)^{2+x^3}$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = log\left(\dfrac{1-e^{2x}}{1+e^{2x}}\right)$.
6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int_{-1}^{0} \left(\frac{1}{x+4} + \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+2}\right) dx$.
7) (7 punti) Siano dati la matrice $\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -4 \\ 0 & 1 & -3 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ e il vettore $V = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$; determina i vettori W paralleli a V tali per cui risulti $W^T \cdot \mathbb{A} \cdot W = -4$.
8) (6 punti) Calcola le derivate parziali della funzione $f(x, y, z) = (zy)^{2x} + yz^3$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 14-15)

19 marzo 2016

Compito Unico✓

1) (8 punti) Considera tre proposizioni semplici p, q e r; é noto che le proposizioni p e r non possono essere entrambe vere o entrambe false (se una è vera l'altra è falsa o viceversa). Sotto queste ipotesi costruisci la tavola di verità della proposizione composta $(\neg r \Rightarrow (q \Rightarrow (p \Rightarrow \neg r)))$.
2) (6 punti) Quanti sono gli anagrammi anche privi di senso della parola $SIENA$? E quanti sono quelli della parola $SENESE$?
3) (6 punti) Si disegni il grafico di una funzione a valori reali che presenta le seguenti caratteristiche:
   1. continua su tutto l'insieme $\mathbb{R}$;
   2. è illimitata inferiormente;
   3. presenta un asintoto orizzontale destro di equazione $y = 2$;
   4. ammette massimo assoluto nel punto $x = 0$.
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{sen\, x + sen(sen\, x)}{x}$; $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x^3 - 3^x}{x^2 + 2^x}$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = \dfrac{x}{\sqrt{log\, x}}$. (Sapendo che essa presenta un unico punto di flesso di ascissa maggiore di e. Non sono richiesti il calcolo e lo studio della derivata seconda)

6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int_1^3 \frac{2x^3+1}{x^2}\, dx$.
7) (7 punti) Sia data la funzione di equazione $y = \left(1 + e^{2x}\right)^2$; determina l'equazione della retta tangente al grafico della funzione nel punto di ascissa $x_0 = 0$.
8) (7 punti) Si studi la natura dei punti critici della funzione $f(x, y) = (x + y)^2 + 3y^2$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2015-2016)

4 giugno 2016

Compito Unico✓

1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici p, q e r; costruisci la tavola di verità della proposizione composta $\neg((p\ o\ q) \Rightarrow r) \Rightarrow (\neg(p\ e\ r) \Leftrightarrow \neg q)$.
2) (8 punti) Se hai a disposizione solo le cifre 1, 2, 3, 4, 5 e 6, quanti numeri di sei cifre puoi formare? E quanti numeri pari di sei cifre tutte distinte puoi formare? (NB nel primo caso le cifre possono anche ripetersi)
3) (6 punti) Siano date le funzioni $f(x) = 2 + x^2$ e $g(x) = 2x + 1$; dopo aver indicato le espressioni delle funzioni composte $f(g(x))$ e $g(f(x))$, si risolva la disequazione $f(g(x)) < g(f(x))$.
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{1-\cos x + \mathrm{sen}\, x} - 1}{x}$; $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\dfrac{x^2+2}{x^2} \right)^{x^2}$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = e^{x-\sqrt{x}}$.
6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int \frac{1+4x}{1+x^2}\, dx$.
7) (7 punti) Siano $f(x)$ e $g(x)$ due funzioni con $f(0) = f'(0) = 1$ e $g(0) = g'(0) = 0$. Determina l'equazione della retta tangente in $x_0 = 0$ alla funzione $h(x) = f(x) \cdot g(x)$.
8) (7 punti) Studia la natura dei punti critici della funzione $f(x, y) = x^3 + 2xy + 3y^2$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2015-2016)

2 luglio 2016

Compito Unico✓

1) (6 punti) Siano dati tre insiemi A, B e C. Se $A \cap (B \cup C) = \emptyset$, possiamo concludere con certezza che $(B \cap \mathcal{C}(A)) \subseteq (C \cup \mathcal{C}(A))$? (Giustificare la risposta; $\emptyset$ è l'insieme vuoto e con $\mathcal{C}(X)$ indichiamo il complementare dell'insieme X)
2) (7 punti) Siano dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}: x^2 - 5x + 6 > 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R}: 2^{|x|} < 2\}$ e $C = \{x \in \mathbb{R}: log(x+1) \geq 0\}$. Dopo aver determinato gli insiemi $A \cup B$ e $A \cap B \cap C$, indica se tali insiemi sono aperti, chiusi o nè aperti nè chiusi.
3) (7 punti) Nella Repubblica di San Marino le targhe automobilistiche sono composte da cinque codici alfanumerici, in particolare il primo elemento della targa è una lettera dell'alfabeto italiano (21 lettere) mentre i restanti quattro elementi sono composti con le dieci cifre arabe che possono ripetersi. Quante targhe automobilistiche differenti possono essere formate dalla motorizzazione sanmarinese? E quante targhe distinte potrebbe formare la stessa motorizzazione se il primo o l'ultimo codice (ma non entrambi) è una lettera ed i restanti quattro codici sono cifre arabe che possono ripetersi?
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{sen\,x + sen\,x^2}{1 - cos\,x}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^{x^2} + e^{2x}}{e^{x^3}}$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = xe^{\sqrt{x}}$.
6) (8 punti) Calcola il valore del parametro reale k che verifica la relazione: $\displaystyle\int_0^k e^{2x}\,dx = \int_{-1}^0 x^2\,dx$.
7) (6 punti) Siano $f(x)$ e $g(x)$ due funzioni con $f(0) = g'(0) = 0$ e $g(0) = f'(0) = 1$. Determina l'equazione della retta tangente in $x_0 = 0$ alla funzione $h(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$.
8) (8 punti) Per la superficie di equazione $z = xy + 2\,sen\,x - y\,cos\,x$, determina l'equazione del piano tangente a tale superficie nel punto $O = (0,0)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2015-2016)

9 settembre 2016

Compito $\mathbb{Y}$✓

1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici p, q e r. Se le proposizioni composte $(p\ o\ q)$ e $(q \Leftrightarrow r)$ sono entrambe vere; determina la verità o falsità della proposizione composta $q \Rightarrow (p\ o\ r)$.
2) (7 punti) Sia A il campo di esistenza della funzione di equazione $y = \sqrt{\frac{1 - log\,x}{\sqrt{1 + log\,x}}}$. Determina l'insieme A ed indica se è un insieme aperto, chiuso o nè aperto nè chiuso.
3) (7 punti) Un numero è detto palindromo se letto da destra a sinistra o da sinistra a destra è equivalente (ad esempio 1221 è palindromo, 1231 non è palindromo). Quanti numeri palindromi di 5 cifre esistono? Quanti di questi numeri sono divisibili per 5?
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \frac{sen\,(2x) + sen^2\,(4x)}{x + 3x^3}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} 3^x + 4^{\frac{1}{x}}$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = \frac{e^{x^2}}{1 + x^2}$. (Sapendo che essa non presenta punti di flesso. Non sono richiesti il calcolo e lo studio della derivata seconda)
6) (8 punti) Calcola $\int_0^1 \frac{x^2}{2 + x^3}\, dx$.
7) (8 punti) Sia data la funzione di equazione $y = axe^{1-bx}$. Determina i valori dei parametri a e b sapendo che essa presenta punto di massimo assoluto di coordinate $(1, 1)$.
8) (6 punti) Calcola le derivate parziali della funzione $f(x, y, z) = xy - y^z + z^{-3x}$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2015-2016)

9 settembre 2016

Compito $\mathbb{Z}$✓

1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici p, q e r. Se le proposizioni composte $(p\ e\ q)$ e $(q \Leftrightarrow r)$ sono entrambe false; determina la verità o falsità della proposizione composta $(p\ e\ (r \Rightarrow q))$.

2) (7 punti) Sia A il campo di esistenza della funzione di equazione $y = \sqrt{\dfrac{\sqrt{1 - log\, x}}{1 + log\, x}}$. Determina l'insieme A ed indica se è un insieme aperto, chiuso o nè aperto nè chiuso.

3) (7 punti) Un numero è detto palindromo se letto da destra a sinistra o da sinistra a destra è equivalente (ad esempio 1221 è palindromo, 1231 non è palindromo). Quanti numeri palindromi di 6 cifre esistono? Quanti di questi numeri sono divisibili per 5?

4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{sen^2(2x) + sen(4x)}{3x + x^2}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} 3^{-x} + 5^{\frac{1}{x}}$.

5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = \dfrac{1 + x^2}{e^{x^2}}$. (Sapendo che essa presenta due punti di flesso. Non sono richiesti il calcolo e lo studio della derivata seconda)

6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int_0^1 \frac{x^3}{1 + x^4}\, dx$.

7) (8 punti) Sia data la funzione di equazione $y = axe^{1-bx}$. Determina i valori dei parametri a e b sapendo che essa presenta punto di minimo assoluto di coordinate $(1, -1)$.

8) (6 punti) Calcola le derivate parziali della funzione $f(x, y, z) = x^{yz} - y^3 + z^{-x}$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2015-2016)

23 settembre 2016

Compito Unico✓

1) (8 punti) Siano dati i tre insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}: 0 \leq x \leq 10\}$, $B = \{x \in \mathbb{R}: 4 < x < 7\}$ e $C = \{x \in \mathbb{R}: 7 \leq x < 12\}$. Calcola gli insiemi: $A \cup (B \cap C)$, $A \cap \mathcal{C}(B \cup C)$, $\mathcal{C}(A \cup C) \cap \mathcal{C}(A \cap B)$ e $\mathcal{C}(C \cup \mathcal{C}(A \cap C))$. (Con $\mathcal{C}(X)$ indichiamo il complementare dell'insieme X)

2) (8 punti) Siano $f(x)$ e $g(x)$ due funzioni di equazione $f(x) = \sqrt{1 + e^{-2x^2}}$ e $g(x) = \sqrt{x^2 - 1}$. Per entrambe determina il rispettivo campo di esistenza e calcola le espressioni delle funzioni composte $f(g(x))$ e $g(f(x))$.

3) (6 punti) Siano n e k due interi positivi tali che $\binom{n}{1} = 4$ e $\binom{n}{k} = 6$. Determina i valori di n e k.

4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim_{x \to 0} \frac{e^{x + sen\,x} - 1}{e^x - 1}$; $\lim_{x \to -\infty} \frac{e^x + x^2 + sen\,x}{e^{-x} - x^2 - sen\,x}$.

5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = x \cdot e^{1 - \frac{x^2}{2}}$.

6) (8 punti) Calcola $\int_0^{\pi} (sen\,x \cdot e^{-cos\,x})\,dx$.

7) (6 punti) Tramite la formula del differenziale calcola un valore approssimato della quantità $\sqrt[3]{27.5}$.

8) (6 punti) Calcola le derivate parziali della funzione $f(x, y, z) = cos(xz) - z^{xy^2}$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2015-2016)

8 ottobre 2016

Compito Unico✓

1) (6 punti) Siano p e q due proposizioni semplici, se le proposizioni composte $p \Rightarrow q$ e $q \Rightarrow p$ non possono essere entrambe vere o entrambe false, determina la verità o falsità della proposizione $(p \wedge q) \Leftrightarrow (p \vee q)$.

2) (7 punti) Sia dato l'insieme $A = \{x \in \mathbb{R}: 0 \leq x \leq 1\} \cup \{x \in \mathbb{R}: \frac{1}{e} < x < e\}$.
   Determina il derivato dell'insieme A, $\mathcal{D}(A)$; la frontiera di A, $\delta(A)$; ed indica se l'insieme è aperto, chiuso o nè aperto nè chiuso.

3) (8 punti) Se si dispone solo delle cifre 1, 2, 3, 4 e 5, quanti numeri di quattro cifre si possono formare? Quanti numeri di quattro cifre tutte distinte si possono formare? Ed infine quanti numeri pari di quattro cifre tutte distinte si possono formare?

4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{e^{sen\,x - x^2} - 1}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\frac{x^2+2}{x^2}\right)^x$.

5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = log\left(\frac{1+x^2}{x}\right)$.
   (Sapendo che essa presenta un unico punto di flesso di ascissa $x = \sqrt{2+\sqrt{5}}$. Non sono richiesti il calcolo e lo studio della derivata seconda)

6) (8 punti) Calcola $\int_0^{\sqrt{e-1}} \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\,dx$.

7) (6 punti) Calcola l'equazione della retta tangente alla curva $y = xe^{-x}$ nel punto di ascissa $x_0 = 0$.

8) (7 punti) Scrivi l'espressione del piano tangente alla superficie $z = x + cos(3xy)$ nel punto di coordinate $O(0,0)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.