Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 2016-17)

12 novembre 2016

Compito **A1**✓

1) Siano p, q e r tre proposizioni semplici; costruisci la tavola di verità della proposizione composta $(p \Rightarrow r) \Rightarrow \neg(q \Leftrightarrow (p \vee r))$.
2) Si determini il valore del numero naturale n che soddisfa la seguente condizione: $(n!)^2 + 4\,n! - 12 = 0$.
3) Sia f una funzione con dominio $[-2, 2]$, codominio $[-2, 0]$ e $f(x) = \begin{cases} x & \text{per } -2 \le x \le 0 \\ x^2 - 2x & \text{per } 0 < x \le 2 \end{cases}$. Si disegni il suo grafico e si determini l'insieme $f([-2, 0])$ immagine dell'insieme $[-2, 0]$, e l'insieme $f^{-1}([-1, 0])$ controimmagine dell'insieme $[-1, 0]$.
4) Calcola i seguenti limiti: $\lim_{x \to 0} \dfrac{e^{arcsen(3\,x)} - 1}{x^2 + x}$; $\lim_{x \to +\infty} \left(1 + \dfrac{1}{log x^2}\right)^{log\,x}$.
5) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim_{x \to 1} \dfrac{2x - 1}{3}$.

✓Il compito è diviso in 5 esercizi che presentano tutti valutazione pari a 6, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 30; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 18 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico, tempo a disposizione 75 minuti.

Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 2016-17)

12 novembre 2016

Compito **A2**✓

1) Siano p, q e r tre proposizioni semplici; costruisci la tavola di verità della proposizione composta $(p \Leftrightarrow r) \Rightarrow (r \Rightarrow \neg(p \vee q))$.
2) Si determini il valore del numero naturale n che soddisfa la seguente condizione: $(n!)^2 - 4\,n! + 4 = 0$.
3) Sia f una funzione con dominio $[-2, 2]$, codominio $[0, 2]$ e $f(x) = \begin{cases} x + 2 & \text{per } -2 \le x < 0 \\ 2 - \frac{x^2}{2} & \text{per } 0 \le x \le 2 \end{cases}$. Si disegni il suo grafico e si determini l'insieme $f([0, 1])$ immagine dell'insieme $[0, 1]$, e l'insieme $f^{-1}([3/2, 2])$ controimmagine dell'insieme $[3/2, 2]$.
4) Calcola i seguenti limiti: $\lim_{x \to 0} \dfrac{e^{-3\,x} - 1}{x^3 + arcsen\,x}$; $\lim_{x \to +\infty} \left(1 + \dfrac{1}{log x}\right)^{log\,x^2}$.
5) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim_{x \to 3} \dfrac{3 - 5x}{4}$.

✓Il compito è diviso in 5 esercizi che presentano tutti valutazione pari a 6, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 30; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 18 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico, tempo a disposizione 75 minuti.

Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 2016-17)

12 novembre 2016

Compito A3✓

1) Siano p, q e r tre proposizioni semplici; costruisci la tavola di verità della proposizione composta $(p \Leftrightarrow r) \Rightarrow (q \Rightarrow \neg(p \wedge r))$.
2) Si determini il valore del numero naturale n che soddisfa la seguente condizione: $(n!)^2 - 12\,n! + 36 = 0$.
3) Sia f una funzione con dominio $[-2, 2]$, codominio $[-1, 1]$ e $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}x^2 - 1 & \text{per } -2 \le x \le 0 \\ x - 1 & \text{per } 0 < x \le 2 \end{cases}$. Si disegni il suo grafico e si determini l'insieme $f([0, 2])$ immagine dell'insieme $[0, 2]$, e l'insieme $f^{-1}([-1, 0])$ controimmagine dell'insieme $[-1, 0]$.
4) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{tg(-x)} - 1}{x^3 + 2x}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(1 + \dfrac{1}{3^{1+x}}\right)^{3^x}$.
5) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{5 - x}{8}$.

✓Il compito è diviso in 5 esercizi che presentano tutti valutazione pari a 6, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 30; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 18 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico, tempo a disposizione 75 minuti.

Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 2016-17)

12 novembre 2016

Compito A4✓

1) Siano p, q e r tre proposizioni semplici; costruisci la tavola di verità della proposizione composta $(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow ((p \wedge r) \Rightarrow \neg r)$.
2) Si determini il valore del numero naturale n che soddisfa la seguente condizione: $(n!)^2 - 22\,n! - 48 = 0$.
3) Sia f una funzione con dominio $[-2, 2]$, codominio $[-1, 1]$ e $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{4}x^2 & \text{per } -2 \le x \le 0 \\ \frac{1}{2}x & \text{per } 0 < x \le 2 \end{cases}$. Si disegni il suo grafico e si determini l'insieme $f([-2, 0])$ immagine dell'insieme $[-2, 0]$, e l'insieme $f^{-1}([0, 1])$ controimmagine dell'insieme $[0, 1]$.
4) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{arctg(-4x)} - 1}{5x}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(1 + \dfrac{1}{4^{x-1}}\right)^{4^x}$.
5) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim\limits_{x \to -3} \dfrac{1 - 2x}{4}$.

✓Il compito è diviso in 5 esercizi che presentano tutti valutazione pari a 6, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 30; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 18 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico, tempo a disposizione 75 minuti.

Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 2016-17)
12 novembre 2016
Compito $\mathbb{B}\mathbf{1}$✓

1) Siano A, B e C tre insiemi, se sono verificate le seguenti inclusioni: $\mathcal{C}(A) \cap B \subseteq C$ e $B \cap C \subseteq A$. Quale fra le relazioni $\mathcal{C}(A) \cap B = \emptyset$ o $B \cap C = \emptyset$ è sicuramente verificata? (giustificare la risposta)
2) Si determinino i possibili valori del numero naturale n che soddisfa la seguente condizione: $\dfrac{(n!)!}{(2n)!} = 1$.
3) Sia f una funzione con dominio e codominio $\mathbb{R}$ e $f(x) = \begin{cases} 1 - x & \text{per } x \leq 0 \\ 1 & \text{per } 0 < x \end{cases}$. Si disegni il suo grafico e si determini l'insieme $f(\mathbb{R}_+)$ immagine dell'insieme $\mathbb{R}_+$, e l'insieme $f^{-1}([0,1])$ controimmagine dell'insieme $[0,1]$. ($\mathbb{R}_+ = [0, +\infty[$)
4) Calcola i seguenti limiti: $\lim_{x \to 0} (1 + 3\, sen\, x)^{\frac{1}{x}}$; $\lim_{x \to 0} \dfrac{arcsen(x^3 + x^5)}{2x^3 - x^4}$.
5) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim_{x \to -\infty} \dfrac{2 + x^2}{x^2}$.

✓Il compito è diviso in 5 esercizi che presentano tutti valutazione pari a 6, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 30; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 18 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico, tempo a disposizione 75 minuti.

Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 2016-17)
12 novembre 2016
Compito $\mathbb{B}\mathbf{2}$✓

1) Siano A, B e C tre insiemi, se sono verificate le seguenti inclusioni: $A \cap \mathcal{C}(B) \subseteq C$ e $\mathcal{C}(B) \cap C \subseteq \mathcal{C}(A)$. Quale fra le relazioni $A \cap \mathcal{C}(B) = \emptyset$ o $\mathcal{C}(B) \cap C = \emptyset$ è sicuramente verificata? (giustificare la risposta)
2) Si determinino i possibili valori del numero naturale n che soddisfa la seguente condizione: $\dfrac{(2 \cdot n!)!}{(2n)!} = 1$.
3) Sia f una funzione con dominio e codominio $\mathbb{R}$ e $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{per } x \leq 0 \\ x & \text{per } 0 < x \end{cases}$. Si disegni il suo grafico e si determini l'insieme $f(\mathbb{R}_-)$ immagine dell'insieme $\mathbb{R}_-$, e l'insieme $f^{-1}([0,1])$ controimmagine dell'insieme $[0,1]$. ($\mathbb{R}_- =]-\infty, 0]$)
4) Calcola i seguenti limiti: $\lim_{x \to 0} (1 - 4\,x)^{\frac{1}{arctg\, x}}$; $\lim_{x \to 0} \dfrac{sen(2\,x^3 - x^4)}{x^3 - x^5}$.
5) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim_{x \to +\infty} \dfrac{1 + x^2}{2x^2}$.

✓Il compito è diviso in 5 esercizi che presentano tutti valutazione pari a 6, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 30; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 18 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico, tempo a disposizione 75 minuti.

Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 2016-17)
12 novembre 2016
Compito $\mathbb{B}$3✓

1) Siano A, B e C tre insiemi, se sono verificate le seguenti inclusioni: $\mathcal{C}(C) \subseteq (A \cap B)$ e $B \cap C \subseteq A$. Quale fra le relazioni $B \cap C = \emptyset$ o $\mathcal{C}(A) \cap B = \emptyset$ è sicuramente verificata? (giustificare la risposta)
2) Si determinino i possibili valori del numero naturale n che soddisfa la seguente condizione: $\dfrac{(n!)!}{(6n)!} = 1$.
3) Sia f una funzione con dominio e codominio $\mathbb{R}$ e $f(x) = \begin{cases} -x & \text{per } x < 0 \\ x & \text{per } 0 \leq x \end{cases}$. Si disegni il suo grafico e si determini l'insieme $f(\mathbb{R}_-)$ immagine dell'insieme $\mathbb{R}_-$, e l'insieme $f^{-1}([-1, 0])$ controimmagine dell'insieme $[-1, 0]$. ($\mathbb{R}_- =]-\infty, 0]$)
4) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} (1+x)^{\frac{3}{x}}$; $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{tg(x^2 - 3x^5)}{4x^2 - x^8}$.
5) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{3 - x^2}{x^2}$.

✓Il compito è diviso in 5 esercizi che presentano tutti valutazione pari a 6, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 30; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 18 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico, tempo a disposizione 75 minuti.

Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 2016-17)
12 novembre 2016
Compito $\mathbb{B}$4✓

1) Siano A, B e C tre insiemi, se sono verificate le seguenti inclusioni: $\mathcal{C}(A \cap B) \subseteq C$ e $A \cap C \subseteq B$. Quale fra le relazioni $B \cap C = \emptyset$ o $\mathcal{C}(B) \cap A = \emptyset$ è sicuramente verificata? (giustificare la risposta)
2) Si determinino i possibili valori del numero naturale n che soddisfa la seguente condizione: $\dfrac{(4 \cdot n!)!}{(4n)!} = 1$.
3) Sia f una funzione con dominio e codominio $\mathbb{R}$ e $f(x) = \begin{cases} x - 1 & \text{per } x < 0 \\ 1 & \text{per } 0 \leq x \end{cases}$. Si disegni il suo grafico e si determini l'insieme $f(\mathbb{R}_+)$ immagine dell'insieme $\mathbb{R}_+$, e l'insieme $f^{-1}([-1, 0])$ controimmagine dell'insieme $[-1, 0]$. ($\mathbb{R}_+ = [0, +\infty[$)
4) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} (1 + 3\,tgx)^{\frac{1}{x}}$; $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{arctg(x - x^5)}{6(x - x^2)}$.
5) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{6 - 2x^2}{x^2}$.

✓Il compito è diviso in 5 esercizi che presentano tutti valutazione pari a 6, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 30; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 18 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico, tempo a disposizione 75 minuti.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 16-17)

9 gennaio 2017

Compito $\mathbb{W}$✓

1) (7 punti) Sia dato il polinomio $p(x) = (1 + x^3)^{20}$. Determina il coefficiente di grado 21 ed il coefficiente di grado 34 del polinomio proposto.

2) (6 punti) Determina il Campo di Esistenza della funzione di equazione $y = \dfrac{log(6 - x - x^2)}{x^2 - 9}$; ed inoltre determina le equazioni dei suoi eventuali asintoti.

3) (8 punti) Sia data la funzione $f(x) = \begin{cases} a & \text{se } x \leq -2 \\ Max\{1, x^2\} & \text{se } -2 < x < 0 \\ b & \text{se } 0 \leq x \end{cases}$. Determina i valori dei parametri a e b che rendono la funzione continua sull'insieme dei numeri reali $\mathbb{R}$.

4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti e per il secondo si verifichi il risultato trovato mediante la definizione di limite: $\lim_{x \to 0} (1 - 3\, tg\, x)^{\frac{2}{x}}$; $\lim_{x \to +\infty} \left(3 + \dfrac{1}{x}\right)$.

5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = e^{2x - 2x^2}$.

6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int_{\frac{1}{2}}^{1} log(2x)\, dx$.

7) (7 punti) Calcola la derivata della funzione di equazione $y = \dfrac{e^{x^3 - sen\, x}}{tg\, x - log x}$.

8) (6 punti) Scrivi l'espressione del piano tangente alla superficie $z = f(x, y, t) = xy^2t^2 - x^2t$ nel punto di coordinate $P(1, 0, -1)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 16-17)

9 gennaio 2017

Compito $\mathbb{X}$✓

1) (7 punti) Sia dato il polinomio $p(x) = (1 + x^2)^{30}$. Determina il coefficiente di grado 21 ed il coefficiente di grado 34 del polinomio proposto.
2) (6 punti) Determina il Campo di Esistenza della funzione di equazione $y = \dfrac{log(2 + x - x^2)}{x^2 - 4}$; ed inoltre determina le equazioni dei suoi eventuali asintoti.
3) (8 punti) Sia data la funzione $f(x) = \begin{cases} a & \text{se } x \leq 0 \\ min\{1, x\} & \text{se } 0 < x < 4 \\ b & \text{se } 4 \leq x \end{cases}$. Determina i valori dei parametri a e b che rendono la funzione continua sull'insieme dei numeri reali $\mathbb{R}$.
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti e per il secondo si verifichi il risultato trovato mediante la definizione di limite: $\lim\limits_{x \to 0} (1 - 3\,x)^{-\frac{1}{arcsen\, x}}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(1 - \dfrac{4}{x}\right)$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = e^{5x - 2x^2}$.
6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int_{\frac{1}{4}}^{1} log(4x)\, dx$.
7) (7 punti) Calcola la derivata della funzione di equazione $y = \dfrac{log(tg\, x)}{x^3 \cdot 3^x}$.
8) (6 punti) Scrivi l'espressione del piano tangente alla superficie $z = f(x, y, t) = x^2 y t^2 - 4 x t^3$ nel punto di coordinate $P(1, -1, 0)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 16-17)

9 gennaio 2017

Compito $\mathbb{Y}$✓

1) (7 punti) Sia dato il polinomio $p(x) = (1 + x^3)^{30}$. Determina il coefficiente di grado 31 ed il coefficiente di grado 54 del polinomio proposto.
2) (6 punti) Determina il Campo di Esistenza della funzione di equazione $y = \dfrac{log(2 - x - x^2)}{x^2 - 4}$; ed inoltre determina le equazioni dei suoi eventuali asintoti.
3) (8 punti) Sia data la funzione $f(x) = \begin{cases} a & \text{se } x \leq 0 \\ min\{1, x^2\} & \text{se } 0 < x < 2 \\ b & \text{se } 2 \leq x \end{cases}$. Determina i valori dei parametri a e b che rendono la funzione continua sull'insieme dei numeri reali $\mathbb{R}$.
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti e per il secondo si verifichi il risultato trovato mediante la definizione di limite: $\lim\limits_{x \to 0} (1 + tg\, x)^{-\frac{1}{4x}}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(6 - \dfrac{2}{x}\right)$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = e^{x - \frac{1}{2}x^2}$.
6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int_{\frac{1}{2}}^{2} log(2x)\, dx$.
7) (7 punti) Calcola la derivata della funzione di equazione $y = 2^{\frac{cos\, x}{tg\, x + sen\, x}}$.
8) (6 punti) Scrivi l'espressione del piano tangente alla superficie $z = f(x, y, t) = x^2 y^3 + 5xyt$ nel punto di coordinate $P(0, 1, -1)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 16-17)

9 gennaio 2017

Compito $\mathbb{Z}$✓

1) (7 punti) Sia dato il polinomio $p(x) = (1 + x^4)^{10}$. Determina il coefficiente di grado 24 ed il coefficiente di grado 38 del polinomio proposto.
2) (6 punti) Determina il Campo di Esistenza della funzione di equazione $y = \dfrac{log(12 - x - x^2)}{x^2 - 16}$; ed inoltre determina le equazioni dei suoi eventuali asintoti.
3) (8 punti) Sia data la funzione $f(x) = \begin{cases} a & \text{se } x \leq -3 \\ Max\{-1, x\} & \text{se } -3 < x < 0 \\ b & \text{se } 0 \leq x \end{cases}$.
   Determina i valori dei parametri a e b che rendono la funzione continua sull'insieme dei numeri reali $\mathbb{R}$.
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti e per il secondo si verifichi il risultato trovato mediante la definizione di limite: $\lim\limits_{x \to 0} (1 + 2\, sen\, x)^{\frac{1}{3\, sen\, x}}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{1}{x} - 2 \right)$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = e^{8x - 8x^2}$.
6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int_{\frac{1}{3}}^{1} log(3x)\; dx$.
7) (7 punti) Calcola la derivata della funzione di equazione $y = \dfrac{log\left(cos\, x - (sen\, x)^2\right)}{\sqrt{e^{-3x}}}$.
8) (6 punti) Scrivi l'espressione del piano tangente alla superficie $z = f(x, y, t) = x^2 yt + 2y^3 t$ nel punto di coordinate $P(-1, 1, 0)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 16-17)

6 febbraio 2017

Compito $\mathbb{H}^{\checkmark}$

1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici p, q e r, e siano s_1 e s_2 le proposizioni composte s_1: $p \Rightarrow \neg q$, s_2: $\neg r \Rightarrow \neg p$. Se le proposizioni composte s_1 e s_2 sono entrambe vere o entrambe false, studia la verità o falsità della proposizione composta s: $\neg(p\ o\ q) \Leftrightarrow (r \Rightarrow \neg p)$.

2) (7 punti) Se disponi solo delle cifre 3, 4, 5 e 6; quanti numeri di cinque cifre puoi formare? E quanti numeri pari di cinque cifre che presentano una ed una sola cifra dispari puoi formare?

3) (8 punti) Sia data la funzione $f(x) = \begin{cases} min\{-1, x\} & \text{se } x \leq 0 \\ a + bx & \text{se } 0 < x < 4 \\ min\{1, x\} & \text{se } 4 \leq x \end{cases}$. Determina i valori dei parametri a e b che rendono la funzione continua sull'insieme dei numeri reali $\mathbb{R}$.

4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{1 + sen(2x)} - 1}{sen\, x}$; $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{e^x + 2^{-3x} - x^2}{x^3 + 3^{-x}}$.

5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = log\left(\dfrac{3 - x}{1 + x}\right)$.

6) (7 punti) Calcola $\displaystyle\int_{-2}^{1} \left(x^3 - |2x|\right)\, dx$.

7) (8 punti) Siano date due funzioni $f(x)$ e $g(x)$ entrambe derivabili in $x = 0$ con: $f(0) = g(0) = 1$, $f'(0) = 1$ e $g'(0) = 0$. Determina l'equazione della retta tangente alla funzione $h(x) = f(f(x) - g(x))$ nel punto $x = 0$.

8) (6 punti) Calcola le derivate parziali della funzione $f(x, y, z) = xy^2 - (z + y)^x$.

$^{\checkmark}$ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 16-17)

6 febbraio 2017

Compito II✓

1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici p, q e r, e siano s_1 e s_2 le proposizioni composte s_1: $\neg p \Rightarrow \neg r$, s_2: $\neg r \Rightarrow q$. Se le proposizioni composte s_1 e s_2 non possono essere entrambe vere o entrambe false, studia la verità o falsità della proposizione composta s: $(p \Rightarrow r)\ o\ (\neg r \Leftrightarrow q)$.

2) (7 punti) Se disponi solo delle cifre 3, 4, 5 e 6; quanti numeri di sei cifre puoi formare? E quanti numeri dispari di sei cifre che presentano una ed una sola cifra pari puoi formare?

3) (8 punti) Sia data la funzione $f(x) = \begin{cases} min\{2, x\} & \text{se } x \leq 0 \\ a + bx & \text{se } 0 < x < 1 \\ Max\{2, -x\} & \text{se } 1 \leq x \end{cases}$. Determina i valori dei parametri a e b che rendono la funzione continua sull'insieme dei numeri reali $\mathbb{R}$.

4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{4 + sen(2x)} - 2}{sen(2x)}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^{-6x} + 4^x - x}{x^2 + 3^x}$.

5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = log\left(\dfrac{1-x}{4+x}\right)$.

6) (7 punti) Calcola $\displaystyle\int_{-3}^{1} \left(4x^3 + |x|\right)\, dx$.

7) (8 punti) Siano date due funzioni $f(x)$ e $g(x)$ entrambe derivabili in $x = 0$ con: $f(0) = g(0) = 1$, $f'(0) = 0$ e $g'(0) = -2$. Determina l'equazione della retta tangente alla funzione $h(x) = g(g(x) - f(x))$ nel punto $x = 0$.

8) (6 punti) Calcola le derivate parziali della funzione $f(x, y, z) = x^3 z^2 + y^{x-z}$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 16-17)

6 febbraio 2017

Compito $\mathbb{J}$✓

1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici p, q e r, e siano s_1 e s_2 le proposizioni composte s_1: $\neg p \Rightarrow r$, s_2: $\neg r \Rightarrow \neg q$. Se le proposizioni composte s_1 e s_2 sono entrambe vere o entrambe false, studia la verità o falsità della proposizione composta s: $(p \; e \; r) \Rightarrow \neg(r \Leftrightarrow q)$.
2) (7 punti) Se disponi solo delle cifre 5, 6, 7, 8 e 9; quanti numeri di sei cifre puoi formare? E quanti numeri dispari di sei cifre che presentano una ed una sola cifra pari puoi formare?
3) (8 punti) Sia data la funzione $f(x) = \begin{cases} Max\{2, x\} & \text{se } x \leq -4 \\ a + bx & \text{se } -4 < x < 0 \\ min\{-2, x\} & \text{se } 0 \leq x \end{cases}$. Determina i valori dei parametri a e b che rendono la funzione continua sull'insieme dei numeri reali $\mathbb{R}$.
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{1 + sen(-2x)} - 1}{sen(2x)}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^{-x} + 2^{3x} - x^3}{x^3 + 4^{-x}}$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = log\left(\dfrac{1+x}{5-x}\right)$.
6) (7 punti) Calcola $\displaystyle\int_{-2}^{2} \left(x^4 - |x|\right) dx$.
7) (8 punti) Siano date due funzioni $f(x)$ e $g(x)$ entrambe derivabili in $x = 0$ con: $f(0) = g(0) = 0$, $f'(0) = 4$ e $g'(0) = -1$. Determina l'equazione della retta tangente alla funzione $h(x) = g(3 \cdot f(x) - g(x))$ nel punto $x = 0$.
8) (6 punti) Calcola le derivate parziali della funzione $f(x, y, z) = xyz + (3y)^z$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 16-17)

6 febbraio 2017

Compito $\mathbb{K}$✓

1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici p, q e r, e siano s_1 e s_2 le proposizioni composte s_1: $q \Rightarrow \neg r$, s_2: $r \Rightarrow \neg p$. Se le proposizioni composte s_1 e s_2 sono entrambe vere, studia la verità o falsità della proposizione composta s: $(p\ e\ r) \Rightarrow (\neg r\ e\ \neg q)$.
2) (7 punti) Se disponi solo delle cifre 5, 6, 7, 8 e 9; quanti numeri di quattro cifre puoi formare? E quanti numeri pari di quattro cifre che presentano una ed una sola cifra dispari puoi formare?
3) (8 punti) Sia data la funzione $f(x) = \begin{cases} Max\{-1, x\} & \text{se } x \leq -2 \\ a + bx & \text{se } -2 < x < 0. \\ Max\{1, -x\} & \text{se } 0 \leq x \end{cases}$

   Determina i valori dei parametri a e b che rendono la funzione continua sull'insieme dei numeri reali $\mathbb{R}$.
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{1 + sen\,x} - 1}{sen(-2x)}$; $\lim_{x \to -\infty} \frac{e^{-x} + 3^x - x^4}{x^3 + 3^{2x}}$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = log\left(\frac{2+x}{4-x}\right)$.
6) (7 punti) Calcola $\int_{-1}^{2} \left(x^2 + |3x|\right) dx$.
7) (8 punti) Siano date due funzioni $f(x)$ e $g(x)$ entrambe derivabili in $x = 0$ con: $f(0) = g(0) = 0$, $f'(0) = 1$ e $g'(0) = -2$. Determina l'equazione della retta tangente alla funzione $h(x) = f(2 \cdot f(x) + g(x))$ nel punto $x = 0$.
8) (6 punti) Calcola le derivate parziali della funzione $f(x, y, z) = x^3 z - sen(xy)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 16-17)

6 febbraio 2017

Compito $\mathbb{L}$✓

1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici p, q e r, e siano s_1 e s_2 le proposizioni composte s_1: $\neg q \Rightarrow r$, s_2: $r \Rightarrow \neg p$. Se le proposizioni composte s_1 e s_2 non possono essere entrambe vere o entrambe false, studia la verità o falsità della proposizione composta s: $(p\ o\ q) \Rightarrow (r \Rightarrow p)$.
2) (7 punti) Se disponi solo delle cifre 4, 5, 6, 7, 8 e 9; quanti numeri di sei cifre puoi formare? E quanti numeri pari di sei cifre che presentano una ed una sola cifra dispari puoi formare?
3) (8 punti) Sia data la funzione $f(x) = \begin{cases} min\{1, x^2\} & \text{se } x \leq \ -3 \\ a + bx & \text{se } -3 < x < 0 \\ min\{1,\ -x\} & \text{se } 0 \leq x \end{cases}$. Determina i valori dei parametri a e b che rendono la funzione continua sull'insieme dei numeri reali $\mathbb{R}$.
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{1 + 2\, sen\, x} - 1}{sen(2x)}$; $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{e^x + 3^{-x} - x}{x + 4^x}$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = log\left(\dfrac{4 + x}{2 - x}\right)$.
6) (7 punti) Calcola $\displaystyle\int_{-1}^{2} \left(x^3 + |3x|\right) dx$.
7) (8 punti) Siano date due funzioni $f(x)$ e $g(x)$ entrambe derivabili in $x = 0$ con: $f(0) = g(0) = 0$, $f'(0) = 1$ e $g'(0) = 3$. Determina l'equazione della retta tangente alla funzione $h(x) = f(f(x) + g(x))$ nel punto $x = 0$.
8) (6 punti) Calcola le derivate parziali della funzione $f(x, y, z) = xy^2 - (xz)^y$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 16-17)

6 febbraio 2017

Compito $\mathbb{M}^{✓}$

1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici p, q e r, e siano s_1 e s_2 le proposizioni composte s_1: $r \Rightarrow \neg q$, s_2: $r \Rightarrow \neg p$. Se le proposizioni composte s_1 e s_2 sonoe ntrambe vere o entrambe false, studia la verità o falsità della proposizione composta s: $r \Rightarrow (r \Rightarrow \ (p \ e \ q))$.
2) (7 punti) Se disponi solo delle cifre 4, 5, 6, 7, 8 e 9; quanti numeri di cinque cifre puoi formare? E quanti numeri pari di cinque cifre che presentano una ed una sola cifra dispari puoi formare?
3) (8 punti) Sia data la funzione $f(x) = \begin{cases} Max\{2, x\} & \text{se } x \leq 0 \\ a + bx & \text{se } 0 < x < 4 \\ Max\{-2, x\} & \text{se } 4 \leq x \end{cases}$. Determina i valori dei parametri a e b che rendono la funzione continua sull'insieme dei numeri reali $\mathbb{R}$.
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{9 + sen^2 x} - 3}{sen\, x}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2^{-x} + 3^{-x} + x^2}{x^2 + 3^{-2x}}$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = log\left(\dfrac{1-x}{5+x}\right)$.
6) (7 punti) Calcola $\displaystyle\int_{-2}^{0} \left(x^3 - |-4x|\right)\, dx$.
7) (8 punti) Siano date due funzioni $f(x)$ e $g(x)$ entrambe derivabili in $x = 0$ con: $f(0) = g(0) = 0$, $f'(0) = 1$ e $g'(0) = -1$. Determina l'equazione della retta tangente alla funzione $h(x) = g(f(x) + g(x))$ nel punto $x = 0$.
8) (6 punti) Calcola le derivate parziali della funzione $f(x, y, z) = x^2 yz - sen(zy)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2016-2017)

17 marzo 2017

Compito Unico✓

1) (6 punti) Siano dati tre insiemi A, B e C tali per cui vale che $C \subseteq (A \cup B)$ $B \subseteq (A \cup C)$. Si può concludere con certezza che $(A \cap C) \subseteq B$? (Giustificare la risposta)

2) (8 punti) Indichiamo con $D^r_{n,k}$ il numero di disposizioni con ripetizione di n oggetti presi k a k, con $D_{n,k}$ il numero di disposizioni semplici di n oggetti presi k a k e con $C_{n,k}$ il numero di combinazioni semplici di n oggetti presi k a k. Calcola $D^r_{10,20}$, $D_{20,10}$, $C_{20,10}$ ed il rapporto $D_{20,10}\big/C_{20,10}$.

3) (6 punti) Siano date le funzioni $f(x) = \dfrac{1}{x}$ e $g(x) = x + 1$; determina le espressioni delle funzioni composte $f(g(x))$ e $g(f(x))$ e risolvi la disequazione $f(g(x)) + g(f(x)) > 1$.

4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\underset{x \to 0}{lim} \dfrac{e^{e^x-1} - 1}{x}$; $\underset{x \to +\infty}{lim} \left(1 + \dfrac{e^2}{e^{x+2}}\right)^{e^x}$.

5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = log\left(\dfrac{1+e^x}{e^x}\right)$.

6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int_0^2 \frac{e^x}{1+e^x}\, dx$.

7) (7 punti) Siano date le matrici $\mathbb{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ e $\mathbb{B} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$; determina una matrice $\mathbb{X} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{bmatrix}$ tale per cui valga l'uguaglianza: $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X} = \mathbb{X}^T \cdot \mathbb{B}$.

8) (7 punti) Si studi la natura dei punti critici della funzione $f(x, y) = y^3 + xy^2 + x^2 - 4x$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2016-2017)

12 giugno 2017

Compito Unico✓

1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici p, q e r; se le due proposizioni composte $p \Rightarrow (q\ o\ r)$ e $r \Rightarrow (p\ o\ q)$ sono entrambe vere, la proposizione composta $(p\ o\ q) \Leftrightarrow (q\ o\ r)$ è sicuramente vera? (giustificare la risposta)

2) (6 punti) Se si dispone di 10 colori distinti, quante bandiere tipo quella italiana (a tre bande verticali) si possono comporre se tutte le bande devono avere colore distinto? E quante bandiere si possono formare se non è necessario che le tre bande abbiano tutte colori distinti ma naturalmente quella centrale deve avere colore distinto dalle altre due?

3) (7 punti) Disegna il grafico di una funzione di variabile reale $f(x)$ con le seguenti caratteristiche:
   1. il suo dominio è l'insieme $\mathbb{R}$ e $f(x)$ è pari;
   2. $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$;
   3. $f(x)$ presenta minimo assoluto nel punto di coordinate $(3, 1)$;
   4. $f(x)$ interseca l'asse delle ordinate nel punto di coordinate $(0, 3)$.

4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim_{x \to 0} \frac{e^{-\sqrt{1-\cos x^2}} - 1}{x^2}$; $\lim_{x \to +\infty} \frac{x^2 + \frac{2}{x^4}}{x^4 + \frac{4}{x^2}}$.

5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = x^2 e^{-x}$.

6) (8 punti) Calcola $\int_0^1 x^2 e^{x^3}\, dx$.

7) (7 punti) Tramite la formula del differenziale calcola un valore approssimato di $\sqrt[4]{1.012}$.

8) (8 punti) Studia la natura dei punti critici della funzione $f(x, y) = xy^2 - 9y^2 - 2x^2$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2016-2017)

11 luglio 2017

Compito Unico✓

1) (7 punti) Calcola gli interi n e k che soddisfano il sistema di condizioni:
$$\begin{cases} \binom{n}{k} = 4\binom{n-1}{k-1} \\ \binom{n+1}{k+1} = 2\binom{n+1}{k} \end{cases}.$$

2) (7 punti) Sia data la funzione $f(x) = \begin{cases} 1+x & \text{se } x \leq 0 \\ 1 & \text{se } 0 < x \end{cases}$. Si disegni il suo grafico e si determini l'insieme $f([-1,1])$ immagine dell'insieme $[-1,1]$, e l'insieme $f^{-1}([-1,1])$ controimmagine dell'insieme $[-1,1]$.

3) (6 punti) Determina il valore del parametro k tale per cui risulta
$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x + kx - 1}{x} = 2.$$

4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\displaystyle \lim_{x \to 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[4]{1+x}}{x}$;
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{3^x + 4^x + x^5}{e^x + \log x + \operatorname{sen} x}.$$

5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = \log\left(\dfrac{1+2x}{1-2x}\right)$.

6) (8 punti) Calcola $\displaystyle \int \left(e^x - e^{-2x} + \frac{4}{1+x}\right) dx$.

7) (7 punti) Siano date le matrici $\mathbb{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ e $\mathbb{B} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$; determina la matrice $\mathbb{X}$ che soddisfa la relazione $\mathbb{A}^T \cdot \mathbb{X} = \mathbb{A} \cdot \mathbb{B}^T$.

8) (7 punti) Calcola il gradiente della funzione $f(x,y,z) = x^{y+z} \cdot \log(yz)$ nel punto di coordinate $P(1,1,1)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2016-2017)

6 settembre 2017

Compito Unico✓

1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici p, q e r; per le tre proposizioni valgono le seguenti condizioni:
   i) p e q non possono essere contemporaneamente vere;
   ii) p, q e r non possono essere contemporaneamente tutte e tre false;
   iii) se q è falsa allora r è vera.
   Sotto le condizioni sopra riportate determina la verità o falsità della proposizione composta: $\neg(q\ e\ r) \Rightarrow \neg(p\ e\ q)$.
2) (6 punti) Il codice di acceso al caveau di una banca è formato inizialmente da quattro lettere dell'alfabeto inglese (26 lettere in totale) seguite da quattro cifre arabe (10 cifre in totale), le lettere possono essere arbitrariamente maiuscole o minuscole, non vi è differenza. Quanti distinti codici di accesso si possono formare se le lettere e le cifre possono essere anche ripetute? Quanti distinti codici di accesso si possono formare se le lettere e le cifre che compongono il codice non possono essere ripetute?
3) (8 punti) Sia dato l'insieme $A = \{x \in \mathbb{R}\colon 2^{|x|} < 8\} \cup \{x \in \mathbb{R}\colon log_3 x \geq 1\}$.
   Determina la frontiera di A: $\delta(A)$, e il derivato di A: $\mathcal{D}(A)$. L'insieme A è aperto, chiuso o nè aperto nè chiuso?
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{log(1+x+x^2+3\,sen\,x)}{x}$;
   $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{x^3+3x^2}{x^3}\right)^x$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = log\left(\dfrac{1+x^2}{1-x^2}\right)$.
6) (8 punti) Calcola $\int (x + log\,x)\,dx$.
7) (8 punti) Sia data la funzione $f(x) = \begin{cases} x + sen(2x) & \text{se } x \leq 0 \\ mx + q & \text{se } 0 < x \end{cases}$. Si determinino i valori dei parametri m e q che rendono la funzione continua e derivabile su tutto l'insieme dei numeri reali.
8) (6 punti) Scrivi l'espressione del piano tangente alla superficie
   $z = f(x,y) = e^{x+3xy^2}$ nel punto di coordinate $O(0,0)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2016-2017)

20 settembre 2017

Compito $\mathbb{A}$✓

1) (7 punti) Siano date due proposizioni semplici p e q; sapendo che la proposizione composta $p \Rightarrow q$ è vera, studiare la verità o falsità della proposizione composta $\neg(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow \neg(q \Rightarrow p)$.

2) (7 punti) Si consideri la funzione $f(x) = \begin{cases} x & \text{se } x < 0 \\ 0 & \text{se } 0 \le x \le 2 \\ 1 & \text{se } 2 < x \end{cases}$. Disegna il grafico di $f(x)$ e calcola l'immagine e la controimmagine dell'intervallo $[-1,1]$: $f([-1,1])$ e $f^{-1}([-1,1])$.

3) (7 punti) Siano dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}: x^2 < 1\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R}: 2^x - 1 < 3 - 3 \cdot 2^x\}$. Determina gli insiemi $A \cap B$ e $\mathcal{C}(A \cup B)$ e calcola la frontiera di entrambi: $\delta(A \cap B)$ e $\delta(\mathcal{C}(A \cup B))$. (Con $\mathcal{C}(X)$ si indica il complementare dell'insieme X)

4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{sen(1 - cos\, x)}{sen\, x^2}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{3^x + e^x + x^5}{cos\, x - e^{-x} - 3^x}$.

5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = x^2 e^{1-2x}$. (Non sono richiesti il calcolo e lo studio della derivata seconda, la funzione presenta due punti di flesso di ascissa positiva.)

6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x - sen(2x)}{x^2 + cos(2x)}\, dx$.

7) (7 punti) Sia data la funzione $f(x) = \begin{cases} a - x \cdot cos\, x & \text{se } x \le 0 \\ b \cdot x & \text{se } 0 < x \end{cases}$. Si determinino i valori dei parametri a e b che rendono la funzione continua e derivabile su tutto l'insieme dei numeri reali.

8) (6 punti) Si calcoli il gradiente della funzione $f(x,y,z) = x^3 y + 4y^2 z$ nel punto di coordinate $P(1,0,1)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2016-2017)

20 settembre 2017

Compito $\mathbb{B}$✓

1) (7 punti) Siano date due proposizioni semplici p e q; sapendo che la proposizione composta $q \Rightarrow p$ è vera, studiare la verità o falsità della proposizione composta $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow \neg(p \Leftrightarrow q)$.

2) (7 punti) Si consideri la funzione $f(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } x \leq -1 \\ x & \text{se } -1 < x < 2 \\ 2 & \text{se } 2 \leq x \end{cases}$. Disegna il grafico di $f(x)$ e calcola l'immagine e la controimmagine dell'intervallo $[-1,1]$: $f([-1,1])$ e $f^{-1}([-1,1])$.

3) (7 punti) Siano dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}: x^2 \leq 4\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R}: e^x - 3 > 1 - e^x\}$. Determina gli insiemi $A \cup B$ e $A \cap B$ e calcola la frontiera di entrambi: $\delta(A \cup B)$ e $\delta(A \cap B)$.

4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1 - cos(sen\, x)}{tg\, x^2}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x^3 + e^x + 2^x}{sen\, x - e^{-x} + 3^x}$.

5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = x^2 e^{x-1}$. (Non sono richiesti il calcolo e lo studio della derivata seconda, la funzione presenta due punti di flesso di ascissa negativa.)

6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x - sen(2x)}{x^2 + cos(2x)}\, dx$.

7) (7 punti) Sia data la funzione $f(x) = \begin{cases} a \cdot x & \text{se } x < 0 \\ b + x \cdot cos\, x & \text{se } 0 \leq x \end{cases}$. Si determinino i valori dei parametri a e b che rendono la funzione continua e derivabile su tutto l'insieme dei numeri reali.

8) (6 punti) Si calcoli il gradiente della funzione $f(x,y,z) = xy + 5x^2 z$ nel punto di coordinate $P(1,1,0)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2016-2017)

14 ottobre 2017

Compito Unico✓

1) (6 punti) Se si hanno a disposizione otto tessuti di colore diverso, quante distinte bandiere a tre bande verticali si possono confezionare se ogni banda deve avere colore diverso dalle altre? Quante distinte bandiere a tre bande verticali si possono confezionare se ogni banda deve avere colore diverso da quelle ad essa adiacenti?

2) (8 punti) Siano date le funzioni: $f(x) = \sqrt[3]{1+x}$, $g(x) = 4^{x-1}$ e $h(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \leq 1 \\ x+1 & \text{se } x > 1 \end{cases}$. Determina le espressioni delle funzioni composte $f(g(x))$, $g(f(x))$, $g(h(x))$ e $f(f(g(x)))$.

3) (7 punti) Sia data la funzione $f(x) = \begin{cases} a & \text{se } x \leq -1 \\ x^2 + x^3 & \text{se } -1 < x < 1 \\ x+b & \text{se } 1 \leq x \end{cases}$. Calcola i valori dei parametri a e b che rendono la funzione continua sull'insieme dei numeri reali $\mathbb{R}$.

4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{tg\, x + sen\, x}{x + sen^2 x}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^{e^x}}{e^{\frac{1}{e^x}}}$.

5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = e^{x^2 + \frac{1}{x^2}}$. (Non sono richiesti il calcolo e lo studio della derivata seconda, la funzione non presenta punti di flesso.)

6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int_1^2 \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \right) dx$.

7) (6 punti) Sia data la funzione di equazione $y = e^{x^2} + x$. Determina l'equazione della retta tangente al grafico della funzione nel punto di ascissa $x_0 = 0$.

8) (7 punti) Scrivi l'espressione del piano tangente alla superficie $z = f(x,y) = x^3 y + 2\,\dfrac{x}{y}$ nel punto di coordinate $P(1,1)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.