Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 2017-18)
11 novembre 2017

Compito **A1**✓

1) Siano p, q e r tre proposizioni semplici; se le proposizioni composte $(\neg p \Rightarrow r)$ e $(q \Rightarrow r)$ sono entrambe vere, costruisci la tavola di verità della proposizione composta $(r \Leftrightarrow (q \vee \neg p))$.
2) Siano date le funzioni: $f(x) = log(1+x),\ g(x) = 3^{-x}$ e $h(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \le 1 \\ x+1 & \text{se } x > 1 \end{cases}$. Determina le espressioni delle funzioni composte $f(g(x))$, $g(f(x))$, $g(h(x))$ e $f(f(g(x)))$.
3) Quanti numeri formati da sei cifre e che presentano esattamente tre volte la cifra 0 esistono?
4) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{arctg\, x} - 1}{tg(5x)}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{x}{x+3}\right)^{-x}$.
5) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{3-x}{5}$.

✓Il compito è diviso in 5 esercizi che presentano tutti valutazione pari a 6, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 30; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 18 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico, tempo a disposizione 75 minuti.

Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 2017-18)

11 novembre 2017

Compito **A2**✓

1) Siano p, q e r tre proposizioni semplici; se le proposizioni composte $(r \Rightarrow q)$ e $(\neg q \Rightarrow p)$ sono entrambe vere, costruisci la tavola di verità della proposizione composta $(r \Rightarrow (\neg q \wedge p))$.
2) Siano date le funzioni: $f(x) = \sqrt[5]{1+x},\ g(x) = sen(\pi x)$ e $h(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } x \le -1 \\ 1+2x & \text{se } x > -1 \end{cases}$. Determina le espressioni delle funzioni composte $f(g(x))$, $g(f(x))$, $f(h(x))$ e $g(f(g(x)))$.
3) Quanti numeri formati da sei cifre e che presentano esattamente due volte la cifra 0 esistono?
4) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{arcsen(1 - cos\, x)}{sen\, x^2}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{x}{x-1}\right)^{x}$.
5) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{2+x}{3}$.

✓Il compito è diviso in 5 esercizi che presentano tutti valutazione pari a 6, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 30; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 18 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico, tempo a disposizione 75 minuti.

Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 2017-18)

11 novembre 2017

Compito **A3**✓

1) Siano p, q e r tre proposizioni semplici; se le proposizioni composte $(q \Rightarrow \neg r)$ e $(p \Rightarrow r)$ sono entrambe vere, costruisci la tavola di verità della proposizione composta $((q \wedge p) \Rightarrow \neg r)$.
2) Siano date le funzioni: $f(x) = 4^{2-x}$, $g(x) = log(1-3x)$ e $h(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 0 \\ -2x & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$. Determina le espressioni delle funzioni composte $f(g(x))$, $g(f(x))$, $f(h(x))$ e $g(f(g(x)))$.
3) Quanti numeri formati da otto cifre e che presentano esattamente tre volte la cifra 0 esistono?
4) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{tg(5^{x^2}-1)}{sen\, x}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{x}{x-1}\right)^{2x}$.
5) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim\limits_{x \to -3} \dfrac{x+1}{8}$.

✓Il compito è diviso in 5 esercizi che presentano tutti valutazione pari a 6, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 30; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 18 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico, tempo a disposizione 75 minuti.

Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 2017-18)

11 novembre 2017

Compito **A4**✓

1) Siano p, q e r tre proposizioni semplici; se le proposizioni composte $(\neg q \Rightarrow p)$ e $(r \Rightarrow p)$ sono entrambe vere, costruisci la tavola di verità della proposizione composta $(\neg(q \vee r) \Rightarrow p)$.
2) Siano date le funzioni: $f(x) = 3 - x^3$, $g(x) = \sqrt{log(2x)}$ e $h(x) = \begin{cases} x^2+1 & \text{se } x < 0 \\ 1 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$. Determina le espressioni delle funzioni composte $f(g(x))$, $g(f(x))$, $g(h(x))$ e $f(f(g(x)))$.
3) Quanti numeri formati da sette cifre e che presentano esattamente quattro volte la cifra 0 esistono?
4) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{3x^2}-1}{log(1+x^2)}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{x}{x+2}\right)^{-4x}$.
5) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim\limits_{x \to 5} \dfrac{2x-3}{6}$.

✓Il compito è diviso in 5 esercizi che presentano tutti valutazione pari a 6, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 30; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 18 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico, tempo a disposizione 75 minuti.

Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 2017-18)
11 novembre 2017
Compito $\mathbb{Z}1$✓

1) Siano p, q e r tre proposizioni semplici; se le proposizioni composte $(\neg p \Leftrightarrow r)$ e $\neg(q \vee r)$ sono entrambe false, costruisci la tavola di verità della proposizione composta $(r \Rightarrow (q \vee p))$.
2) Un numero è detto palindromo se letto da destra a sinistra o da sinistra a destra è equivalente (ad esempio 1221 è palindromo, 1231 non è palindromo). Quanti numeri palindromi di nove cifre e che presentano esattamente una sola cifra 0 esistono?
3) Siano dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}\colon 3^{x-1} > 27\}$ e $B = [-10, 10]$. Dopo aver determinato gli insiemi $A \cap B$ e $A \cup B$, determina l'insieme $\mathcal{D}(A \cap B)$, derivato dell'intersezione fra gli insiemi A e B.
4) Calcola i seguenti limiti: $\displaystyle \lim_{x \to 0} \frac{\sqrt[3]{1 + arctg\, x} - 1}{x^2 + 2x}$; $\displaystyle \lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x^2 + 3x}{2x^2 - 5}\right)^{3-x^3}$.
5) Per $x \to 0$ determina l'ordine e la parte principale dell'infinitesimo $f(x) = log(1 + 3x^4)$, rispetto all'infinitesimo campione $g(x) = x$.

✓Il compito è diviso in 5 esercizi che presentano tutti valutazione pari a 6, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 30; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 18 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico, tempo a disposizione 75 minuti.

Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 2017-18)
11 novembre 2017
Compito $\mathbb{Z}2$✓

1) Siano p, q e r tre proposizioni semplici; se le proposizioni composte $(q \Leftrightarrow \neg r)$ e $(q \wedge p)$ sono entrambe false, costruisci la tavola di verità della proposizione composta $((q \vee r) \Rightarrow \neg p)$.
2) Un numero è detto palindromo se letto da destra a sinistra o da sinistra a destra è equivalente (ad esempio 1221 è palindromo, 1231 non è palindromo). Quanti numeri palindromi di cinque cifre e che presentano esattamente una sola cifra 0 esistono?
3) Siano dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}\colon 4^{2x+1} \leq 16\}$ e $B =]-3, 3[$. Dopo aver determinato gli insiemi $A \cap B$ e $A \cup B$, determina l'insieme $\delta(A \cap B)$, frontiera dell'intersezione fra gli insiemi A e B.
4) Calcola i seguenti limiti: $\displaystyle \lim_{x \to 0} \frac{sen(1 - cos(2x))}{x^3 - 2x^2}$; $\displaystyle \lim_{x \to +\infty} \left(\frac{5x^2 + 3}{x^2 + 5x + 1}\right)^{x^2}$.
5) Per $x \to 0$ determina l'ordine e la parte principale dell'infinitesimo $f(x) = \sqrt{1 + tg^2 x} - 1$, rispetto all'infinitesimo campione $g(x) = x$.

✓Il compito è diviso in 5 esercizi che presentano tutti valutazione pari a 6, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 30; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 18 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico, tempo a disposizione 75 minuti.

Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 2017-18)

11 novembre 2017

Compito ℤ3✓

1) Siano p, q e r tre proposizioni semplici; se le proposizioni composte $(p \Leftrightarrow r)$ e $(q \wedge r)$ sono entrambe false, costruisci la tavola di verità della proposizione composta $((\neg p \wedge r) \Rightarrow \neg q)$.
2) Un numero è detto palindromo se letto da destra a sinistra o da sinistra a destra è equivalente (ad esempio 1221 è palindromo, 1231 non è palindromo). Quanti numeri palindromi di sette cifre e che presentano esattamente una sola cifra 0 esistono?
3) Siano dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R} \colon 5^{3x} \geq \frac{1}{25}\}$ e $B = [-2, 2]$. Dopo aver determinato gli insiemi $A \cap B$ e $A \cup B$, determina l'insieme $\mathcal{D}(A \cup B)$, derivato dell'unione fra gli insiemi A e B.
4) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \frac{log(1 - arcsen\, x^3)}{x^3 + x^2}$; $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(\frac{x^5 - 4x^2}{2x^3 + 13}\right)^{-x^3}$.
5) Per $x \to 0$ determina l'ordine e la parte principale dell'infinitesimo $f(x) = tg(sen\, x^3)$, rispetto all'infinitesimo campione $g(x) = x$.

✓Il compito è diviso in 5 esercizi che presentano tutti valutazione pari a 6, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 30; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 18 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico, tempo a disposizione 75 minuti.

Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 2017-18)

11 novembre 2017

Compito ℤ4✓

1) Siano p, q e r tre proposizioni semplici; se le proposizioni composte $(\neg r \Leftrightarrow q)$ e $\neg(p \vee r)$ sono entrambe false, costruisci la tavola di verità della proposizione composta $(p \Rightarrow (q \wedge r))$.
2) Un numero è detto palindromo se letto da destra a sinistra o da sinistra a destra è equivalente (ad esempio 1221 è palindromo, 1231 non è palindromo). Quanti numeri palindromi di undici cifre e che presentano esattamente una sola cifra 0 esistono?
3) Siano dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R} \colon 2^{3+x} < \frac{1}{32}\}$ e $B =]-16, 0[$. Dopo aver determinato gli insiemi $A \cap B$ e $A \cup B$, determina l'insieme $\delta(A \cup B)$, frontiera dell'unione fra gli insiemi A e B.
4) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \frac{arcsen(log(1 - x))}{x^2 + 5x}$; $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(\frac{x + x^2 + 14}{x^4 + 3x^2}\right)^{2-x}$.
5) Per $x \to 0$ determina l'ordine e la parte principale dell'infinitesimo $f(x) = e^{1-cos\, x} - 1$, rispetto all'infinitesimo campione $g(x) = x$.

✓Il compito è diviso in 5 esercizi che presentano tutti valutazione pari a 6, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 30; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 18 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico, tempo a disposizione 75 minuti.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 17-18)

17 gennaio 2018

Compito $\mathbb{W}$✓

1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici p, q e r; sapendo che almeno due fra le proposizioni proposte sono false, costruisci la tavola di verità della proposizione composta $(p \Rightarrow (q\ o\ r)) \Rightarrow \neg(p \Leftrightarrow q)$.
2) (6 punti) Quanti numeri di sette cifre tutte diverse fra loro e che non contengono la cifra 0 esistono? E quanti numeri di sette cifre che non contengono la cifra 0 e nei quali una ed una sola cifra può essere presente al massimo due volte esistono?
3) (7 punti) Sia dato l'insieme $A =]-6, 2[\cup \{z \in \mathbb{Z}\colon |z| \leq 4\}$. Determina $\delta(A)$ l'insieme dei punti di frontiera di A, e $\mathcal{D}(A)$ l'insieme dei punti di accumulazione di A. L'insieme A è aperto, chiuso o nè aperto nè chiuso? (Con $\mathbb{Z}$ indichiamo l'insieme dei numeri interi)
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{tg(sen(2x) - 3x)}{x}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(1 + \dfrac{1}{4x+1}\right)^x$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = 3x^2 e^{-2x}$. (Non sono richiesti il calcolo e lo studio della derivata seconda. La funzione presenta due punti di flesso.)
6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int \left(xe^{3x} - 2x\right)\, dx$.
7) (8 punti) Siano $f(x)$, $g(x)$ e $h(x)$ tre funzioni derivabili in $x_0 = 1$, con $f(1) = g(1) = h(1) = 1$, $f'(1) = h'(1) = -1$ e $g'(1) = 0$; determina l'equazione della retta tangente alla curva di equazione $y = f\left(\dfrac{1}{g(x) \cdot h(x)}\right)$ nel punto di ascissa $x_0 = 1$.
8) (7 punti) Determina il vettore gradiente della funzione $f(x, y, z) = \dfrac{y^2 z^2}{x - x^3 y}$ nel punto di coordinate $P(2, 0, -3)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 17-18)

17 gennaio 2018

Compito $\mathbb{X}$✓

1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici p, q e r; sapendo che almeno due fra le proposizioni proposte sono vere, costruisci la tavola di verità della proposizione composta $((q\ e\ p) \Rightarrow \neg r) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)$.
2) (6 punti) Quanti numeri di otto cifre tutte diverse fra loro e che non contengono la cifra 0 esistono? E quanti numeri di otto cifre che non contengono la cifra 0 e nei quali una ed una sola cifra può essere presente al massimo due volte esistono?
3) (7 punti) Sia dato l'insieme $A = [-8, 3[\cup \{z \in \mathbb{Z}\colon |z| \leq 5\}$. Determina $\delta(A)$ l'insieme dei punti di frontiera di A, e $\mathcal{D}(A)$ l'insieme dei punti di accumulazione di A. L'insieme A è aperto, chiuso o nè aperto nè chiuso? (Con $\mathbb{Z}$ indichiamo l'insieme dei numeri interi)
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\displaystyle \lim_{x \to 0} \frac{arctg(x - sen(3x))}{x}$; $\displaystyle \lim_{x \to +\infty} \left(1 + \frac{1}{2x+1}\right)^x$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = -x^2 e^{-x}$. (Non sono richiesti il calcolo e lo studio della derivata seconda. La funzione presenta due punti di flesso.)
6) (8 punti) Calcola $\displaystyle \int \left(x e^{4x} + 2x\right)\, dx$.
7) (8 punti) Siano $f(x)$, $g(x)$ e $h(x)$ tre funzioni derivabili in $x_0 = 1$, con $f(1) = g(1) = h(1) = -1$, $f'(1) = g'(1) = 1$ e $h'(1) = 0$; determina l'equazione della retta tangente alla curva di equazione $\displaystyle y = \frac{1}{f(g(x) \cdot h(x))}$ nel punto di ascissa $x_0 = 1$.
8) (7 punti) Determina il vettore gradiente della funzione $\displaystyle f(x, y, z) = \frac{xy^2}{3y - z^2}$ nel punto di coordinate $P(2, 0, -3)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 17-18)

17 gennaio 2018

Compito $\mathbb{Y}$✓

1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici p, q e r; sapendo che almeno due fra le proposizioni proposte sono vere, costruisci la tavola di verità della proposizione composta $(p \Leftrightarrow \neg(q\ e\ r)) \Rightarrow (r \Rightarrow q)$.
2) (6 punti) Quanti numeri di cinque cifre tutte diverse fra loro e che non contengono la cifra 0 esistono? E quanti numeri di cinque cifre che non contengono la cifra 0 e nei quali una ed una sola cifra può essere presente al massimo due volte esistono?
3) (7 punti) Sia dato l'insieme $A = [-1, 9] \cup \{z \in \mathbb{Z}: |z| \leq 2\}$. Determina $\delta(A)$ l'insieme dei punti di frontiera di A, e $\mathcal{D}(A)$ l'insieme dei punti di accumulazione di A. L'insieme A è aperto, chiuso o nè aperto nè chiuso? (Con $\mathbb{Z}$ indichiamo l'insieme dei numeri interi)
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\displaystyle \lim_{x \to 0} \frac{sen(3x + arctg(2x))}{x}$; $\displaystyle \lim_{x \to +\infty} \left(1 + \frac{1}{3x+1}\right)^x$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = 4x^2 e^x$. (Non sono richiesti il calcolo e lo studio della derivata seconda. La funzione presenta due punti di flesso.)
6) (8 punti) Calcola $\displaystyle \int \left(xe^{3x} + 3x^2\right) dx$.
7) (8 punti) Siano $f(x)$, $g(x)$ e $h(x)$ tre funzioni derivabili in $x_0 = 1$, con $f(1) = g(1) = h(1) = -1$, $g'(1) = h'(1) = -1$ e $f'(1) = 0$; determina l'equazione della retta tangente alla curva di equazione $y = f\left(\dfrac{h(x)}{g(x)}\right)$ nel punto di ascissa $x_0 = 1$.
8) (7 punti) Determina il vettore gradiente della funzione $f(x, y, z) = \dfrac{y^3 z}{x - z^2}$ nel punto di coordinate $P(0, 1, -1)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 17-18)

17 gennaio 2018

Compito $\mathbb{Z}$✓

1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici p, q e r; sapendo che almeno due fra le proposizioni proposte sono false, costruisci la tavola di verità della proposizione composta $(r \Rightarrow p) \Rightarrow (\neg(p\ o\ r) \Rightarrow q)$.
2) (6 punti) Quanti numeri di quattro cifre tutte diverse fra loro e che non contengono la cifra 0 esistono? E quanti numeri di quattro cifre che non contengono la cifra 0 e nei quali una ed una sola cifra può essere presente al massimo due volte esistono?
3) (7 punti) Sia dato l'insieme $A =]-1, 4] \cup \{z \in \mathbb{Z}: |z| \leq 3\}$. Determina $\delta(A)$ l'insieme dei punti di frontiera di A, e $\mathcal{D}(A)$ l'insieme dei punti di accumulazione di A. L'insieme A è aperto, chiuso o nè aperto nè chiuso? (Con $\mathbb{Z}$ indichiamo l'insieme dei numeri interi)
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim_{x \to 0} \frac{sen(x + tg(-5x))}{x}$; $\lim_{x \to +\infty} \left(1 + \frac{1}{5x-1}\right)^x$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = -x^2 e^{2x}$. (Non sono richiesti il calcolo e lo studio della derivata seconda. La funzione presenta due punti di flesso.)
6) (8 punti) Calcola $\int \left(xe^{2x} + 4x^3\right)\, dx$.
7) (8 punti) Siano $f(x)$, $g(x)$ e $h(x)$ tre funzioni derivabili in $x_0 = 1$, con $f(1) = g(1) = h(1) = 1$ e $f'(1) = g'(1) = h'(1) = -1$; determina l'equazione della retta tangente alla curva di equazione $y = \frac{f(h(x))}{f(g(x))}$ nel punto di ascissa $x_0 = 1$.
8) (7 punti) Determina il vettore gradiente della funzione $f(x, y, z) = \frac{x^3 z}{y + 3z}$ nel punto di coordinate $P(0, 1, -1)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 17-18)

16 febbraio 2018

Compito $\mathbb{W}$✓

1) (7 punti) Siano date le due funzioni $f(x) = x + 2$ e $g(x) = x$; dopo aver determinato l'espressione della funzione composta $h(x) = f\left(\dfrac{1+g(x)}{1+f(x)}\right)$, si risolva la disequazione $h(x) \leq g(x)$.
2) (6 punti) Quanti numeri di sette cifre che non contengono le cifre 0 e 9 esistono? E quanti numeri di sette cifre tutte distinte e che non contengono le cifre 0 e 9 esistono?
3) (7 punti) Sia dato l'insieme $A = \{x \in \mathbb{R}\colon -3 \leq x \leq 6\} \cup \{x \in \mathbb{R}\colon x^2 \leq 16\}$. Esprimi l'insieme A tramite un intervallo e calcola $\delta(A)$ l'insieme dei punti di frontiera di A, e $\mathcal{D}(A)$ l'insieme dei punti di accumulazione di A.
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{tg(sen^2 x) + tg(tg\, x)}{x}$; $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \frac{3^x - e^{-x}}{x^3 + 4^x}$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = log\left(\dfrac{4+x^2}{1+x^2}\right)$.

   (Non sono richiesti il calcolo e lo studio della derivata seconda. La funzione presenta due punti di flesso.)
6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int_0^3 x e^{2+x^2}\, dx$.
7) (7 punti) Sia data la funzione $f\colon \begin{cases} \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ x \mapsto e^{-2x} - x \end{cases}$. Determina l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di ascissa $x_0 = 0$.
8) (7 punti) Determina la natura dei punti critici della funzione $f(x, y) = 3x^2 - 4y - 2x + y^3$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 17-18)

16 febbraio 2018

Compito $\mathbb{X}$[✓]

1) (7 punti) Siano date le due funzioni $f(x) = x - 1$ e $g(x) = x + 2$; dopo aver determinato l'espressione della funzione composta $h(x) = \dfrac{g(1+g(x))}{g(1+f(x))}$, si risolva la disequazione $h(x) \geq f(x)$.
2) (6 punti) Quanti numeri di cinque cifre che non contengono le cifre 0 e 9 esistono? E quanti numeri di cinque cifre tutte distinte e che non contengono le cifre 0 e 9 esistono?
3) (7 punti) Sia dato l'insieme $A = \{x \in \mathbb{R}: -5 \leq x \leq 1\} \cup \{x \in \mathbb{R}: x^2 < 9\}$. Esprimi l'insieme A tramite un intervallo e calcola $\delta(A)$ l'insieme dei punti di frontiera di A, e $\mathcal{D}(A)$ l'insieme dei punti di accumulazione di A.
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{tg(sen\, x) - sen(sen^2 x)}{x}$; $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{3^{-x} - e^x}{x^2 + 5^{-x}}$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = log\left(\dfrac{1+x^2}{2+x^2}\right)$.

   (Non sono richiesti il calcolo e lo studio della derivata seconda. La funzione presenta due punti di flesso.)
6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int_0^1 x e^{3-x^2}\, dx$.
7) (7 punti) Sia data la funzione f: $\begin{cases} \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ x \mapsto e^{2x} + x \end{cases}$. Determina l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di ascissa $x_0 = 0$.
8) (7 punti) Determina la natura dei punti critici della funzione $f(x,y) = -2x^2 + 6y - 8x - y^3$.

[✓] Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 17-18)

16 febbraio 2018

Compito $\mathbb{Y}$✓

1) (7 punti) Siano date le due funzioni $f(x) = x + 5$ e $g(x) = x - 10$; dopo aver determinato l'espressione della funzione composta $h(x) = \dfrac{1 + g(g(x))}{1 + f(f(x))}$, si risolva la disequazione $h(x) > g(x)$.

2) (6 punti) Quanti numeri di sette cifre che non contengono le cifre 0, 8 e 9 esistono? E quanti numeri di sette cifre tutte distinte e che non contengono le cifre 0, 8 e 9 esistono?

3) (7 punti) Sia dato l'insieme $A = \{x \in \mathbb{R}\colon -2 < x < 3\} \cap \{x \in \mathbb{R}\colon x^2 < 4\}$.
Esprimi l'insieme A tramite un intervallo e calcola $\delta(A)$ l'insieme dei punti di frontiera di A, e $\mathcal{D}(A)$ l'insieme dei punti di accumulazione di A.

4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\displaystyle \lim_{x \to 0} \frac{arcsen(tg^3 x) + 3\, sen(tg\, x)}{x}$;
$\displaystyle \lim_{x \to -\infty} \frac{5^{-x} - e^{-x}}{x^4 + 2^x}$.

5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = log\left(\dfrac{1 + x^2}{6 + x^2}\right)$.
(Non sono richiesti il calcolo e lo studio della derivata seconda. La funzione presenta due punti di flesso.)

6) (8 punti) Calcola $\displaystyle \int_0^4 x e^{3+x^2}\, dx$.

7) (7 punti) Sia data la funzione $f\colon \begin{cases} \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ x \mapsto e^x + 3x \end{cases}$. Determina l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di ascissa $x_0 = 0$.

8) (7 punti) Determina la natura dei punti critici della funzione
$f(x, y) = 5x^3 + 6y - 30x - y^2$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 17-18)

16 febbraio 2018

Compito $\mathbb{Z}$✓

1) (7 punti) Siano date le due funzioni $f(x) = x + 1$ e $g(x) = x + 2$; dopo aver determinato l'espressione della funzione composta $h(x) = g\left(\frac{g(x)}{f(x)} - 1\right)$, si risolva la disequazione $h(x) < f(x)$.
2) (6 punti) Quanti numeri di cinque cifre che non contengono le cifre 0, 8 e 9 esistono? E quanti numeri di cinque cifre tutte distinte e che non contengono le cifre 0, 8 e 9 esistono?
3) (7 punti) Sia dato l'insieme $A = \{x \in \mathbb{R}: -10 < x < 0\} \cap \{x \in \mathbb{R}: x^2 \leq 1\}$. Esprimi l'insieme A tramite un intervallo e calcola $\delta(A)$ l'insieme dei punti di frontiera di A, e $\mathcal{D}(A)$ l'insieme dei punti di accumulazione di A.
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \frac{4\, sen(tg^2 x) - arctg^2(sen\, x)}{x}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{6^{-x} + e^x}{x^4 - 3^{-x}}$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = log\left(\frac{6 + x^2}{2 + x^2}\right)$.

   (Non sono richiesti il calcolo e lo studio della derivata seconda. La funzione presenta due punti di flesso.)
6) (8 punti) Calcola $\int_0^2 x e^{1-2x^2}\, dx$.
7) (7 punti) Sia data la funzione f: $\begin{cases} \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ x \mapsto e^{-x} - 4x \end{cases}$. Determina l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di ascissa $x_0 = 0$.
8) (7 punti) Determina la natura dei punti critici della funzione $f(x, y) = -x^3 + 9x - y^2$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2016-2017)

24 marzo 2018

Compito Unico✓

1) (7 punti) Siano p, q e r tre proposizioni semplici; se la proposizione composta $(p \Rightarrow \neg r)$ risulta vera e la proposizione composta $((p \Leftrightarrow q) \Rightarrow r)$ risulta anch'essa vera, determina la verità o falsità della proposizione composta $((r \Leftrightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow \neg p))$.
2) (6 punti) Quanti sono gli anagrammi anche privi di senso della parola $MUSICA$? E quanti sono quelli della parola $MUSICISTA$?
3) (6 punti) Sia dato l'insieme $A = [0, e] \cup]\sqrt{3}, \sqrt{10}[$. Determina $\delta(A)$ l'insieme dei punti di frontiera di A, e $\mathring{A}$ l'insieme dei punti interni di A.
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x^3 - e^{-x} - sen\, x}{3^x + 8^x + 2}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(1 + \dfrac{1}{3^{x+1}}\right)^{3^x}$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = log\sqrt{4 - x^2}$.
6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int \left(x^3 + \frac{2x+1}{x^2+x}\right) dx$.
7) (7 punti) Siano dati i vettori $\mathbb{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\mathbb{Y} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ e la matrice $\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$;

   determina la matrice $\mathbb{B} = \mathbb{A} \cdot \mathbb{X} \cdot \mathbb{Y}^T$, e il vettore $\mathbb{Z} = \mathbb{B} \cdot \mathbb{Y}$. (con $\mathbb{Y}^T$ si indica il vettore $\mathbb{Y}$ trasposto)
8) (8 punti) Scrivi l'espressione del piano tangente alla superficie $z = f(x,y) = 2(x+2)^2 - 3(y-2)^2 + 2$ nel punto di coordinate $P(0,2)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2017-2018)

11 giugno 2018

Compito Unico✓

1) (7 punti) Siano date tre proposizioni semplici p, q e r; determina la tavola di verità della proposizione composta $(p \Rightarrow (q \ o \ r)) \Rightarrow ((p \Rightarrow q) \ o \ (p \Rightarrow r))$ ed indica se tale proposizione è una tautologia oppure no.
2) (7 punti) Un numero è detto polidigitale se è formato con cifre tutte distinte, ovvero non vi sono nel numero cifre che si ripetono. Quanti numeri polidigitali costituiti da cinque cifre esistono? Quanti numeri polidigitali costituiti da cinque cifre esistono se si usano esclusivamente cifre dispari?
3) (4 punti) Calcola il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verifica il risultato trovato: $\lim\limits_{x \to 2} 3x - 5$.
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{sen(x-1)}{x^2-1}$; $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\dfrac{x^2+2}{x^2}\right)^{x^2}$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = e^{1-\frac{1}{x^2}}$.
6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int_{-1}^{2} |x| x^2 \, dx$.
7) (8 punti) Fra tutte le rette parallele alla retta di equazione $y = 3x$, determina quella tangente alla curva di equazione $y = e^{2x}$, e indica le coordinate del punto di tangenza.
8) (8 punti) Si studi la natura dei punti critici della funzione $f(x,y) = xy^2 + y^2 + 3x^2$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2017-2018)

10 luglio 2018

Compito Unico✓

1) (7 punti) Siano dati tre insiemi A, B e C tali per cui vale che $(A \cap C) \subseteq \mathcal{C}(B)$ e $\mathcal{C}(B \cup C) \subseteq A$. Si può concludere con certezza che $(\mathcal{C}(A) \cap C) \subseteq B$? (Giustificare la risposta. Con $\mathcal{C}(X)$ indichiamo il complementare dell'insieme X)

2) (6 punti) Si risolva nell'incognita naturale n la seguente equazione: $(n+2)! - 4(n+1)! = 4\,n!$.

3) (8 punti) Sia data la funzione $f(x) = \begin{cases} a & \text{se } x \leq -1 \\ x^2 - 2x & \text{se } -1 < x < 1 \\ bx & \text{se } 1 \leq x \end{cases}$. Si calcoli i valori dei parametri a e b che rendono la funzione continua su tutto l'insieme $\mathbb{R}$, e si disegni il grafico della funzione ottenuta.

4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{sen(x + log(1+x))}{x}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{3^x + e^{-x} + log\,x}{5^{-x} + x^2 + cos\,x}$.

5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = \sqrt{1 - e^{-2x}}$.

6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int_{-2}^{1} e^{|x|}\,dx$.

7) (6 punti) Tramite la formula del differenziale determina un valore approssimato per $\sqrt[3]{8.1}$.

8) (7 punti) Scrivi l'espressione del piano tangente alla superficie $z = f(x,y) = x^{2-y} - 3xy^3 + 2$ nel punto di coordinate $P(1,1)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2017-2018)

6 settembre 2018

Compito Unico✓

1) (6 punti) Se si hanno a disposizione otto tessuti di colore diverso, quante distinte bandiere a quattro bande verticali si possono confezionare se ogni banda deve avere colore diverso dalle altre? Quante distinte bandiere a quattro bande verticali si possono confezionare se ogni banda deve avere colore diverso da quelle ad essa adiacenti?

2) (7 punti) Siano date le funzioni $f(x) = 4 - x$ e $g(x) = x^2$; determina le soluzioni della disequazione $\dfrac{1}{g(f(x))} + \dfrac{1}{f(g(x))} < 0$.

3) (7 punti) Sia data la funzione $f(x) = \dfrac{x^2 - 3x}{x^2 - 9}$. Detemina il suo campo di esistenza e studia il tipo di specie dei suoi punti di discontinuità.

4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x + senx}{1 - e^{-2x}}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(1 + \dfrac{1}{log\, x}\right)^{2x}$.

5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = \sqrt{\dfrac{e^x}{e^x + 2}}$. (Non sono richiesti il calcolo e lo studio della derivata seconda. La funzione presenta un unico punto di flesso nel suo unico punto di intersezione con gli assi cartesiani.)

6) (8 punti) Calcola $\displaystyle\int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x+2}\right) dx$.

7) (6 punti) Siano date le matrici $\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ e $\mathbb{B} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ ed il vettore $\mathbb{U} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$; determina il vettore $\mathbb{X} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ tale per cui risulta verificata l'uguaglianza: $\mathbb{A}^T \cdot \mathbb{A} \cdot \mathbb{X} = \mathbb{B} \cdot \mathbb{B}^T \cdot \mathbb{U}$. (Con $\mathbb{C}^T$ si indica la matrice trasposta di $\mathbb{C}$.)

8) (8 punti) Detemina il vettore gradiente della funzione $f(x, y, z, w) = x^2 y^3 + z^{x+y-w}$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2017-2018)

21 settembre 2018

Compito Unico✓

1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici p, q e r; costruisci la tavola di verità della proposizione composta $(p \Rightarrow (q \Leftrightarrow\ (q \Rightarrow r))) \Rightarrow ((p\ e\ r) \Leftrightarrow \neg q)$.
2) (7 punti) Un numero è detto palindromo se letto da destra a sinistra o da sinistra a destra è equivalente (ad esempio 1221 è palindromo, 1231 non è palindromo). Quanti numeri palindromi di 10 cifre esistono? Quanti di questi numeri sono pari?
3) (7 punti) Siano dati gli insiemi $\mathbb{A} = \{x \in \mathbb{R}: x^2 - 4 \geq 0\}$ e $\mathbb{B} = \{x \in \mathbb{R}: |x| < 1\}$; determina l'insieme $\mathbb{C} = \mathcal{C}(\mathbb{A}) \cap \mathbb{B}$, la frontiera dell'insieme $\mathbb{C}$, e indica se l'insieme $\mathbb{C}$ è aperto, chiuso o né aperto né chiuso. (Con $\mathcal{C}(\mathbb{X})$ indichiamo il complementare dell'insieme $\mathbb{X}$.)
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x^2 + sen^2 x}{1 - cos\, x}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{x+2}{x}\right)^{2x}$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = \dfrac{e^{\sqrt{x}}}{e^{\sqrt{x}} + 2}$. (Non sono richiesti il calcolo e lo studio della derivata seconda. La funzione non presenta punti di flesso.)
6) (8 punti) Calcola $\int \left(5x^4 + 2x - \frac{8}{5}\sqrt[5]{x^3} - \frac{1}{x^2}\right) dx$.
7) (7 punti) Siano date le funzioni di equazioni $y = x^2 + kx$ e $y = x^3 + 2kx$, calcola il valore del parametro k sapendo che nel punto $x_0 = 1$ le due funzioni presentano rette tangenti parallele e determina le equazioni delle due rette tangenti nel punto $x_0 = 1$.
8) (7 punti) Scrivi l'espressione del piano tangente alla superficie di equazione $w = f(x, y, z) = \dfrac{y}{x+z}$ nel punto di coordinate $P(1, 1, 0)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2017-2018)

13 ottobre 2018

Compito Unico✓

1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici p, q e r; costruisci la tavola di verità della proposizione composta $((p\ e\ r) \Rightarrow (p\ o\ \neg q)) \Rightarrow (\neg(p \Leftrightarrow r) \Rightarrow \neg q)$.
2) (8 punti) Siano date le funzioni $f(x) = 3^x$ e $g(x) = cos\, x$. Determina le espressioni delle funzioni composte $f(g(x))$ e $f\left(\frac{1}{g(x)}\right)$ e calcola le derivate delle funzioni composte così ottenute.
3) (7 punti) Siano dati gli insiemi $\mathbb{A} = \{x \in \mathbb{R}: x \geq -2\}$ e $\mathbb{B} = \{x \in \mathbb{R}: x > 1\}$; determina l'insieme $\mathbb{C} = \mathbb{A} \cap \mathcal{C}(\mathbb{B})$ e gli insiemi frontiera e derivato dell'insieme $\mathbb{C}$. (Con $\mathcal{C}(\mathbb{X})$ indichiamo il complementare dell'insieme $\mathbb{X}$.)
4) (8 punti) Calcola i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{sen\, x^2}{1 - cos\, x}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x + 2\,x^3 + \sqrt{x}}{\sqrt[5]{x} + 3\,x^4 + e^x}$.
5) (10 punti) Determina l'andamento del grafico della funzione $y = log^2 x$.
6) (8 punti) Determina il valore del parametro k ($k > 0$) tale per cui $\int_0^k 2x\, dx = \int_0^k 3x^2\, dx$.
7) (7 punti) Sia data la funzione di equazione $y = e^x + 2\,x^2$, determina l'equazione della retta passante per l'origine degli assi e parallela alla retta tangente al grafico della funzione nel punto $x_0 = 0$.
8) (6 punti) Calcola il vettore gradiente della funzione $f(x, y, z) = x^2 y^2 - \left(y + z^3\right)^2$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.