

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 18-19)

4 giugno 2019

Compito unico[✓]

- 1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici p , q e r ; costruisci la tavola di verità della proposizione composta $(\neg q \Rightarrow (p \circ r)) \Rightarrow ((p \text{ e } q) \Leftrightarrow \neg r)$.
- 2) (8 punti) Siano dati gli insiemi $A = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$, $B = [-4, 4]$ e $C =]-2, 2[$. Determinare gli insiemi $(A \cup B) \cap C$ e $(A \cap B) \cup C$, ed indicare se tali insiemi sono aperti, chiusi o né aperti né chiusi.
- 3) (7 punti) Siano date le funzioni $f(x) = 1 - e^{3x}$ e $g(x) = \text{sen } x$; determinare le espressioni delle funzioni composte $f(g(x))$ e $g(f(x))$, e calcolare $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(g(x))}{g(f(x))}$.
- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(1 - \cos x)}{\text{sen}^3 x}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + \log^4 x}{x^3 + \log^3 x}$.
- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione $y = \log\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)$.
- 6) (8 punti) Calcolare $\int_1^4 \frac{x\sqrt{x} + x + 1}{2\sqrt{x}} dx$.
- 7) (7 punti) Determinare l'espressione del polinomio di MacLaurin di terzo grado della funzione $f(x) = x(e^{2x} - 3 \cos x)$.
- 8) (6 punti) Sia data la funzione $f(x, y) = \alpha x^2 + \beta y^2 + \gamma xy$. Determinare i valori dei parametri α , β e γ sapendo che la matrice Hessiana di f è $\begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$.

[✓] Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.