

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 18-19)

13 febbraio 2019

Compito II[✓]

- 1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici p , q e r ; costruire la tavola di verità della proposizione composta $((p \circ q) \Rightarrow r) \Leftrightarrow (\neg q \wedge r)$, sotto l'ipotesi che le proposizioni semplici q e r sono entrambe vere o entrambe false.
- 2) (8 punti) Il codice di accesso ad una cassetta di sicurezza è formato da cinque caratteri alfanumerici (le ventisei lettere dell'alfabeto inglese e le dieci cifre arabe), il codice non è in grado di riconoscere fra le lettere minuscole e le lettere maiuscole (il carattere a è considerato uguale al carattere A). Quanti distinti codici di accesso si possono formare se la composizione è libera, ovvero i caratteri alfanumerici possono essere inseriti in qualsiasi ordine e possono essere ripetuti? E quanti distinti codici si possono formare se ognuno deve necessariamente essere composto da almeno una lettera e da almeno una cifra (la sequenza fra lettere e cifre è libera)?
- 3) (7 punti) Sia data la funzione $f(x) = (1 + 4x)^k$; se $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x} = 2$, quale è il valore del parametro k ?
- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(2x^2 + x^3)}{x^2 - 2x^4}$;
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2^x \cdot \log\left(1 + \frac{1}{5^x}\right)$.
- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione $y = e^x + e^{2-x}$.
- 6) (8 punti) Calcolare $\int \frac{x-5}{1+x^2} dx$.
- 7) (6 punti) Siano date le matrici: $\mathbb{A} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ -2 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{bmatrix}$, $\mathbb{B} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -7 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ e
 $\mathbb{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$. Calcolare il prodotto matriciale $\mathbb{A} \cdot \mathbb{C}^T \cdot \mathbb{B}$. (Con X^T si indica la matrice trasposta di X)
- 8) (7 punti) Studiare la natura dei punti critici della funzione
 $f(x, y) = y^3 - 2x^2 - 12y + 6x$.

[✓] Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena
Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 18-19)

13 febbraio 2019

Compito II[✓]

- 1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici p , q e r ; costruire la tavola di verità della proposizione composta $((p \wedge q) \Leftrightarrow r) \Rightarrow (q \Rightarrow \neg p)$, sotto l'ipotesi che le proposizioni semplici p e r sono entrambe vere o entrambe false.
- 2) (8 punti) Il codice di accesso ad una cassetta di sicurezza è formato da otto caratteri alfanumerici (le ventisei lettere dell'alfabeto inglese e le dieci cifre arabe), il codice non è in grado di riconoscere fra le lettere minuscole e le lettere maiuscole (il carattere a è considerato uguale al carattere A). Quanti distinti codici di accesso si possono formare se la composizione è libera, ovvero i caratteri alfanumerici possono essere inseriti in qualsiasi ordine e possono essere ripetuti? E quanti distinti codici si possono formare se ognuno deve necessariamente essere composto da almeno una lettera e da almeno una cifra (la sequenza fra lettere e cifre è libera)?
- 3) (7 punti) Sia data la funzione $f(x) = (1 - 2x)^k$; se $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x} = -2$, quale è il valore del parametro k ?
- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg(x + x^2)}{x^3 - x^4}$;
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x \cdot \log\left(1 + \frac{1}{2x}\right)$.
- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione $y = e^{-x} - e^{1+x}$.
- 6) (8 punti) Calcolare $\int \frac{2x - 7}{1 + x^2} dx$.
- 7) (6 punti) Siano date le matrici: $\mathbb{A} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ -2 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{bmatrix}$, $\mathbb{B} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -7 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ e
 $\mathbb{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$. Calcolare il prodotto matriciale $\mathbb{A}^T \cdot \mathbb{C}^T \cdot \mathbb{B}$. (Con X^T si indica la matrice trasposta di X)
- 8) (7 punti) Studiare la natura dei punti critici della funzione
 $f(x, y) = x^3 + 3x^2 - 12y + 6y^2$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena
Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 18-19)

13 febbraio 2019

Compito $\mathbb{I}3^{\checkmark}$

- 1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici p, q e r ; costruire la tavola di verità della proposizione composta $(p \text{ e } q) \Rightarrow (\neg r \Leftrightarrow (\neg q \text{ e } r))$, sotto l'ipotesi che almeno due fra le proposizioni semplici p, q e r sono false.
- 2) (8 punti) Il codice di accesso ad una cassetta di sicurezza è formato da sette caratteri alfanumerici (le ventisei lettere dell'alfabeto inglese e le dieci cifre arabe), il codice non è in grado di riconoscere fra le lettere minuscole e le lettere maiuscole (il carattere a è considerato uguale al carattere A). Quanti distinti codici di accesso si possono formare se la composizione è libera, ovvero i caratteri alfanumerici possono essere inseriti in qualsiasi ordine e possono essere ripetuti? E quanti distinti codici si possono formare se ognuno deve necessariamente essere composto da almeno una lettera e da almeno una cifra (la sequenza fra lettere e cifre è libera)?
- 3) (7 punti) Sia data la funzione $f(x) = (1 + kx)^9$; se $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x} = 3$, quale è il valore del parametro k ?
- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(x^4 - x^2)}{3x^2 - x^3}$;
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2^x \cdot \log\left(1 + \frac{1}{4^x}\right)$.
- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione $y = -e^x - e^{1-x}$.
- 6) (8 punti) Calcolare $\int \frac{3 - 2x}{1 + x^2} dx$.
- 7) (6 punti) Siano date le matrici: $\mathbb{A} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ -2 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{bmatrix}$, $\mathbb{B} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -7 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ e
 $\mathbb{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$. Calcolare il prodotto matriciale $\mathbb{A} \cdot \mathbb{B}^T \cdot \mathbb{C}$. (Con X^T si indica la matrice trasposta di X)
- 8) (7 punti) Studiare la natura dei punti critici della funzione
 $f(x, y) = y^2 + x^2 - 2y^3 + 3x$.

\checkmark Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena
Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 18-19)

13 febbraio 2019

Compito II4[✓]

- 1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici p , q e r ; costruire la tavola di verità della proposizione composta $(\neg q \text{ e } r) \Leftrightarrow ((p \text{ o } q) \Rightarrow \neg r)$, sotto l'ipotesi che le proposizioni semplici p e r non possono essere contemporaneamente vere oppure contemporaneamente false.
- 2) (8 punti) Il codice di accesso ad una cassetta di sicurezza è formato da nove caratteri alfanumerici (le ventisei lettere dell'alfabeto inglese e le dieci cifre arabe), il codice non è in grado di riconoscere fra le lettere minuscole e le lettere maiuscole (il carattere a è considerato uguale al carattere A). Quanti distinti codici di accesso si possono formare se la composizione è libera, ovvero i caratteri alfanumerici possono essere inseriti in qualsiasi ordine e possono essere ripetuti? E quanti distinti codici si possono formare se ognuno deve necessariamente essere composto da almeno una lettera e da almeno una cifra (la sequenza fra lettere e cifre è libera)?
- 3) (7 punti) Sia data la funzione $f(x) = (1 - kx)^3$; se $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x} = -9$, quale è il valore del parametro k ?
- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsen(x^3 - x)}{3x^3 - x^6}$;
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x \cdot \log\left(1 + \frac{2}{e^x}\right)$.
- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione $y = e^{2-x} - e^x$.
- 6) (8 punti) Calcolare $\int \frac{5+x}{1+x^2} dx$.
- 7) (6 punti) Siano date le matrici: $\mathbb{A} = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 0 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$, $\mathbb{B} = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & -2 \end{bmatrix}$ e
 $\mathbb{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$. Calcolare il prodotto matriciale $\mathbb{A} \cdot \mathbb{C} \cdot \mathbb{B}^T$. (Con X^T si indica la matrice trasposta di X)
- 8) (7 punti) Studiare la natura dei punti critici della funzione
 $f(x, y) = x^3 - 2y^2 - 4y - 3x$.

[✓] Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena
Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 18-19)

13 febbraio 2019

Compito II5[✓]

- 1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici p , q e r ; costruire la tavola di verità della proposizione composta $\neg(q \circ r) \Rightarrow ((\neg r \circ q) \Rightarrow p)$, sotto l'ipotesi che le proposizioni semplici q e r non possono essere contemporaneamente vere oppure contemporaneamente false.
- 2) (8 punti) Il codice di accesso ad una cassetta di sicurezza è formato da quattro caratteri alfanumerici (le ventisei lettere dell'alfabeto inglese e le dieci cifre arabe), il codice non è in grado di riconoscere fra le lettere minuscole e le lettere maiuscole (il carattere a è considerato uguale al carattere A). Quanti distinti codici di accesso si possono formare se la composizione è libera, ovvero i caratteri alfanumerici possono essere inseriti in qualsiasi ordine e possono essere ripetuti? E quanti distinti codici si possono formare se ognuno deve necessariamente essere composto da almeno una lettera e da almeno una cifra (la sequenza fra lettere e cifre è libera)?
- 3) (7 punti) Sia data la funzione $f(x) = (1 - kx)^5$; se $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x} = 1$, quale è il valore del parametro k ?
- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + x - x^3)}{4x^3 - x}$;
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3^x \cdot \log\left(1 + \frac{1}{3^x}\right)$.
- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione $y = e^{1-x} + e^{1+x}$.
- 6) (8 punti) Calcolare $\int \frac{1 + 4x}{1 + x^2} dx$.
- 7) (6 punti) Siano date le matrici: $\mathbb{A} = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 0 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$, $\mathbb{B} = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & -2 \end{bmatrix}$ e
 $\mathbb{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$. Calcolare il prodotto matriciale $\mathbb{A} \cdot \mathbb{C} \cdot \mathbb{B}$.
- 8) (7 punti) Studiare la natura dei punti critici della funzione
 $f(x, y) = x^2 - 2y^3 + 6y + 9x + 12$.

[✓] Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena
Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 18-19)

13 febbraio 2019

Compito II 6[✓]

- 1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici p , q e r ; costruire la tavola di verità della proposizione composta $(q \circ r) \Rightarrow \neg(p \Leftrightarrow (\neg r \circ q))$, sotto l'ipotesi che almeno due fra le proposizioni semplici p , q e r sono vere.
- 2) (8 punti) Il codice di accesso ad una cassetta di sicurezza è formato da sei caratteri alfanumerici (le ventisei lettere dell'alfabeto inglese e le dieci cifre arabe), il codice non è in grado di riconoscere fra le lettere minuscole e le lettere maiuscole (il carattere a è considerato uguale al carattere A). Quanti distinti codici di accesso si possono formare se la composizione è libera, ovvero i caratteri alfanumerici possono essere inseriti in qualsiasi ordine e possono essere ripetuti? E quanti distinti codici si possono formare se ognuno deve necessariamente essere composto da almeno una lettera e da almeno una cifra (la sequenza fra lettere e cifre è libera)?
- 3) (7 punti) Sia data la funzione $f(x) = (1 + 3x)^k$; se $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x} = 10$, quale è il valore del parametro k ?
- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + x^2 - x^4)}{5x^2 - x^3}$;
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} 8^x \cdot \log\left(1 - \frac{1}{4^x}\right)$.
- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione $y = e^x - e^{1-x}$.
- 6) (8 punti) Calcolare $\int \frac{3+x}{1+x^2} dx$.
- 7) (6 punti) Siano date le matrici: $\mathbb{A} = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 0 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$, $\mathbb{B} = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & -2 \end{bmatrix}$ e
 $\mathbb{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$. Calcolare il prodotto matriciale $\mathbb{A}^T \cdot \mathbb{B} \cdot \mathbb{C}^T$. (Con X^T si indica la matrice trasposta di X)
- 8) (7 punti) Studiare la natura dei punti critici della funzione
 $f(x, y) = x^2 + 4y^3 + 6y^2 - x - 1$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.