

# Università degli Studi di Siena

## Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 18-19)

13 febbraio 2019

Compito II<sup>✓</sup>

- 1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici  $p$ ,  $q$  e  $r$ ; costruire la tavola di verità della proposizione composta  $((p \vee q) \Rightarrow r) \Leftrightarrow (\neg q \wedge r)$ , sotto l'ipotesi che le proposizioni semplici  $q$  e  $r$  sono entrambe vere o entrambe false.
- 2) (8 punti) Il codice di accesso ad una cassetta di sicurezza è formato da cinque caratteri alfanumerici (le ventisei lettere dell'alfabeto inglese e le dieci cifre arabe), il codice non è in grado di riconoscere fra le lettere minuscole e le lettere maiuscole (il carattere  $a$  è considerato uguale al carattere  $A$ ). Quanti distinti codici di accesso si possono formare se la composizione è libera, ovvero i caratteri alfanumerici possono essere inseriti in qualsiasi ordine e possono essere ripetuti? E quanti distinti codici si possono formare se ognuno deve necessariamente essere composto da almeno una lettera e da almeno una cifra (la sequenza fra lettere e cifre è libera)?
- 3) (7 punti) Sia data la funzione  $f(x) = (1 + 4x)^k$ ; se  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x} = 2$ , quale è il valore del parametro  $k$ ?
- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(2x^2 + x^3)}{x^2 - 2x^4}$ ;  
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2^x \cdot \log\left(1 + \frac{1}{5^x}\right)$ .
- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione  $y = e^x + e^{2-x}$ .
- 6) (8 punti) Calcolare  $\int \frac{x-5}{1+x^2} dx$ .
- 7) (6 punti) Siano date le matrici:  $\mathbb{A} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ -2 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbb{B} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -7 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$  e  
 $\mathbb{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ . Calcolare il prodotto matriciale  $\mathbb{A} \cdot \mathbb{C}^T \cdot \mathbb{B}$ . (Con  $X^T$  si indica la matrice trasposta di  $X$ )
- 8) (7 punti) Studiare la natura dei punti critici della funzione  
 $f(x, y) = y^3 - 2x^2 - 12y + 6x$ .

---

<sup>✓</sup> Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

**Università degli Studi di Siena**  
**Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 18-19)**

**13 febbraio 2019**

Compito II<sup>✓</sup>

- 1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici  $p$ ,  $q$  e  $r$ ; costruire la tavola di verità della proposizione composta  $((p \wedge q) \Leftrightarrow r) \Rightarrow (q \Rightarrow \neg p)$ , sotto l'ipotesi che le proposizioni semplici  $p$  e  $r$  sono entrambe vere o entrambe false.
- 2) (8 punti) Il codice di accesso ad una cassetta di sicurezza è formato da otto caratteri alfanumerici (le ventisei lettere dell'alfabeto inglese e le dieci cifre arabe), il codice non è in grado di riconoscere fra le lettere minuscole e le lettere maiuscole (il carattere  $a$  è considerato uguale al carattere  $A$ ). Quanti distinti codici di accesso si possono formare se la composizione è libera, ovvero i caratteri alfanumerici possono essere inseriti in qualsiasi ordine e possono essere ripetuti? E quanti distinti codici si possono formare se ognuno deve necessariamente essere composto da almeno una lettera e da almeno una cifra (la sequenza fra lettere e cifre è libera)?
- 3) (7 punti) Sia data la funzione  $f(x) = (1 - 2x)^k$ ; se  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x} = -2$ , quale è il valore del parametro  $k$ ?
- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg(x + x^2)}{x^3 - x^4}$ ;  
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x \cdot \log\left(1 + \frac{1}{2x}\right)$ .
- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione  $y = e^{-x} - e^{1+x}$ .
- 6) (8 punti) Calcolare  $\int \frac{2x - 7}{1 + x^2} dx$ .
- 7) (6 punti) Siano date le matrici:  $\mathbb{A} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ -2 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbb{B} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -7 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$  e  
 $\mathbb{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ . Calcolare il prodotto matriciale  $\mathbb{A}^T \cdot \mathbb{C}^T \cdot \mathbb{B}$ . (Con  $X^T$  si indica la matrice trasposta di  $X$ )
- 8) (7 punti) Studiare la natura dei punti critici della funzione  
 $f(x, y) = x^3 + 3x^2 - 12y + 6y^2$ .

---

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

**Università degli Studi di Siena**  
**Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 18-19)**

**13 febbraio 2019**

Compito **III**✓

- 1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici  $p, q$  e  $r$ ; costruire la tavola di verità della proposizione composta  $(p \wedge q) \Rightarrow (\neg r \Leftrightarrow (\neg q \wedge r))$ , sotto l'ipotesi che almeno due fra le proposizioni semplici  $p, q$  e  $r$  sono false.
- 2) (8 punti) Il codice di accesso ad una cassetta di sicurezza è formato da sette caratteri alfanumerici (le ventisei lettere dell'alfabeto inglese e le dieci cifre arabe), il codice non è in grado di riconoscere fra le lettere minuscole e le lettere maiuscole (il carattere  $a$  è considerato uguale al carattere  $A$ ). Quanti distinti codici di accesso si possono formare se la composizione è libera, ovvero i caratteri alfanumerici possono essere inseriti in qualsiasi ordine e possono essere ripetuti? E quanti distinti codici si possono formare se ognuno deve necessariamente essere composto da almeno una lettera e da almeno una cifra (la sequenza fra lettere e cifre è libera)?
- 3) (7 punti) Sia data la funzione  $f(x) = (1 + kx)^9$ ; se  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x} = 3$ , quale è il valore del parametro  $k$ ?
- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}(x^4 - x^2)}{3x^2 - x^3}$ ;  
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2^x \cdot \log\left(1 + \frac{1}{4^x}\right)$ .
- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione  $y = -e^x - e^{1-x}$ .
- 6) (8 punti) Calcolare  $\int \frac{3 - 2x}{1 + x^2} dx$ .
- 7) (6 punti) Siano date le matrici:  $\mathbb{A} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ -2 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbb{B} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -7 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$  e  
 $\mathbb{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ . Calcolare il prodotto matriciale  $\mathbb{A} \cdot \mathbb{B}^T \cdot \mathbb{C}$ . (Con  $X^T$  si indica la matrice trasposta di  $X$ )
- 8) (7 punti) Studiare la natura dei punti critici della funzione  
 $f(x, y) = y^2 + x^2 - 2y^3 + 3x$ .

---

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

**Università degli Studi di Siena**  
**Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 18-19)**

**13 febbraio 2019**

Compito II4<sup>✓</sup>

- 1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici  $p, q$  e  $r$ ; costruire la tavola di verità della proposizione composta  $(\neg q \wedge r) \Leftrightarrow ((p \vee q) \Rightarrow \neg r)$ , sotto l'ipotesi che le proposizioni semplici  $p$  e  $r$  non possono essere contemporaneamente vere oppure contemporaneamente false.
- 2) (8 punti) Il codice di accesso ad una cassetta di sicurezza è formato da nove caratteri alfanumerici (le ventisei lettere dell'alfabeto inglese e le dieci cifre arabe), il codice non è in grado di riconoscere fra le lettere minuscole e le lettere maiuscole (il carattere  $a$  è considerato uguale al carattere  $A$ ). Quanti distinti codici di accesso si possono formare se la composizione è libera, ovvero i caratteri alfanumerici possono essere inseriti in qualsiasi ordine e possono essere ripetuti? E quanti distinti codici si possono formare se ognuno deve necessariamente essere composto da almeno una lettera e da almeno una cifra (la sequenza fra lettere e cifre è libera)?
- 3) (7 punti) Sia data la funzione  $f(x) = (1 - kx)^3$ ; se  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x} = -9$ , quale è il valore del parametro  $k$ ?
- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsen(x^3 - x)}{3x^3 - x^6}$ ;  
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x \cdot \log\left(1 + \frac{2}{e^x}\right)$ .
- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione  $y = e^{2-x} - e^x$ .
- 6) (8 punti) Calcolare  $\int \frac{5+x}{1+x^2} dx$ .
- 7) (6 punti) Siano date le matrici:  $\mathbb{A} = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 0 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbb{B} = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & -2 \end{bmatrix}$  e  
 $\mathbb{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ . Calcolare il prodotto matriciale  $\mathbb{A} \cdot \mathbb{C} \cdot \mathbb{B}^T$ . (Con  $X^T$  si indica la matrice trasposta di  $X$ )
- 8) (7 punti) Studiare la natura dei punti critici della funzione  
 $f(x, y) = x^3 - 2y^2 - 4y - 3x$ .

---

<sup>✓</sup> Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

**Università degli Studi di Siena**  
**Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 18-19)**

**13 febbraio 2019**

Compito II 5<sup>✓</sup>

- 1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici  $p$ ,  $q$  e  $r$ ; costruire la tavola di verità della proposizione composta  $\neg(q \circ r) \Rightarrow ((\neg r \circ q) \Rightarrow p)$ , sotto l'ipotesi che le proposizioni semplici  $q$  e  $r$  non possono essere contemporaneamente vere oppure contemporaneamente false.
- 2) (8 punti) Il codice di accesso ad una cassetta di sicurezza è formato da quattro caratteri alfanumerici (le ventisei lettere dell'alfabeto inglese e le dieci cifre arabe), il codice non è in grado di riconoscere fra le lettere minuscole e le lettere maiuscole (il carattere  $a$  è considerato uguale al carattere  $A$ ). Quanti distinti codici di accesso si possono formare se la composizione è libera, ovvero i caratteri alfanumerici possono essere inseriti in qualsiasi ordine e possono essere ripetuti? E quanti distinti codici si possono formare se ognuno deve necessariamente essere composto da almeno una lettera e da almeno una cifra (la sequenza fra lettere e cifre è libera)?
- 3) (7 punti) Sia data la funzione  $f(x) = (1 - kx)^5$ ; se  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x} = 1$ , quale è il valore del parametro  $k$ ?
- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + x - x^3)}{4x^3 - x}$ ;  
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3^x \cdot \log\left(1 + \frac{1}{3^x}\right)$ .
- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione  $y = e^{1-x} + e^{1+x}$ .
- 6) (8 punti) Calcolare  $\int \frac{1 + 4x}{1 + x^2} dx$ .
- 7) (6 punti) Siano date le matrici:  $\mathbb{A} = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 0 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbb{B} = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & -2 \end{bmatrix}$  e  
 $\mathbb{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ . Calcolare il prodotto matriciale  $\mathbb{A} \cdot \mathbb{C} \cdot \mathbb{B}$ .
- 8) (7 punti) Studiare la natura dei punti critici della funzione  
 $f(x, y) = x^2 - 2y^3 + 6y + 9x + 12$ .

---

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

**Università degli Studi di Siena**  
**Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 18-19)**

**13 febbraio 2019**

Compito II 6<sup>✓</sup>

- 1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici  $p, q$  e  $r$ ; costruire la tavola di verità della proposizione composta  $(q \circ r) \Rightarrow \neg(p \Leftrightarrow (\neg r \circ q))$ , sotto l'ipotesi che almeno due fra le proposizioni semplici  $p, q$  e  $r$  sono vere.
- 2) (8 punti) Il codice di accesso ad una cassetta di sicurezza è formato da sei caratteri alfanumerici (le ventisei lettere dell'alfabeto inglese e le dieci cifre arabe), il codice non è in grado di riconoscere fra le lettere minuscole e le lettere maiuscole (il carattere  $a$  è considerato uguale al carattere  $A$ ). Quanti distinti codici di accesso si possono formare se la composizione è libera, ovvero i caratteri alfanumerici possono essere inseriti in qualsiasi ordine e possono essere ripetuti? E quanti distinti codici si possono formare se ognuno deve necessariamente essere composto da almeno una lettera e da almeno una cifra (la sequenza fra lettere e cifre è libera)?
- 3) (7 punti) Sia data la funzione  $f(x) = (1 + 3x)^k$ ; se  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x} = 10$ , quale è il valore del parametro  $k$ ?
- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + x^2 - x^4)}{5x^2 - x^3}$ ;  
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} 8^x \cdot \log\left(1 - \frac{1}{4^x}\right)$ .
- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione  $y = e^x - e^{1-x}$ .
- 6) (8 punti) Calcolare  $\int \frac{3+x}{1+x^2} dx$ .
- 7) (6 punti) Siano date le matrici:  $\mathbb{A} = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 0 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbb{B} = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & -2 \end{bmatrix}$  e  
 $\mathbb{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ . Calcolare il prodotto matriciale  $\mathbb{A}^T \cdot \mathbb{B} \cdot \mathbb{C}^T$ . (Con  $X^T$  si indica la matrice trasposta di  $X$ )
- 8) (7 punti) Studiare la natura dei punti critici della funzione  
 $f(x, y) = x^2 + 4y^3 + 6y^2 - x - 1$ .

---

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.