

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 18-19)

19 settembre 2019

Compito unico ✓

- 1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici p , q e r ; costruire la tavola di verità della proposizione composta $((p \text{ e } r) \Rightarrow q) \text{ o } \neg(r \Rightarrow (p \Leftrightarrow q))$.
- 2) (6 punti) Quanti sono i numeri di quattro cifre composti solo con cifre dispari? Quanti di questi numeri presentano almeno una volta la cifra 9?
- 3) (7 punti) Siano date le funzioni $f(x) = x - 2$ e $g(x) = 2x^2$; determinare le espressioni delle funzioni composte $f(g(x))$ e $g(f(x))$, e risolvere la disequazione $f(g(x - 1)) + g(f(x + 1)) < 2$.
- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}^2 x + \operatorname{tg}^2 x}{1 - \cos x}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^x - 2^x + x^2}{2^x - e^x + x^4}$.
- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione $y = \log\left(\frac{1+x^2}{1-x^2}\right)$.
- 6) (8 punti) Calcolare $\int_1^4 \left(x^3 + \sqrt{x} - \frac{1}{x}\right) dx$.
- 7) (7 punti) Siano date le matrici $\mathbb{A} = \begin{bmatrix} -2 & 4 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \end{bmatrix}$, $\mathbb{B} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 0 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$ e $\mathbb{C} = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 2 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$. Determinare le matrici prodotto $\mathbb{A} \cdot \mathbb{B}$ e $\mathbb{C}^T \cdot \mathbb{B} \cdot \mathbb{A}$.
- 8) (8 punti) Determinare l'espressione del piano tangente alla superficie $z(x, y) = e^{x+y} - (1+y)e^{x-y}$ nel punto di coordinate $O(0, 0)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.