

# Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2017-2018)

23 marzo 2019

Compito Unico✓

- 1) (6 punti) Siano dati tre insiemi  $A$ ,  $B$  e  $C$ ; se  $A \subseteq (B \cup C)$  e  $B \subseteq (A \cap C)$ , possiamo concludere con certezza che  $A \subseteq C$ ? (Giustificare la risposta)
- 2) (8 punti) Un insegnante di educazione fisica deve formare la squadra di classe per il torneo studentesco di basket misto (5 atleti per squadra), la classe è composta da 10 maschi e 10 femmine. Quante squadre distinte può formare se ogni squadra deve essere composta esattamente da 2 maschi e 3 femmine? E quante squadre distinte può formare se ogni squadra deve essere composta da almeno due maschi ed almeno due femmine?
- 3) (6 punti) Sia dato l'insieme  $A = [-e^2, e^2] \cap [0, 9]$ . Determinare  $\delta(A)$  l'insieme dei punti di frontiera di  $A$ ,  $\overset{\circ}{A}$  l'insieme dei punti interni di  $A$ , ed indicare se  $A$  è un insieme aperto, chiuso o né aperto e né chiuso.
- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x - \sin x} - 1}{\sin x}$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(1 + 3x)}{\log(1 + 2x)}$ .
- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione  $y = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4}$ .
- 6) (8 punti) Calcolare  $\int_1^4 \left( \frac{x + 3\sqrt{x+2}}{\sqrt{x}} \right) dx$ .
- 7) (6 punti) Siano date le matrici:  $\mathbb{A} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$  e  $\mathbb{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 5 \\ 1 & -5 & 2 \\ 4 & 3 & 6 \end{bmatrix}$ . Calcolare il prodotto matriciale  $\mathbb{A} \cdot \mathbb{B} \cdot \mathbb{A}^T$ . (Con  $X^T$  si indica la matrice trasposta di  $X$ )
- 8) (8 punti) Calcolare le derivate parziali della funzione:  
 $f(x, y, z, w) = (xz + \cos y) \cdot \log(y^2 + zw^2)$ .

---

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.