Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 2019-20)

4 novembre 2019

Il compito è diviso in 5 esercizi che presentano tutti valutazione pari a 6, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 30; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 18 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico, tempo a disposizione 80 minuti.

Compito $\mathbb{A}_1$

1) Siano p e q due proposizioni semplici, indicare se la proposizione composta $q \; o \; (p \Rightarrow p)$ è una tautologia o una contraddizione.
2) Un codice di accesso ad una cassetta di sicurezza è formato da 8 caratteri alfanumerici (le 26 lettere dell'alfabeto inglese e le 10 cifre arabe, inoltre la lettura riconosce la differenza fra lettere minuscole e maiuscole). Quanti distinti codici si possono formare se i caratteri possono essere scelti liberamente? E quanti distinti codici si possono formare se i caratteri devono essere alternati: una cifra, una lettera e così via?
3) Sia f una funzione con dominio $[-1,1]$, codominio $[-1,1]$ e $f(x) = \begin{cases} 1+2x & \text{per } -1 \le x \le 0 \\ x^2 & \text{per } 0 < x \le 1 \end{cases}$. Disegnare il suo grafico e calcolare gli insiemi $f([-1,0])$ e $f^{-1}(]-1/2,0[)$.
4) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \to 0} \frac{sen(tg\,x + sen\,x)}{x}$; $\lim_{x \to -1} \frac{(3+x)^2 - 4}{x+1}$.
5) Calcolare il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verificare il risultato trovato: $\lim_{x \to -\infty} x^2 - 8$.

Compito $\mathbb{A}_2$

1) Siano p e q due proposizioni semplici, indicare se la proposizione composta $(p \Rightarrow q) \; o \; (\neg q \Rightarrow p)$ è una tautologia o una contraddizione.
2) Un codice di accesso ad una cassetta di sicurezza è formato da 6 caratteri alfanumerici (le 26 lettere dell'alfabeto inglese e le 10 cifre arabe, inoltre la lettura riconosce la differenza fra lettere minuscole e maiuscole). Quanti distinti codici si possono formare se i caratteri possono essere scelti liberamente? E quanti distinti codici si possono formare se i caratteri devono essere alternati: una cifra, una lettera e così via?
3) Sia f una funzione con dominio $[-1,1]$, codominio $[0,1]$ e $f(x) = \begin{cases} 2^{-(1+x)} & \text{per } -1 \le x \le 0 \\ \frac{1-x}{2} & \text{per } 0 < x \le 1 \end{cases}$. Disegnare il suo grafico e calcolare gli insiemi $f([-1,0])$ e $f^{-1}([1/4,1])$.
4) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \to 0} \frac{tg(x + tg(5x))}{sen\,x}$; $\lim_{x \to 3} \frac{(x-2)^2 - 1}{x-3}$.
5) Calcolare il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verificare il risultato trovato: $\lim_{x \to -\infty} x^4 - 6$.

Compito $\mathbb{A}_3$

1) Siano p e q due proposizioni semplici, indicare se la proposizione composta $p\ e\ \neg(\neg p \Rightarrow q)$ è una tautologia o una contraddizione.
2) Un codice di accesso ad una cassetta di sicurezza è formato da 6 caratteri alfanumerici (le 26 lettere dell'alfabeto inglese e le 10 cifre arabe, inoltre la lettura non riconosce la differenza fra lettere minuscole e maiuscole). Quanti distinti codici si possono formare se i caratteri possono essere scelti liberamente? E quanti distinti codici si possono formare se i caratteri devono essere alternati: una cifra, una lettera e così via?
3) Sia f una funzione con dominio $[-1,1]$, codominio $[-1,0]$ e $f(x)=\begin{cases} -3^x & \text{per } -1 \le x \le 0 \\ x^2-1 & \text{per } 0 < x \le 1 \end{cases}$. Disegnare il suo grafico e calcolare gli insiemi $f([-1,0])$ e $f^{-1}([-1/5,0])$.
4) Calcolare i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{sen(x+sen\,x)}{tg(3x)}$; $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{(1+x)^2-4}{x-1}$.
5) Calcolare il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verificare il risultato trovato: $\lim\limits_{x \to +\infty} x^6-1$.

Compito $\mathbb{A}_4$

1) Siano p e q due proposizioni semplici, indicare se la proposizione composta $\neg q\ e\ \neg(p \Rightarrow p)$ è una tautologia o una contraddizione.
2) Un codice di accesso ad una cassetta di sicurezza è formato da 10 caratteri alfanumerici (le 26 lettere dell'alfabeto inglese e le 10 cifre arabe, inoltre la lettura non riconosce la differenza fra lettere minuscole e maiuscole). Quanti distinti codici si possono formare se i caratteri possono essere scelti liberamente? E quanti distinti codici si possono formare se i caratteri devono essere alternati: una cifra, una lettera e così via?
3) Sia f una funzione con dominio $[-1,1]$, codominio $[-1,1]$ e $f(x)=\begin{cases} log_2(x+2) & \text{per } -1 \le x \le 0 \\ -x^2 & \text{per } 0 < x \le 1 \end{cases}$. Disegnare il suo grafico e calcolare gli insiemi $f([-1,0])$ e $f^{-1}(]-1/4,0[)$.
4) Calcolare i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{tg(2\,x+sen\,x)}{sen\,x}$; $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{(5+x)^2-9}{x+2}$.
5) Calcolare il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verificare il risultato trovato: $\lim\limits_{x \to +\infty} x^2-2$.