

# Università degli Studi di Siena

Facoltà di Economia

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 11-12)

19 novembre 2011

## Compito A<sup>✓</sup>

- 1) (5 punti) Siano dati tre insiemi  $A$ ,  $B$  e  $C$  ed indichiamo con  $\mathcal{C}(X)$  il complementare di un generico insieme  $X$ . Sapendo che  $\mathcal{C}(A \cap B) \subseteq C$ , possiamo concludere che  $\mathcal{C}(C) \subseteq A \cup B$ . (Giustificare la risposta)
- 2) (6 punti) Sia  $\mathcal{R}$  una relazione definita sull'insieme  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  nel seguente modo:  $(x, y)\mathcal{R}(u, v) \Leftrightarrow x^2 - y^2 = u^2 - v^2$ . Studiare le proprietà soddisfatte da  $\mathcal{R}$ .
- 3) (6 punti) Si considerino gli insiemi  $A = \{x \in \mathbb{R}: \log_2(x - 1) \geq 2\}$  e  $B = \{x \in \mathbb{R}: 2^{2x} \leq 8\}$ ; dopo aver determinato gli insiemi  $A \cap B$  e  $B/A$ , indicare  $\mathcal{D}(A \cap B)$  e  $\delta(B/A)$ .
- 4) (7 punti) Siano date le funzioni  $f(x) = \sqrt[3]{x+1}$  e  $g(x) = \frac{1}{2^x}$ . Indicare le espressioni delle funzioni composte  $f \circ g$  e  $g \circ f \circ g$ .
- 5) (7 punti) Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 3^x}{2^{x+1} - 2}$ ;  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x}\right)^{2x}$ .
- 6) (5 punti) Scrivere il limite che soddisfa la seguente definizione posta in forma metrica e disegnare sul piano cartesiano una funzione che ammette tale limite:  $\forall \epsilon > 0, \exists \delta_\epsilon: \forall x > \delta_\epsilon, |f(x) + 5| < \epsilon$ .

---

✓ Il compito è diviso in 6 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 36; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 20 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico.

# Università degli Studi di Siena

Facoltà di Economia

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 11-12)

19 novembre 2011

## Compito $\mathbb{B}$ <sup>✓</sup>

- 1) (5 punti) Siano dati tre insiemi  $A$ ,  $B$  e  $C$  ed indichiamo con  $\mathcal{C}(X)$  il complementare di un generico insieme  $X$ . Sapendo che  $A \cap B \subseteq \mathcal{C}(C)$ , possiamo concludere che  $C \subseteq \mathcal{C}(A \cup B)$ . (Giustificare la risposta)
- 2) (6 punti) Sia  $\mathcal{R}$  una relazione definita sull'insieme  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  nel seguente modo:  $(x, y)\mathcal{R}(u, v) \Leftrightarrow x^2 + y^2 = u^2 + v^2$ . Studiare le proprietà soddisfatte da  $\mathcal{R}$ .
- 3) (6 punti) Si considerino gli insiemi  $A = \{x \in \mathbb{R}: \log_2(x - 1) \geq 1\}$  e  $B = \{x \in \mathbb{R}: 2^x \leq 8\}$ ; dopo aver determinato gli insiemi  $A \cap B$  e  $B/A$ , indicare  $\mathcal{D}(A \cap B)$  e  $\delta(B/A)$ .
- 4) (7 punti) Siano date le funzioni  $f(x) = \sqrt[3]{\frac{1}{x} + 1}$  e  $g(x) = \frac{1}{2^x}$ . Indicare le espressioni delle funzioni composte  $f \circ g$  e  $f \circ g \circ f$ .
- 5) (7 punti) Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 3^x}{2^{-x+1} - 2}$ ;  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x}\right)^{\frac{x}{3}}$ .
- 6) (5 punti) Scrivere il limite che soddisfa la seguente definizione posta in forma metrica e disegnare sul piano cartesiano una funzione che ammette tale limite:  $\forall \epsilon > 0, \exists \delta_\epsilon: \forall x < \delta_\epsilon, |f(x) - 5| < \epsilon$ .

---

<sup>✓</sup> Il compito è diviso in 6 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 36; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 20 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico.

# Università degli Studi di Siena

Facoltà di Economia

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 11-12)

19 novembre 2011

## Compito C<sup>✓</sup>

- 1) (5 punti) Siano dati tre insiemi  $A$ ,  $B$  e  $C$  ed indichiamo con  $\mathcal{C}(X)$  il complementare di un generico insieme  $X$ . Sapendo che  $\mathcal{C}(A \cup B) \subseteq C$ , possiamo concludere che  $\mathcal{C}(C) \subseteq A \cap B$ . (Giustificare la risposta)
- 2) (6 punti) Sia  $\mathcal{R}$  una relazione definita sull'insieme  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  nel seguente modo:  $(x, y)\mathcal{R}(u, v) \Leftrightarrow x^2 \cdot y^2 = u^2 \cdot v^2$ . Studiare le proprietà soddisfatte da  $\mathcal{R}$ .
- 3) (6 punti) Si considerino gli insiemi  $A = \{x \in \mathbb{R}: \log_2(x+1) \geq 2\}$  e  $B = \{x \in \mathbb{R}: 2^{3x} \leq 4\}$ ; dopo aver determinato gli insiemi  $A \cap B$  e  $B/A$ , indicare  $\mathcal{D}(A \cap B)$  e  $\delta(B/A)$ .
- 4) (7 punti) Siano date le funzioni  $f(x) = \sqrt[5]{\frac{1}{x} + 1}$  e  $g(x) = \text{sen}\left(\frac{x-1}{x}\right)$ . Indicare le espressioni delle funzioni composte  $f \circ g$  e  $f \circ f \circ f$ .
- 5) (7 punti) Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 4^x}{2^{3x+1} - 2}$ ;  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x}\right)^{3x}$ .
- 6) (5 punti) Scrivere il limite che soddisfa la seguente definizione posta in forma metrica e disegnare sul piano cartesiano una funzione che ammette tale limite:  $\forall \epsilon > 0, \exists \delta_\epsilon: \forall x < \delta_\epsilon, f(x) > \epsilon$ .

---

✓ Il compito è diviso in 6 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 36; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 20 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico.

# Università degli Studi di Siena

Facoltà di Economia

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 11-12)

19 novembre 2011

## Compito $\mathbb{D}$ <sup>✓</sup>

- 1) (5 punti) Siano dati tre insiemi  $A$ ,  $B$  e  $C$  ed indichiamo con  $\mathcal{C}(X)$  il complementare di un generico insieme  $X$ . Sapendo che  $A \cup B \subseteq \mathcal{C}(C)$ , possiamo concludere che  $C \subseteq \mathcal{C}(A \cap B)$ . (Giustificare la risposta)
- 2) (6 punti) Sia  $\mathcal{R}$  una relazione definita sull'insieme  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  nel seguente modo:  $(x, y)\mathcal{R}(u, v) \Leftrightarrow x^2 - u^2 = y^2 - v^2$ . Studiare le proprietà soddisfatte da  $\mathcal{R}$ .
- 3) (6 punti) Si considerino gli insiemi  $A = \{x \in \mathbb{R}: \log_2(x - 2) \geq 1\}$  e  $B = \{x \in \mathbb{R}: 2^{2x} > 4\}$ ; dopo aver determinato gli insiemi  $A \cup B$  e  $A/B$ , indicare  $\delta(A \cup B)$  e  $\mathcal{D}(A/B)$ .
- 4) (7 punti) Siano date le funzioni  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} + 1$  e  $g(x) = \text{sen}\left(\frac{x-1}{x}\right)$ . Indicare le espressioni delle funzioni composte  $g \circ f$  e  $f \circ g$ .
- 5) (7 punti) Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^{x+2} - 16}{2^{2x} - 1}$ ;  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x}\right)^{3x}$ .
- 6) (5 punti) Scrivere il limite che soddisfa la seguente definizione posta in forma metrica e disegnare sul piano cartesiano una funzione che ammette tale limite:  $\forall \epsilon > 0, \exists \delta_\epsilon > 0: \forall x$  con  $0 < |x| < \delta_\epsilon, f(x) > \epsilon$ .

---

<sup>✓</sup> Il compito è diviso in 6 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 36; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 20 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico.

# Università degli Studi di Siena

Facoltà di Economia

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 11-12)

19 novembre 2011

## Compito $\mathbb{E}^{\checkmark}$

- 1) (5 punti) Siano dati tre insiemi  $A$ ,  $B$  e  $C$  ed indichiamo con  $\mathcal{C}(X)$  il complementare di un generico insieme  $X$ . Sapendo che  $A \cup \mathcal{C}(B) \subseteq C$ , possiamo concludere che  $C \subseteq \mathcal{C}(A) \cap B$ . (Giustificare la risposta)
- 2) (6 punti) Sia  $\mathcal{R}$  una relazione definita sull'insieme  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  nel seguente modo:  $(x, y)\mathcal{R}(u, v) \Leftrightarrow x^2 + u^2 = y^2 + v^2$ . Studiare le proprietà soddisfatte da  $\mathcal{R}$ .
- 3) (6 punti) Si considerino gli insiemi  $A = \{x \in \mathbb{R}: \log_2(x+2) \geq 3\}$  e  $B = \{x \in \mathbb{R}: 2^{x-1} > 4\}$ ; dopo aver determinato gli insiemi  $A \cup B$  e  $A/B$ , indicare  $\delta(A \cup B)$  e  $\mathcal{D}(A/B)$ .
- 4) (7 punti) Siano date le funzioni  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} + 1$  e  $g(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$ . Indicare le espressioni delle funzioni composte  $g \circ f$  e  $f \circ g \circ f$ .
- 5) (7 punti) Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^{x+1} - 4}{1 - 2^{3x}}$ ;  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-3}{x}\right)^{-2x}$ .
- 6) (5 punti) Scrivere il limite che soddisfa la seguente definizione posta in forma metrica e disegnare sul piano cartesiano una funzione che ammette tale limite:  $\forall \epsilon > 0, \exists \delta_\epsilon > 0: \forall x$  con  $0 < |x| < \delta_\epsilon, f(x) < -\epsilon$ .

---

$\checkmark$  Il compito è diviso in 6 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 36; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 20 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico.

# Università degli Studi di Siena

Facoltà di Economia

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 11-12)

19 novembre 2011

## Compito $\mathbb{F}^{\checkmark}$

- 1) (5 punti) Siano dati tre insiemi  $A$ ,  $B$  e  $C$  ed indichiamo con  $\mathcal{C}(X)$  il complementare di un generico insieme  $X$ . Sapendo che  $\mathcal{C}(A) \cup B \subseteq C$ , possiamo concludere che  $C \subseteq A \cap \mathcal{C}(B)$ . (Giustificare la risposta)
- 2) (6 punti) Sia  $\mathcal{R}$  una relazione definita sull'insieme  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  nel seguente modo:  $(x, y)\mathcal{R}(u, v) \Leftrightarrow x^2 \cdot u^2 = y^2 \cdot v^2$ . Studiare le proprietà soddisfatte da  $\mathcal{R}$ .
- 3) (6 punti) Si considerino gli insiemi  $A = \{x \in \mathbb{R}: \log_2(x - 3) \geq 2\}$  e  $B = \{x \in \mathbb{R}: 2^{x+1} > 4^{-1}\}$ ; dopo aver determinato gli insiemi  $A \cup B$  e  $A/B$ , indicare  $\delta(A \cup B)$  e  $\mathcal{D}(A/B)$ .
- 4) (7 punti) Siano date le funzioni  $f(x) = \sqrt{\frac{1}{x}}$  e  $g(x) = 2^{x^2+1}$ . Indicare le espressioni delle funzioni composte  $g \circ f$  e  $g \circ g \circ f$ .
- 5) (7 punti) Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^{x+1} - 4}{1 - 2^{-x}}$ ;  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-3}{x}\right)^{-\frac{x}{2}}$ .
- 6) (5 punti) Scrivere il limite che soddisfa la seguente definizione posta in forma metrica e disegnare sul piano cartesiano una funzione che ammette tale limite:  $\forall \epsilon > 0, \exists \delta_\epsilon > 0: \forall x$  con  $0 < |x| < \delta_\epsilon, |f(x) + 2| < \epsilon$ .

---

$\checkmark$  Il compito è diviso in 6 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 36; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 20 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico.

# Università degli Studi di Siena

Facoltà di Economia

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 11-12)

19 novembre 2011

## Compito G<sup>✓</sup>

- 1) (5 punti) Siano dati tre insiemi  $A$ ,  $B$  e  $C$  ed indichiamo con  $\mathcal{C}(X)$  il complementare di un generico insieme  $X$ . Sapendo che  $\mathcal{C}(A) \cap B \subseteq C$ , possiamo concludere che  $C \subseteq A \cup \mathcal{C}(B)$ . (Giustificare la risposta)
- 2) (6 punti) Sia  $\mathcal{R}$  una relazione definita sull'insieme  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  nel seguente modo:  $(x, y)\mathcal{R}(u, v) \Leftrightarrow x^2 - v^2 = u^2 - y^2$ . Studiare le proprietà soddisfatte da  $\mathcal{R}$ .
- 3) (6 punti) Si considerino gli insiemi  $A = \{x \in \mathbb{R}: \log_4(x+3) \geq -2\}$  e  $B = \{x \in \mathbb{R}: 2^{-2x} \leq 8\}$ ; dopo aver determinato gli insiemi  $A \cap B$  e  $A/B$ , indicare  $\delta(A \cap B)$  e  $\mathcal{D}(A/B)$ .
- 4) (7 punti) Siano date le funzioni  $f(x) = \frac{1}{x+1}$  e  $g(x) = 2^{x^2+1}$ . Indicare le espressioni delle funzioni composte  $g \circ f$  e  $g \circ f \circ g$ .
- 5) (7 punti) Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 1}{4 - 2^{-x+2}}$ ;  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x}\right)^{\frac{x}{4}}$ .
- 6) (5 punti) Scrivere il limite che soddisfa la seguente definizione posta in forma metrica e disegnare sul piano cartesiano una funzione che ammette tale limite:  
 $\forall \epsilon > 0, \exists \delta_\epsilon > 0: \forall x$  con  $0 < |x - 5| < \delta_\epsilon, |f(x)| < \epsilon$ .

---

✓ Il compito è diviso in 6 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 36; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 20 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico.

# Università degli Studi di Siena

Facoltà di Economia

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 11-12)

19 novembre 2011

## Compito III<sup>✓</sup>

- 1) (5 punti) Siano dati tre insiemi  $A$ ,  $B$  e  $C$  ed indichiamo con  $\mathcal{C}(X)$  il complementare di un generico insieme  $X$ . Sapendo che  $A \cap \mathcal{C}(B) \subseteq C$ , possiamo concludere che  $C \subseteq \mathcal{C}(A) \cup B$ . (Giustificare la risposta)
- 2) (6 punti) Sia  $\mathcal{R}$  una relazione definita sull'insieme  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  nel seguente modo:  $(x, y)\mathcal{R}(u, v) \Leftrightarrow x^2 + v^2 = u^2 + y^2$ . Studiare le proprietà soddisfatte da  $\mathcal{R}$ .
- 3) (6 punti) Si considerino gli insiemi  $A = \{x \in \mathbb{R}: \log_4(x+3) \geq 2\}$  e  $B = \{x \in \mathbb{R}: 2^{2x} \leq 32\}$ ; dopo aver determinato gli insiemi  $A \cap B$  e  $A/B$ , indicare  $\delta(A \cap B)$  e  $\mathcal{D}(A/B)$ .
- 4) (7 punti) Siano date le funzioni  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$  e  $g(x) = 2^{x+1}$ . Indicare le espressioni delle funzioni composte  $g \circ f$  e  $g \circ g \circ f$ .
- 5) (7 punti) Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 1}{4 - 2^{2x+2}}$ ;  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+5}{x}\right)^x$ .
- 6) (5 punti) Scrivere il limite che soddisfa la seguente definizione posta in forma metrica e disegnare sul piano cartesiano una funzione che ammette tale limite:  $\forall \epsilon > 0, \exists \delta_\epsilon > 0: \forall x \text{ con } 0 < |x - 5| < \delta_\epsilon, f(x) > \epsilon$ .

---

<sup>✓</sup> Il compito è diviso in 6 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 36; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 20 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico.



# Università degli Studi di Siena

Facoltà di Economia

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 11-12)

19 novembre 2011

## Compito II<sup>✓</sup>

- 1) (5 punti) Siano dati tre insiemi  $A$ ,  $B$  e  $C$  ed indichiamo con  $\mathcal{C}(X)$  il complementare di un generico insieme  $X$ . Sapendo che  $\mathcal{C}(A \cap B) \subseteq C$ , possiamo concludere che  $C \subseteq \mathcal{C}(A \cup B)$ . (Giustificare la risposta)
- 2) (6 punti) Sia  $\mathcal{R}$  una relazione definita sull'insieme  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  nel seguente modo:  $(x, y)\mathcal{R}(u, v) \Leftrightarrow x^2 \cdot v^2 = u^2 \cdot y^2$ . Studiare le proprietà soddisfatte da  $\mathcal{R}$ .
- 3) (6 punti) Si considerino gli insiemi  $A = \{x \in \mathbb{R}: \log_4(x - 3) \geq 3\}$  e  $B = \{x \in \mathbb{R}: 2^{2x} > 32\}$ ; dopo aver determinato gli insiemi  $A \cap B$  e  $A/B$ , indicare  $\delta(A \cap B)$  e  $\mathcal{D}(A/B)$ .
- 4) (7 punti) Siano date le funzioni  $f(x) = x^2 - 1$  e  $g(x) = 2^{-x+1}$ . Indicare le espressioni delle funzioni composte  $g \circ f$  e  $g \circ g \circ f$ .
- 5) (7 punti) Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 1}{2 - 2^{2x+1}}$ ;  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-5}{x}\right)^x$ .
- 6) (5 punti) Scrivere il limite che soddisfa la seguente definizione posta in forma metrica e disegnare sul piano cartesiano una funzione che ammette tale limite:  
 $\forall \epsilon > 0, \exists \delta_\epsilon > 0: \forall x \text{ con } 0 < |x + 1| < \delta_\epsilon, f(x) < -\epsilon$ .

---

<sup>✓</sup> Il compito è diviso in 6 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 36; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 20 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico.