

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2019-20)

15 giugno 2020

Compito A[✓]

- 1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici p , q e r ; costruire la tavola di verità della proposizione composta $\neg(p \wedge r) \Leftrightarrow (p \Rightarrow (p \vee q))$.
- 2) (7 punti) Siano dati gli insiemi $A = [0, 10]$ e $B = \{x \in \mathbb{R} : \log_3 x > 2\}$.
Determinare gli insiemi $(A \cup B)$ e $(A \cap B)$, e calcolare i loro insiemi chiusura: $\overline{(A \cup B)}$ e $\overline{(A \cap B)}$.
- 3) (6 punti) Siano date le funzioni $f(x) = \sqrt{1 + \frac{1}{x}}$ e $g(x) = 2^{1-x^2}$; determinare le espressioni delle funzioni composte $f(g(x))$ e $g(f(x))$.
- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + \sin 2x}{x}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x + 4^{-x}}{2^x + e^{-2x}}$.
- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione $y = e^{x(1-x)}$.
- 6) (8 punti) Calcolare $\int_1^e \left(x^2 + \frac{1}{2x}\right) dx$.
- 7) (7 punti) Siano date le matrici $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 9 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ e
 $X = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_1 + x_2 & x_1 - x_2 \end{bmatrix}$. Determinare i valori di x_1 e x_2 affinché risulti verificata la seguente uguaglianza: $A \cdot X = A + B$.
- 8) (8 punti) Calcolare il vettore gradiente della funzione
 $f(x, y, w, z) = x \cdot \sin y^2 - x \cdot z \cdot w^3$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2019-20)

15 giugno 2020

Compito B[✓]

- 1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici p, q e r ; costruire la tavola di verità della proposizione composta $(p \circ q) \Rightarrow ((p \text{ e } r) \Leftrightarrow \neg q)$.
- 2) (7 punti) Siano dati gli insiemi $A = [-3, 5[$ e $B = \{x \in \mathbb{R}: 2^x < 1\}$. Determinare gli insiemi $(A \cup B)$ e $(A \cap B)$, e calcolare i loro insiemi interni: $(A \overset{\circ}{\cup} B)$ e $(A \overset{\circ}{\cap} B)$.
- 3) (6 punti) Quanti numeri di cinque cifre nei quali non compare mai la cifra 0 esistono? In quanti di questi numeri la cifra 1 compare esattamente tre volte?
- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{\text{sen } x}$; $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x + 4^{-x}}{4^x + e^{-x}}$.
- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione $y = x^2 - \frac{2}{x}$.
- 6) (8 punti) Calcolare $\int_2^e \left(x - \frac{3}{x}\right) dx$.
- 7) (7 punti) Calcolare la derivata della seguente funzione: $y = (1 + \text{sen}^2 x) \cdot e^{3x}$.
- 8) (8 punti) Determinare l'espressione del piano tangente alla superficie di equazione $z = f(x, y, w) = 3xy^2 - 2(y - w)$ nel punto di coordinate $P(0, 1, 1)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2019-20)

15 giugno 2020

Compito C[✓]

- 1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici p , q e r ; costruire la tavola di verità della proposizione composta $((p \Leftrightarrow r) \wedge \neg q) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$.
- 2) (7 punti) Siano dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}: 3^x \geq 27\}$ e $B =]0, 5[$. Determinare gli insiemi $(A \cup B)$ e $(A \cap B)$, e calcolare i loro insiemi derivati: $D(A \cup B)$ e $D(A \cap B)$.
- 3) (6 punti) Siano date le funzioni $f(x) = \sqrt{1 + 2^{1-x}}$ e $g(x) = 1 + x^2$; determinare le espressioni delle funzioni composte $f(g(x))$ e $g(f(x))$.
- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin x} - 1}{3x}$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - x}{x^4 + 3x}$.
- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione $y = e^{x(1+x)}$.
- 6) (8 punti) Calcolare $\int (1 + x)e^x dx$.
- 7) (7 punti) Calcolare la derivata della seguente funzione: $y = \frac{e^{\cos x}}{1 - x^3}$.
- 8) (8 punti) Studiare la natura dei punti critici della funzione $f(x, y) = 2x^2 - xy + 3y^3$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.