Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2019-20)

13 luglio 2020

Compito $\mathbb{A}$✓

1) (6 punti) Siano date due proposizioni semplici p e q; indicare se la proposizione composta seguente è una tautologia, una contraddizione o né una tautologia né una contraddizione:

$$((p \Rightarrow \neg q)\ e\ (q \Rightarrow \neg p)) \Rightarrow (p \Leftrightarrow q).$$

2) (7 punti) Siano date le funzioni $f(x) = \sqrt{1+x}$ e $g(x) = 2^{1-3x}$; determinare le espressioni della funzione composta $f(g(x))$ e della sua inversa.

3) (6 punti) Quanti sono gli anagrammi anche privi di senso della parola $MITO$? E quanti sono quelli della parola $MITOLOGIA$?

4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \to 0} \dfrac{e^{x+senx} - 1}{x}$; $\lim_{x \to +\infty} \dfrac{x^3 + e^{-x}}{x + e^{-3x}}$.

5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione $y = x^2 + \dfrac{8}{x}$.

6) (8 punti) Calcolare $\displaystyle\int xe^{1-x}\, dx$.

7) (7 punti) Siano date le matrici $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ e $X = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_1 - x_2 & x_1 + x_2 \end{bmatrix}$. Determinare i valori di x_1 e x_2 affinché risulti verificata la seguente uguaglianza: $A + X = B \cdot A$.

8) (8 punti) Determinare l'espressione del piano tangente alla superficie di equazione $z = f(x, y, w) = 5x^2w - 3yw + x^3$ nel punto di coordinate $P(1, 0, 1)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2019-20)

13 luglio 2020

Compito $\mathbb{B}$[✓]

1) (6 punti) Siano date due proposizioni semplici p e q; indicare se la proposizione composta seguente è una tautologia, una contraddizione o né una tautologia né una contraddizione:

$$(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow ((p \Rightarrow q)\ e\ (\neg q \Rightarrow \neg p)).$$

2) (7 punti) Siano dati gli insiemi $A = [0,1] \cup]-2,0[$ e $B =]-\infty,3] \cap [-5,10[$. Determinare gli insiemi $(A \cup B)$ e $(A \cap B)$, ed indicare se gli insiemi $(A \cup B)$ e $(A \cap B)$ sono aperti, chiusi o né aperti né chiusi.

3) (6 punti) Un insegnante di educazione fisica deve formare la squadra di classe per il torneo studentesco di basket (5 atleti per squadra), la classe è composta da 15 maschi e 9 femmine. Quante squadre distinte può formare se la composizione della squadra è libera? E quante squadre distinte può formare se ogni squadra deve essere composta esattamente da 3 maschi e 2 femmine?

4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \to 0} \dfrac{1 - cos(x + senx)}{x^2}$;

$\lim_{x \to +\infty} \left(1 + \dfrac{2}{x}\right)^{-3x}$.

5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione $y = \dfrac{x-2}{2x^2}$.

6) (8 punti) Calcolare $\displaystyle\int_1^3 \left(x^2 + \frac{3}{x^3}\right) dx$.

7) (7 punti) Calcolare la derivata della seguente funzione: $y = 3^{\sqrt{1+senx^2}}$.

8) (8 punti) Studiare la natura dei punti critici della funzione $f(x,y) = x^2 + y^4 - 4y^2 - 7$.

[✓] Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2019-20)

13 luglio 2020

Compito $\mathbb{C}^{\checkmark}$

1) (6 punti) Siano date due proposizioni semplici p e q; indicare se la proposizione composta seguente è una tautologia, una contraddizione o né una tautologia né una contraddizione:

$$(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow ((p\ e\ \neg q)\ o\ (q\ e\ \neg p)).$$

2) (6 punti) Il codice di acceso al caveau di una banca è formato inizialmente da quattro lettere dell'alfabeto inglese (26 lettere in totale) seguite da due cifre arabe (10 cifre in totale), le lettere possono essere arbitrariamente maiuscole o minuscole, non vi è differenza. Quanti distinti codici di accesso si possono formare se le lettere e le cifre possono essere anche ripetute? Quanti distinti codici di accesso si possono formare se le lettere e le cifre che compongono il codice non possono essere ripetute?

3) (7 punti) Determinare il valore del parametro k tale per cui

$$\lim_{x \to 0} \frac{log(1+kx) - sen(2x)}{tg(kx)} = \frac{1}{5}\,.$$

4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \to 0} \frac{sen(e^x - 1)}{senx}$;

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{2^x - e^x}{e^{-x} + 3^{-x}}\,.$$

5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione $y = x^3(3-x)$.

6) (8 punti) Calcolare $\int_{-1}^{1} \left(x^3 + |x|\right)\, dx$.

7) (7 punti) Sia data la funzione di equazione $y = x^2 - 2x$. Determinare il punto x_0 nel quale la retta tangente al grafico della funzione è parallela alla retta di equazione $y = 2x$ e calcolare l'equazione di tale retta tangente.

8) (8 punti) Calcolare il vettore gradiente della funzione

$$f(x,y,z) = \sqrt{x \cdot seny} + log\left(x - z^3\right)\,.$$

$^{\checkmark}$ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.