

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2019-20)

3 settembre 2020

Compito A[✓]

- 1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici p , q e r ; sapendo che le proposizioni q e r non possono essere entrambe vere oppure entrambe false, costruire la tavola di verità della proposizione composta:
$$(p \vee \neg q) \Rightarrow (r \Rightarrow \neg p).$$
- 2) (7 punti) Siano date le funzioni $f(x) = 3 - 2x + x^2$ e $g(x) = 1 - 3x$; determinare l'espressione della funzione composta $g(f(x) - 2g(x))$ e risolvere la disequazione $g(f(x) - 2g(x)) \leq -2$.
- 3) (6 punti) Il codice di accesso al caveau di una banca è formato da otto caratteri alfanumerici (le ventuno lettere dell'alfabeto italiano e le dieci cifre arabe), il codice non è in grado di riconoscere fra le lettere minuscole e le lettere maiuscole (il carattere a è considerato uguale al carattere A). Quanti distinti codici di accesso si possono formare se i primi quattro caratteri del codice devono essere lettere ed i restanti quattro caratteri delle cifre? E quanti distinti codici si possono formare se fra le lettere due devono essere vocali e due consonanti, e fra le cifre due devono essere pari e due dispari (la cifra 0 è considerata pari)?
- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti:
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x + \log(1+x)}{2 \operatorname{sen} x};$$
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{x} \right)^{x-1}.$$
- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione $y = x^2(1 - x^2)$.
- 6) (8 punti) Calcolare $\int_1^2 \left(x^3 - \frac{1}{x+3} \right) dx$.
- 7) (8 punti) Sia data la funzione di equazione $y = x^2 - 3x + 5$. Determinare il punto x_0 in cui la retta tangente alla funzione è parallela alla retta di equazione $y = x$; una volta determinato il punto x_0 , determinare l'equazione della retta tangente.
- 8) (7 punti) Studiare la natura dei punti critici della funzione
$$f(x, y) = x^4 - 2x^2 - y^2 + 2.$$

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2019-20)

3 settembre 2020

Compito $\mathbb{B}^{\checkmark}$

- 1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici p , q e r ; sapendo che le proposizioni p e q sono entrambe vere oppure entrambe false, costruire la tavola di verità della proposizione composta:

$$p \Leftrightarrow (q \Rightarrow (\neg r \vee p)).$$

- 2) (7 punti) Siano date le funzioni $f(x) = 3 - 2x$ e $g(x) = 1 + 3x^2$; determinare l'espressione della funzione composta $f(f(x) - g(x))$ e risolvere la disequazione $f(f(x) - g(x)) > 1$.

- 3) (7 punti) Il codice di accesso al caveau di una banca è formato da otto caratteri alfanumerici (le ventuno lettere dell'alfabeto italiano e le dieci cifre arabe), il codice non è in grado di riconoscere fra le lettere minuscole e le lettere maiuscole (il carattere a è considerato uguale al carattere A). Quanti distinti codici di accesso si possono formare se i caratteri del codice devono essere quattro lettere e quattro cifre (la scelta su dove posizionare lettere e cifre è libera)? E quanti distinti codici si possono formare se fra le lettere due devono essere vocali e due consonanti?

- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + x^2}{x - 3 \sin x}$; $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2^{-x}}{3^x}$.

- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione $y = x(1 - x^4)$.

- 6) (8 punti) Calcolare $\int_1^3 \left(x^2 + \frac{2}{x+1} \right) dx$.

- 7) (8 punti) Sia data la funzione di equazione $y = \log(1 + x)$. Determinare il punto x_0 in cui la retta tangente alla funzione è parallela alla retta di equazione $y = x + 2$; una volta determinato il punto x_0 , determinare l'equazione della retta tangente.

- 8) (6 punti) Sia data la funzione a tre variabili $f(x, y, z) = ax^2 + by^3 + 2z^c$, dove a , b e c sono tre parametri reali positivi. Determinare i valori di a , b e c sapendo che $\nabla f(1, 1, 1) = (1, 1, 1)$.

$\checkmark$ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.