

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2019-20)

8 ottobre 2020

Compito Unico ✓

- 1) (7 punti) Siano date tre proposizioni semplici p , q e r ; sapendo che la proposizione composta q e $(p \Rightarrow r)$ è falsa, costruire la tavola di verità della proposizione composta p o $(q \Leftrightarrow r)$.
- 2) (7 punti) Sia A il campo di esistenza della funzione di equazione $y = \sqrt{1 - x^2}$. Determinare l'insieme A , il suo insieme interno $\overset{\circ}{A}$, ed indicare se A è un insieme aperto, chiuso o né aperto né chiuso.
- 3) (6 punti) Il codice di accesso al caveau di una banca è formato da sei caratteri alfanumerici (le ventuno lettere dell'alfabeto italiano e le dieci cifre arabe), il codice non è in grado di riconoscere fra le lettere minuscole e le lettere maiuscole (il carattere a è considerato uguale al carattere A). Quanti distinti codici di accesso si possono formare se esso deve essere formato da quattro lettere e due cifre? E quanti distinti codici si possono formare se esso deve essere formato al più da due cifre?
- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x+x^2} - 1}{\text{sen } x}$;
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} x \log \left(1 + \frac{1}{x} \right)$.
- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione $y = \frac{\log x}{x^2}$. (Non sono richiesti il calcolo e lo studio della derivata seconda. La funzione presenta un solo punto di flesso.)
- 6) (8 punti) Calcolare $\int_1^2 \left(x^2 - 3x + \frac{1}{x} \right) dx$.
- 7) (6 punti) Siano date le matrici $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ e
 $X = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ x_1 & x_3 \\ x_2 & x_4 \end{bmatrix}$. Determinare gli elementi della matrice X in modo tale che valga l'uguaglianza: $A \cdot X = B$.
- 8) (8 punti) Calcolare il vettore gradiente della funzione
 $f(x, y, z, t) = x \cdot \text{sen}(y \cdot z \cdot t) - \sqrt{y^3 \cdot t}$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono una votazione non inferiore a 24 hanno superato la prova.