

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2020-21)

31 maggio 2021

Compito Unico ✓

- 1) (6 punti) Siano date due proposizioni semplici p e q ; indicare se la proposizione composta seguente è una tautologia, una contraddizione o né una tautologia né una contraddizione:

$$\neg(\neg p \text{ e } q) \Rightarrow (p \text{ o } \neg q).$$

- 2) (8 punti) Siano dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}: x^2 \leq 4\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R}: 3^x < 81\}$. Dopo aver determinato gli insiemi $A \cup B$ e $A \cap B$, calcolare la frontiera dell'unione fra A ed il complementare di B ($\delta(A \cup C(B))$) e la frontiera dell'intersezione fra il complementare di A e B ($\delta(C(A) \cap B)$).

- 3) (6 punti) Si consideri la funzione a valori reali di espressione

$$f(x) = \begin{cases} -1 + x & \text{per } x \leq a \\ 3 - x & \text{per } a < x < b. \\ -3 + x & \text{per } b \leq x \end{cases} \text{ Indicare i valori dei parametri } a \text{ e } b \text{ che}$$

rendono la funzione continua in tutto l'insieme dei numeri reali.

- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\text{sen } x} + \text{sen } x - 1}{x}$;

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot \sqrt{\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x^4}}.$$

- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione $y = \frac{1 - x^4}{x}$.

- 6) (8 punti) Calcolare $\int_0^\pi (\text{sen } x - 2 \cos(2x)) dx$.

- 7) (8 punti) Sia data la funzione di equazione $y = 2^x - 2x$. Verificare che a tale funzione è applicabile il Teorema di Lagrange nell'intervallo $[1, 2]$, e determinare il valore del punto x_0 che soddisfa il Teorema.

- 8) (6 punti) Determinare la natura dei punti critici della funzione

$$f(x, y) = -2x^2 + 12y - y^3.$$

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.