Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2020-21)

28 giugno 2021

Compito Unico✓

1) (6 punti) Siano date due proposizioni semplici p e q; indicare se la proposizione composta seguente è una tautologia, una contraddizione o né una tautologia né una contraddizione:

$$\neg(p\ o\ \neg q)\ e\ (p\ e\ \neg q).$$

2) (6 punti) Siano I_1 e I_2 gli intervalli $I_1 = [2, 10]$, $I_2 = [0, 8]$; determinare l'intervallo I_3 per il quale risultano verificate le due uguaglianze:

$$(I_1 \cap I_2) \cup I_3 = [2, 12[\qquad (I_1 \cup I_2) \cap I_3 = [4, 10].$$

Con l'intervallo I_3 prima determinato calcolare l'insieme $\delta(I_1 \cap I_2 \cap I_3)$, frontiera dell'insieme $I_1 \cap I_2 \cap I_3$.

3) (8 punti) Sia data la funzione di equazione $y = \dfrac{ax+b}{x+c}$, dove a, b e c sono parametri reali. Determinare i valori dei tre parametri sapendo che la funzione presenta asintoto orizzontale di equazione $y = 2$, asintoto verticale di equazione $x = -2$ e $y(0) = 1$.

4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{log(1 + sen(5x))}{x}$;

$\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\sqrt{1 + \dfrac{1}{x}}\right)^x$.

5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione $y = 2^{x^2 + \frac{1}{x^2}}$.

6) (8 punti) Calcolare $\displaystyle\int_0^\pi (sen\, x \cdot (1 + 2\, cos\, x))\, dx$.

7) (6 punti) Data la matrice $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ed il vettore $X = \begin{pmatrix} k \\ k \\ 0 \end{pmatrix}$. Determinare i valori del parametro k tali per cui il modulo del vettore $Y = A \cdot X$ sia pari a 9.

8) (8 punti) Determinare l'espressione del piano tangente alla superficie $z = e^{x-y} - 4x^2 + 3y^2$ nel punto di coordinate $P(1, 1)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.